BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sejarah teori graf bermula pada tahun 1736, saat seorang ahli matematika Swiss, Leonhard Euler memecahkan permasalahan jembatan Konigsberg. Pada saat itu, di kota Konigsberg terdapat suatu sungai yang membelah kota menjadi empat daratan. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Masalah jembatan Konigsberg adalah mungkin tidaknya seseorang melewati ketujuh jembatan yang ada di kota Konigsberg tersebut masing-masing tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula. Dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu, Euler membuktikan bahwa perjalanan tersebut tidak mungkin terjadi apabila terdapat suatu daratan yang terhubung oleh jembatan yang banyaknya ganjil. Bentuk representasi tersebut berkembang menjadi teori graf yang dikenal saat ini [1].

Pada tahun 1852, seorang mahasiswa di *University College London*, Francis Guthrie mengenalkan permasalahan mengenai pewarnaan pada peta. Permasalahan tersebut dikenal dengan *the four color problem*. Isi dari permasalahan tersebut adalah dapatkah setiap peta dari negara-negara diwarnakan dengan paling banyak empat warna sehingga setiap dua peta negara yang berdekatan mempunyai warna yang berbeda. Permasalahan tersebut merupakan cikal bakal dari pewarnaan graf yang dikenal pada saat ini.

Rainbow connection merupakan salah satu kajian dalam pewarnaan graf. *Rainbow connection* pada teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk pada tahun 2008 [2]. Konsep *rainbow connection* dapat digunakan dalam keamanan pengiriman informasi yang bersifat rahasia antar agen pemerintahan, sehingga meminimalisir kemungkinan kebocoran informasi.

Suatu graf G adalah pasangan himpunan *(V(G),E(G))* dinotasikan G =*(V,E)*, dengan *V(G)* adalah suatu himpunan berhingga titik (*vertex*) dari G yang tak kosong dan *E(G)* adalah himpunan sisi (*edge*) dari G yang menghubungkan dua titik pada graf G tersebut [1].

Misalkan G adalah graf terhubung tak *trivial*. Misalkan diberikan suatu pewarnaan sisi c di graf G, sedemikian sehingga graf G mengandung lintasan dengan warna setiap sisi-sisinya berbeda yang menghubungkan sebarang dua titik di graf G. Lintasan tersebut dinamakan lintasan *rainbow*. Jika sebarang dua titik di G dihubungkan oleh lintasan *rainbow*, maka graf G disebut graf *rainbow connected*. Misalkan k merupakan banyak warna yang digunakan dalam pewarnaan tersebut dan jika k merupakan bilangan minimum sedemikian sehingga graf G *rainbow connected*, maka k merupakan bilangan *rainbow connection* pada G yang dinotasikan dengan $rc(G) = k$ [2].

Graf kipas adalah graf yang diperoleh dari operasi tambah graf lintasan (P_n), dimana $n \geq 2$ dengan titik x, dinotasikan dengan $F_n = P_n + x$, sehingga diperoleh bahwa setiap titik di P_n bertetangga dengan titik x [4].

Graf kipas berekor adalah graf kipas (F_n) yang titik x nya diberi titik-

titik tambahan sehingga titik x tersebut menjadi graf lintasan (P_m), dimana $n \geq 2$. Graf kipas berekor disimbolkan dengan $F_n P_m$.

Dalam teori graf terdapat beberapa operasi pada graf, salah satunya adalah operasi amalgamasi. Jika pada beberapa graf dilakukan operasi amalgamasi, maka hasil dari operasi tersebut adalah sebuah graf baru [3].

Pada penelitian ini, akan dilakukan penentuan bilangan *rainbow connection* pada graf hasil amalgamasi t-buah graf kipas berekor yang tidak harus homogen (tidak harus sama). Graf amalgamasi kipas berekor dapat dinotasikan dengan $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_t$ dengan $t \geq 2$, $m_i \geq 2$, $n_i \geq 2$ dan $i = 1, 2, \ldots, t$ dimana F_{n_i} menyatakan banyaknya titik pada subgraf graf kipas ke-i dan P_{m_i} menyatakan banyaknya titik pada subgraf graf lintasan ke-i dan b menyatakan titik hasil identifikasi dari titik-titik terminal.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan paparan pada latar belakang sebelumnya, maka pada tugas akhir ini akan dibahas tentang bagaimana cara menentukan bilangan *rainbow connection* pada graf amalgamasi kipas berekor $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_t$ untuk $t \geq 2$, $m_i \geq 2$, $n_i \geq 2$ dan $i = 1, 2, \cdots, t$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bilangan *rainbow connection* pada graf amalgamasi kipas berekor $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_t$ untuk $t \geq 2$, $m_i \geq 2$, $n_i \geq 2$ dan $i = 1, 2, \cdots, t$.

1.4 Sistematika Penulisan

Berikut adalah sistematika penulisan pada tugas akhir ini. Bab I Pendahuluan berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II berisi beberapa konsep dasar dalam teori graf yang digunakan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Bab III berisi hasil penelitian yang diperoleh. Selanjutnya, Bab IV berisikan kesimpulan dari tugas akhir ini. Hasil baru yang diperoleh dari tugas akhir ini diberikan dalam teorema dengan tanda $\diamondsuit$.