



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar Unand.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Unand.

ANALISIS POPULASI MUSTELA nigripes DENGAN MENGUNAKAN MATRIKS PROYEKSI POPULASI DAN REDUKSI GRAPH

SKRIPSI



**SISRI YULIA
07 134 056**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG 2011**

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa:

Nama : Sisri Yulia

No. Buku Pokok : 07134056

Jurusan : Matematika

Bidang : Matematika Terapan

Judul Skripsi : Analisis Populasi *Mustela nigripes* Dengan Menggunakan Matriks Proyeksi Populasi dan Reduksi graph


telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal 09 Juli 2011 berdasarkan ketentuan yang berlaku.


Pembimbing/Penguji

Penguji

1.

1.

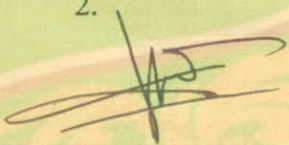

Efendi, M.Si


Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si

NIP. 19780717 200212 1 002

NIP. 19630218 198903 1 004

2.


Narwen, M.Si

NIP. 19671004 199609 1 001

Mengetahui, Ketua Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Andalas


Dr. Syafrizal Sy

NIP. 19670807 199309 1 001

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah hirabbil'alamin. Berkat Rahman dan Rahim Allah SWT, penulis berhasil menyelesaikan skripsi ini dengan judul "ANALISIS POPULASI *MUSTELA NIGRIPES* DENGAN MENGGUNAKAN MATRIKS PROYEKSI POPULASI DAN REDUKSI GRAPH". Skripsi ini sebagai satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sain (Strata 1) di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas, Padang.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam penyelesaian skripsi ini. Untuk itu iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, utamanya kepada:

1. Bapak Dr. Syafrizal SY selaku Ketua Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas, Padang.
2. Bapak Efendi, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah mengarahkan dan membimbing serta memberikan motivasi kepada penulis, sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si dan Bapak Narwen, M.Si yang telah bersedia menguji sekaligus membimbing untuk perbaikan skripsi ini.
4. Dosen pegajar dan staf Jurusan Matematika Universitas Andalas, atas ilmu yang telah diberikan kepada penulis, dan yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Bapak Drs. Bukti Ginting, selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah membantu dan memberikan pengarahan dalam studi ini sehingga selesai tepat pada waktunya.

6. Yang termulia kedua orang tuaku tercinta, dan seluruh keluarga, yang dengan sepenuh hati memberikan motivasi dan do'a, sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
7. Teman-teman matematika, terutama rekan-rekan Basic Science angkatan 2007 terima kasih atas kebersamaanya.
8. Semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga Allah SWT melimpahkan rahmat beserta karunia-Nya kepada semua pihak baik yang telah membantu maupun yang telah memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari segala kekurangan yang terdapat dalam skripsi ini. Kritik dan saran berbagai pihak untuk kesempurnaan sangat diharapkan. Semoga karya ini bermanfaat bagi banyak pihak untuk kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Padang, Juli 2011

Sisri Yulia

ABSTRACT

Population growth is characterized by the changes of population size every time. The changes are usually influenced by the number of births and death. We considered only female population of *Mustela nigripes*. To determine whether the female population increase, decline or stable we used the rate of reproduction (R_0). R_0 is measured using graph reduction of *Mustela nigripes* life cycle.

Key Words : Growth in Population, Reproductive Rate (R_0), Life Cycle Graph *Mustela nigripes*, Matrix Population Projections, and Reduction Graph.



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
ABSTRAK	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Pembatasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penulisan.....	2
1.5 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Matriks.....	3
2.1.1 Definisi-Definisi Matriks.....	3
2.1.2 Matriks Proyeksi Populasi.....	4
2.2 Graph.....	5
2.2.1 Definisi-Definisi Graph.....	5
2.2.2 Reduksi Graph Untuk Menentukan R_0	6
2.2.3 Digraph Siklus Kehidupan.....	8
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	9
2.3.1 Definisi Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	9
2.3.2 Hubungan Nilai Eigen Matriks A Dengan R_0	9
2.4 Pertumbuhan Populasi.....	11

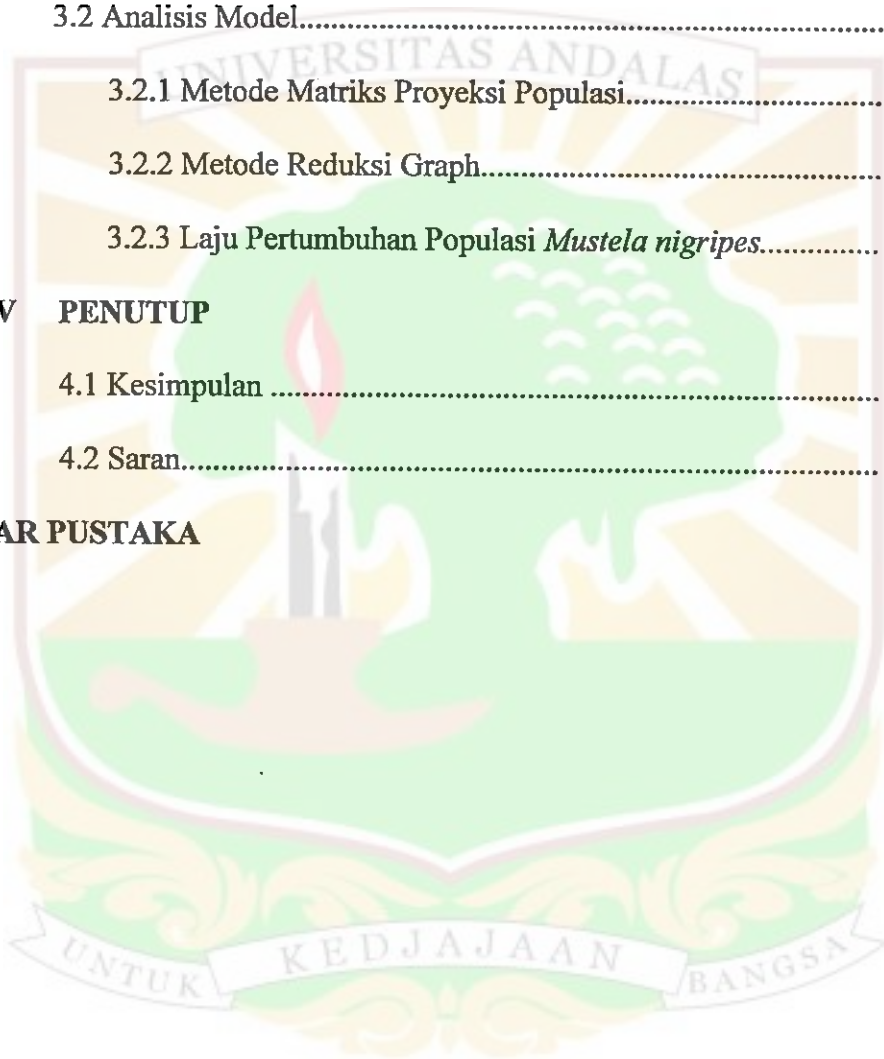
BAB III PEMBAHASAN

3.1 Formulasi Model.....	12
3.1.1 Ekologi Populasi <i>Mustela nigripes</i>	12
3. 1.2 Siklus Hidup Populasi <i>Mustela nigripes</i>	12
3.1.3 Model Populasi <i>Mustela nigripes</i>	13
3.2 Analisis Model.....	14
3.2.1 Metode Matriks Proyeksi Populasi.....	14
3.2.2 Metode Reduksi Graph.....	15
3.2.3 Laju Pertumbuhan Populasi <i>Mustela nigripes</i>	18

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan	23
4.2 Saran.....	23

DAFTAR PUSTAKA



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.2.1 : Aturan Mason.....	7
Gambar 2.2.2 : Digraph siklus kehidupan <i>Campanula americana</i>	8
Gambar 3.1.1 : Model Populasi <i>Mustela nigripes</i>	13
Gambar 3.2.1 : Metode Reduksi Graph.....	16
Gambar 3.2.2 : Fase pertumbuhan.....	18
Gambar 3.2.3 : Laju Pertumbuhan <i>Mustela nigripes</i>	22



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kehidupan individu dalam populasi dapat dipandang sebagai rangkaian fase kehidupan. Rangkaian fase kehidupan itu dapat digambarkan berupa suatu siklus hidup. Suatu siklus hidup dalam populasi mengakibatkan terjadinya perubahan dalam kehidupan yaitu terjadinya pertumbuhan, kemampuan bertahan hidup, dan proses reproduksi.

Pada kenyataannya suatu siklus kehidupan individu dalam suatu populasi pada ekologi adalah suatu objek diskrit sehingga untuk mempermudah proses pemahaman terhadap siklus kehidupan itu, siklus tersebut direpresentasikan dalam suatu graph siklus kehidupan. Suatu graph siklus kehidupan adalah suatu gambaran secara grafikal mengenai siklus kehidupan suatu populasi.

Karena siklus kehidupan tersebut selalu melibatkan tahapan-tahapan yang demikian (kelahiran, kematian, dan transisi-transisi antar setiap fase), maka diperlukan suatu metode untuk menentukan laju pertumbuhan suatu populasi.

Adapun pada tulisan ini metode yang digunakan adalah metode matriks proyeksi populasi dan reduksi graph. Dengan kedua metode ini akan ditentukan laju pertumbuhan dari populasi *Mustela nigripes*.

1.2 Perumusan Masalah

Bagaimana cara menentukan laju reproduksi (R_0) dari graph siklus kehidupan sehingga dapat diinterpretasikan secara biologi.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini masalah dibatasi hanya menggunakan graph siklus hidup betina dari populasi *Mustela nigripes*. Dengan asumsi betina yang mampu bereproduksi (subur) dan tanpa dipengaruhi oleh faktor lain, seperti berpenyakit atau mandul.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan laju reproduksi (R_0) dari populasi *Mustela nigripes* dengan pendekatan matriks proyeksi populasi dan reduksi graph.

1.5 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini dimulai dengan BAB I, membahas tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. BAB II, memuat teori dasar yang digunakan pada bab selanjutnya. Pada BAB III, berisi tentang ekologi, siklus hidup, dan model graph siklus hidup populasi *Mustela nigripes* serta pembahasan tentang analisis model yaitu perhitungan untuk menentukan laju reproduksi (R_0) dengan menggunakan metode matriks proyeksi populasi dan reduksi graph dari populasi *Mustela nigripes*. BAB IV memuat kesimpulan mengenai tugas akhir ini.

BAB II

LANDASAN TEORI

Berikut akan diberikan kajian pustaka mengenai matriks, nilai eigen dan vektor eigen maupun hal-hal yang berkaitan dengan analisis siklus kehidupan.

2.1 Matriks

2.1.1 Definisi-Definisi Matriks

Definisi 2.1.1 [1]

Suatu matriks (*matrix*) adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut *entri* dari matriks.

Ukuran (*size*) suatu matriks dinyatakan dalam jumlah baris (arah horizontal) dan kolom (arah vertikal) yang dimilikinya. Pada penulisan ukuran, bilangan pertama selalu menunjukkan jumlah baris dan bilangan kedua menunjukkan jumlah kolom. Suatu matriks yang hanya terdiri dari satu kolom disebut matriks kolom dan suatu matriks yang hanya terdiri dari satu baris disebut matriks baris. Matriks bujursangkar adalah matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Definisi 2.1.2 [1]

Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$ maka hasilkali (*product*) AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris i dan kolom j dari AB , pisahkanlah baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B . Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

Definisi 2.1.3 [1]

Jika A adalah matriks bujursangkar, dan jika terdapat matriks B yang ukurannya sama sedemikian rupa sehingga $AB = BA = I$, maka A disebut dapat dibalik (*invertible*) dan B disebut sebagai invers (*inverse*) dari A . Jika matriks B tidak dapat didefinisikan, maka A dinyatakan sebagai matriks singular.

2.1.2 Matriks Model Populasi [4]

Dari graph siklus hidup, matriks model populasi dapat di kelompokkan berdasarkan usia dan tahap-tahap (fase) yang dilalui dalam kehidupan. Model berdasarkan usia menyatakan dinamika populasi dengan membagi variabel usia yang kontinu menjadi stadium-stadium usia yang diskrit, masing-masing dalam rentang yang sama sedangkan model matriks yang didasarkan pada tahap yang dilalui (*stage based matrix model*), ukuran suatu populasi di hitung dari waktu t ke waktu $t + 1$ dengan mengalikan suatu matriks A dengan suatu vektor n (dalam hal ini n adalah populasi mula-mula) dengan persamaan $n(t + 1) = An(t)$. Nilai eigen λ pada matriks proyeksi populasi merupakan istilah untuk laju pertumbuhan dalam populasi, yaitu nilai eigen setelah tahapan-tahapan mencapai kestabilan dimana nilai λ tetap dari satu waktu ke waktu berikutnya.

Transisi-transisi antar tahap-tahap tersebut dikembangkan oleh laju vital yang menggambarkan proses-proses seperti pertumbuhan, fertilitas, kemampuan bertahan hidup bahkan peluang untuk menghasilkan keturunan. Setiap entri pada matriks transisi berkaitan dengan matriks Leslie yang menggunakan parameter usia untuk mengelompokkan individu serta berdasarkan kelamin untuk model demografiknya.

2.2 Graph

2.2.1 Definisi-Definisi Graph

Untuk memahami konsep tentang graph, berikut diberikan beberapa definisi-definisi yang nantinya dapat digunakan pada bab pembahasan.

Sebuah graph dikatakan terhubung jika setiap graph terdiri atas beberapa graph bagian. Komponen graph adalah jumlah maksimum graph bagian dari sebuah graph. Sebuah graph disebut terhubung (connected) jika graph tersebut hanya terdiri atas satu bagian (satu komponen).

Definisi 2.2.1 [5]

Sebuah himpunan pemotong (*cutset*) pada sebuah graph terhubung G adalah sebuah himpunan S yang memuat sisi-sisi dengan sifat-sifat sebagai berikut:

- Penghapusan semua sisi pada S membuat G menjadi tak terhubung
- Penghapusan beberapa sisi pada S (tapi tidak semuanya) tidak mengakibatkan G tak terhubung.

Definisi 2.2.2 [5]

Sebuah titik pemotong adalah sebuah titik tunggal yang penghapusannya mengakibatkan sebuah graph terhubung menjadi graph tak terhubung.

Definisi 2.2.3 [5]

Misalkan G adalah graph. Graph G dapat disajikan dalam bentuk matriks yang disebut matriks *adjacency* $B = [b_{ij}]$, yang setiap baris dan setiap kolom pada matriks tersebut bersesuaian dengan titik-titik pada graph G . Jika titik v_i terhubung dengan titik v_j dalam graph G maka $b_{ij} = 1$, dan jika titik v_i tidak terhubung dengan titik v_j dalam graph G maka $b_{ij} = 0$.

Suatu digraph (graph berarah) adalah himpunan titik-titik yang tidak kosong yang unsurnya disebut nodes atau *verteks* (simpul), dan himpunan garis-garis berarah yang menghubungkan *verteks-verteks* tersebut disebut *arc* (sisi).

Suatu digraph berbobot (D, W) adalah suatu digraph D yang memiliki bobot numerik yang ditandai pada setiap sisinya. Digraph-digraph berbobot memiliki suatu representasi matriks sebagai berikut :

$$\begin{array}{c} \text{ke verteks} \\ \left(\begin{array}{cccc} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{array} \right) \\ \text{dari verteks} \end{array}$$

w_{ij} adalah bobot sisi dari verteks v_i ke verteks v_j .

Suatu cycle adalah suatu perjalanan tertutup dari barisan sisi-sisi di D yang menghubungkan verteks $v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ik}, v_{i1}$ secara berurutan $v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ik}$ masing-masing berbeda kecuali verteks awal dan verteks akhir. Dalam tulisan ini, cycle diistilahkan dengan loop sebagaimana diambil dari literatur-literatur ekologi.

2.2.2 Reduksi Graph Untuk Menentukan R_0

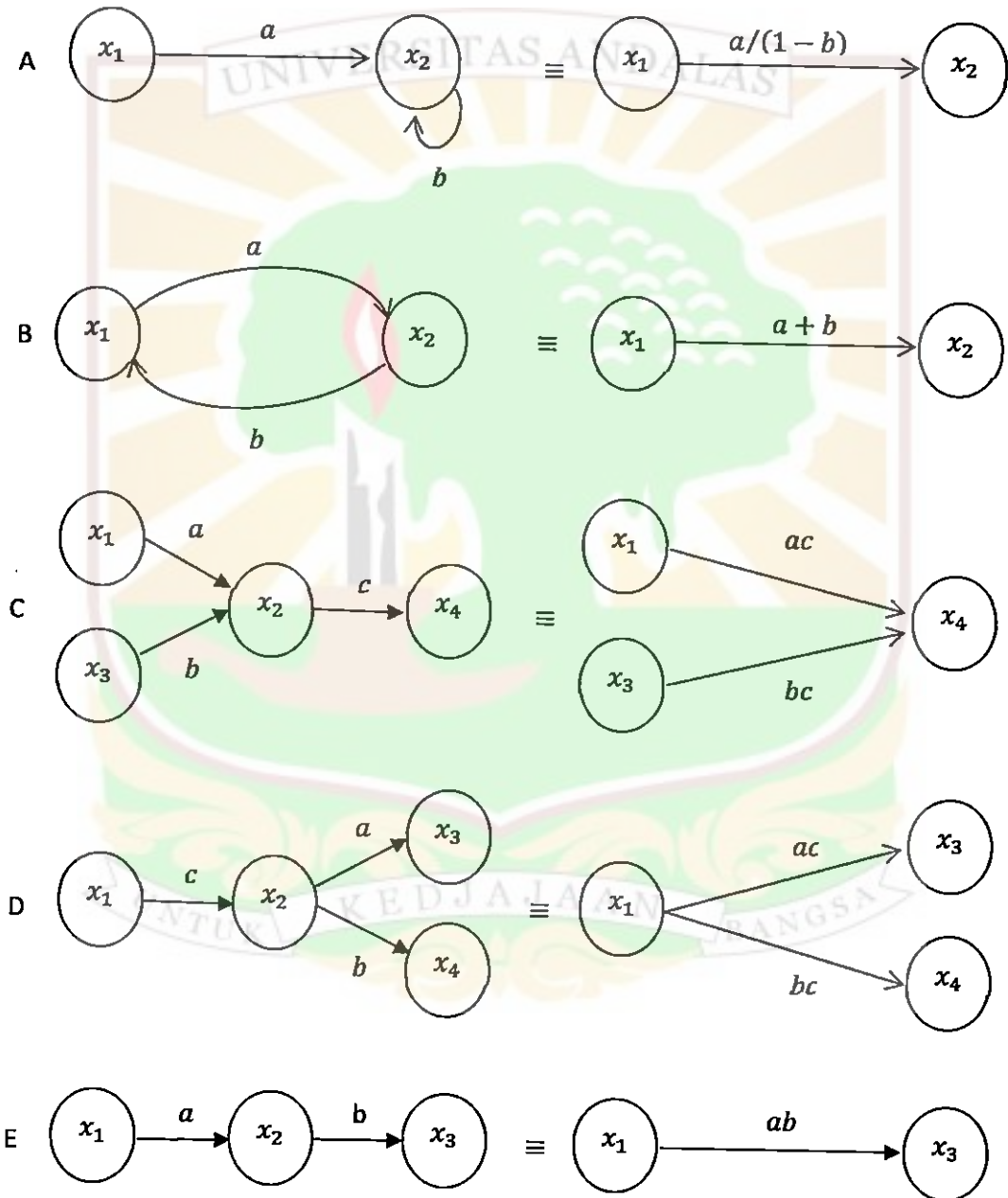
Untuk menghubungkan perhitungan dengan metode reduksi graph, akan ditinjau kembali persamaan $R_0 = \rho[F(I - T)^{-1}]$, sehingga menjadi

$$R_0 = \rho(R_0T + F) \tag{2.2.1}$$

dimana ρ menunjukkan radius spektral pada matriks $F(I - T)^{-1}$.

Dari persamaan (2.2.1) tersebut, misalkan $B = R_0T + F$ dan kemudian diberikan notasi nilai eigen dominan pada B , yaitu $G_B(R_0)$. Hubungan antara $G_B(R_0)$ dengan matriks A pada graph G_A adalah setiap entri pada $a_{ij} = t_{ij} + f_{ij}$ di G_A , diganti

dengan $b_{ij}R_0^{-1} = (R_0t_{ij} + f_{ij})R_0^{-1} = t_{ij} + f_{ij}R_0^{-1}$. Dengan kata lain, nilai eigen dominan $G_B(R_0)$ diperoleh dengan mengalikan matriks fekunditas F di G_A dengan R_0^{-1} [2]. Dalam mereduksi graph siklus kehidupan menjadi bentuk yang lebih sederhana digunakan sebuah aturan yang dinamakan dengan aturan mason [2]. Adapun aturan tersebut yaitu,



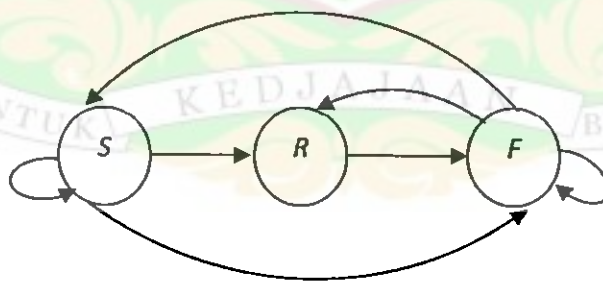
Gambar 2.2.1

Dimana (A) reduksi loop, (B) reduksi paralel dan (C),(D),(E) reduksi simpul x_2

2.2.3 Digraph Siklus Kehidupan [4]

Graph siklus kehidupan adalah suatu rangkaian aktivitas secara alami yang dialami oleh individu-individu dalam populasi berkaitan dengan perubahan-perubahan tahap-tahap dalam kehidupan. Verteks-verteks pada graph menggambarkan tahap-tahap pada kehidupan, garis penghubung (disebut *arc*) dari verteks j ke verteks i mengindikasikan bahwa suatu individu pada tahap j di waktu t dapat berkontribusi individu ke tahap i pada waktu $t + 1$.

Dalam suatu siklus kehidupan ada beberapa hal yang berpengaruh terhadap perkembangan suatu populasi, yaitu berkenaan dengan masalah kelahiran, kematian, kemampuan bertahan hidup hingga kepunahan. Pengaruh yang telah diuraikan diatas merupakan suatu bentuk bagian dari demografi yang dapat digunakan untuk menghitung kontribusi terpisah dari tipe-tipe sejarah kehidupan yang berbeda dari pertumbuhan populasi. Secara matematis, semua hal di atas dapat digambarkan dalam suatu representasi grafis berupa graph berarah dan berbobot. Suatu siklus kehidupan merupakan objek diskrit, sehingga siklus kehidupan dapat direpresentasikan dalam suatu bentuk digraph yaitu digraph siklus kehidupan sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar berikut :



Gambar 2.2.2 Digraph siklus kehidupan *Campanula americana*. Ada tiga tahap yang dilewati yaitu S = biji-biji yang dormant, R = pembuangan, F = individu yang sudah berbunga.

Representasi lain dari digraph siklus kehidupan tersebut adalah matriks, yaitu matriks proyeksi populasi, dinotasikan dengan A . Elemen ke (i, j) pada matriks populasi tidak nol. Oleh karena itu ada hubungan antara matriks proyeksi populasi n tahap dengan suatu digraph siklus kehidupan n verteks dimana *arc* (sisi) penghubung menghubungkan verteks-verteks yang berkaitan ke elemen-elemen tidak sama dengan nol pada matriks proyeksi.

2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

2.3.1 Definisi Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Dalam memperkirakan suatu populasi apakah akan dapat meningkat, menurun atau cenderung stabil, maka kita membutuhkan nilai eigen dan vektor eigen dengan definisi sebagai berikut.

Definisi 2.3.1 [1]

Jika A adalah sebuah matriks $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen (*eigenvector*) dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x , yaitu

$$Ax = \lambda x$$

untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen (*eigenvalue*) dari A , dan x disebut sebagai vektor eigen dari A yang terkait dengan λ .

2.3.2 Hubungan nilai eigen matriks A dengan R_0 [3]

Net Reproductive Rate (NRR) dinotasikan dengan R_0 . R_0 merupakan nilai eigen positif dominan dari matriks $F(I - T)^{-1}$ dengan $F + T = A$, maka nilai eigen pada matriks A tidak sama dengan nilai R_0 , namun demikian terdapat hubungan ekuivalen antara nilai eigen dominan matriks A dengan nilai R_0 .

Misalkan $A = F + T$ dan $R = F(I - T)^{-1}$. Kemudian misalkan juga nilai eigen dominan dari A adalah $\rho(A) = \lambda$ dan nilai eigen dominan dari R adalah $\rho(R) = R_0$. Karena A dan R adalah matriks *non-negative* dan *irreducible* maka menurut teorema Ferron-Frobenious, haruslah $\lambda > 0$ dan $R_0 > 0$. Untuk $R_0 > 1$ berlaku ketaksamaan berikut:

$$T + \frac{F}{R_0} < T + F < R_0 + F \quad (2.3.1)$$

Sedangkan untuk $R_0 < 1$ berlaku :

$$R_0 T + F < T + F < T + \frac{F}{R_0} \quad (2.3.2)$$

Menurut hubungan ketaksamaan matriks dengan nilai eigen dominan berdasarkan (2.2.1) dan (2.3.2) diperoleh :

$$\rho\left(T + \frac{F}{R_0}\right) < \rho(T + F) < \rho(R_0 T + F) \quad (2.3.3)$$

Sedangkan untuk $R_0 < 1$ berlaku :

$$\rho(R_0 T + F) < \rho(T + F) < \rho\left(T + \frac{F}{R_0}\right) \quad (2.3.4)$$

Karena R adalah matriks *non-negative*, maka menurut teorema Ferron-Frobenius terdapat vektor eigen kiri ψ^T dengan entri-entri *non-negative* yang berkaitan dengan nilai eigen dominan R_0 , sehingga berlaku :

$$R_0 \psi^T = \psi^T R_0 = \psi^T F(I - T)^{-1} \quad (2.3.5)$$

Sehingga diperoleh :

$$\psi^T = \psi^T \left(T + \frac{F}{R_0}\right)$$

Karena $\left(T + \frac{F}{R_0}\right)$ *non-negative irreducible*, haruslah :

$$\rho\left(T + \frac{F}{R_0}\right) = 1 \quad (2.3.6)$$

Berdasarkan (2.3.4) juga dapat diperoleh :

$$y^T(R_0T + F) = R_0y^T$$

Karena $(R_0T + F)$ *non-negative irreducible*, haruslah :

$$\rho(R_0T + F) = R_0 \quad (2.3.7)$$

Berdasarkan (2.3.5) dan (2.3.6), maka dari ketaksamaan (2.3.2) dan (2.3.3) diperoleh $1 < \lambda < R_0$, untuk $R_0 > 1$ dan $R_0 < \lambda < 1$, untuk $R_0 < 1$.

2.4 Pertumbuhan Populasi [6]

Pertumbuhan populasi di tunjukkan dengan bertambahnya populasi menurut waktu. Pertumbuhan populasi dipengaruhi oleh faktor eksternal dan internal yang ada dalam populasi. Faktor eksternal diantaranya adalah suhu, aliran air, jenis makanan dan sebagainya. Faktor internal adalah kelahiran, kematian, penuaan (umur panjang) yang meliputi persaingan hidup dalam mencari makanan, kapasitas reproduksi, masa reproduksi dan sebagainya.

Ada empat peubah/parameter yang menentukan kepadatan populasi yaitu *natalitas* (kelahiran), *mortalitas* (kematian), *imigrasi* (masuknya anggota populasi dari daerah yang lain) dan *emigrasi* (keluarnya anggota populasi ke daerah yang lain). Resultan dari ke empat peubah tersebut menentukan apakah pertumbuhan populasi menjadi positif atau negatif. Pada tulisan ini hanya dibahas berdasarkan kelahiran dan kematian. Jika pertumbuhan populasi positif maka jelas kepadatan populasi meningkat. Sebaliknya, jika pertumbuhan populasi negatif maka terjadi penurunan kepadatan populasi, bahkan dapat terjadi kepunahan jika penurunan setelah melewati titik nol. Suatu populasi dikatakan tumbuh jika $\lambda > 1$ atau $R_0 > 1$, populasi menurun jika $\lambda < 1$ dan $\lambda = 1$, maka populasi akan stabil. [2]

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Formulasi Model

Dalam sub bab ini berisi tentang informasi yang berkaitan dengan populasi *Mustela nigripes* dimana terdiri atas ekologi, siklus hidup, dan model dari populasi.[7]

3.1.1 Ekologi Populasi *Mustela nigripes*

Mustela nigripes (musang berkaki hitam) adalah karnivora kecil padang rumput Amerika utara. Mereka merupakan anggota keluarga *Mustelidae* atau musang. Musang ini berbeda dari spesies yang ditemukan di daerah lain. Bagian atas kepala dan dahi berwarna coklat gelap, kaki hitam dan ujung ekor hitam. Musang berkaki hitam tumbuh dengan panjang 20-24 inci termasuk ekor 5-6 inci dan beratnya sampai dua setengah kilogram. Tubuh jantan sedikit lebih besar dari pada tubuh betina yang panjang dan ramping dengan kaki pendek. Musang berkaki hitam memiliki kaki depan yang besar yang digunakannya untuk menggali. Hewan malam hari atau nokturnal ini memburu hewan pengerat, *prairie dog* (tupai tanah) sebagai makanan utama. Meskipun mereka juga makan tikus dan mamalia kecil lainnya, burung, dan serangga. Hewan berkaki hitam ini menghabiskan sekitar 99 persen waktu mereka dari bawah tanah.

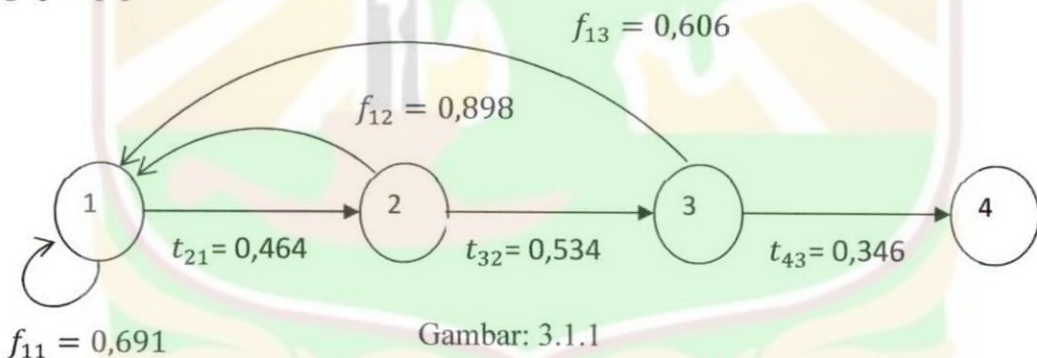
3.1.2 Siklus Hidup Populasi *Mustela nigripes*

Musim kawin terjadi pada musim semi selama bulan maret dan april. Awal reproduksi ketika berumur sekitar 12 bulan. Proses kehamilan berlangsung 41-43 hari. Jumlah anak yang lahir berkisar dari 1 sampai 7, tapi paling sering hanya 3

atau 4 dilahirkan. Anak musang lahir ditutupi dengan bulu putih yang halus. Tanda bercak hitam timbul ketika berumur sekitar tiga minggu dan membuka mata mereka ketika berumur satu bulan. Kemudian keluar dari liang ke atas tanah ketika mereka berumur sekitar 42 hari. Musang ini tinggal dengan induk mereka sampai musim gugur. Jangka hidup rata-rata untuk musang ini adalah tiga sampai lima tahun.

3.1.3 Model Populasi *Mustela nigripes*

Model siklus hidup *Mustela nigripes* diasumsikan dominasi demografi betina, maka menggunakan tingkat kelangsungan hidup betina dari populasi *Mustela nigripes*, dengan betina yang subur dan tanpa dipengaruhi oleh faktor lain (berpenyakit) atau mandul. Berikut diberikan gambar dari siklus hidup *Mustela nigripes*. [7]



Pada gambar 3.1.1 lingkaran menunjukkan fase atau kelas umur. Dimana model memiliki empat fase, yaitu fase 1, 2, 3 dan 4. Panah menggambarkan tingkat hidup atau kesuburan. Sedangkan $F = [f_{ij}]$ merupakan laju reproduksi atau fekunditas yaitu banyaknya individu baru yang dihasilkan pada fase j selama periode i ke j dimana $[f_{ij}] \geq 0$, dan $T = [t_{ij}]$ menyatakan kelangsungan hidup atau transisi yaitu peluang (banyaknya) individu yang bertahan hidup pada fase j ke i dimana $0 \leq t_{ij} \leq 1$.

3.2 ANALISIS MODEL

Dalam sub bab ini akan dibahas tentang metode matriks proyeksi populasi dan reduksi graph dimana dari kedua metode ini akan di tentukan R_0 dari populasi *Mustela nigripes* sehingga dapat diketahui laju pertumbuhan dari populasi tersebut.

3.2.1 Metode Matriks Proyeksi Populasi

Metode ini menggunakan aplikasi dari matriks $A = F + T$ dengan F merupakan fekunditas dan T merupakan transisi dari matriks A . Untuk menentukan R_0 dari sebuah siklus kehidupan suatu populasi, maka dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut. [2]

$$R_0 = \rho[F(I - T)^{-1}]$$

dimana ρ merupakan radius spektral terbesar dan I adalah matriks identitas.

Dari model graph siklus hidup *Mustela nigripes* diatas diketahui bahwa matriks proyeksi populasi sebagai berikut. [7]

$$A = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix}$$

Karena $A = F + T$, maka diperoleh

$$F = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka dapat ditentukan R_0 dengan uraian sebagai berikut.

$$(I - T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,464 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,534 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,346 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,464 & 1 & 0 & 0 \\ 0,24778 & 0,534 & 1 & 0 \\ 0,08573 & 0,18476 & 0,346 & 1 \end{bmatrix} \text{ sehingga,}$$

$$F(I - T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,464 & 1 & 0 & 0 \\ 0,24778 & 0,534 & 1 & 0 \\ 0,08573 & 0,18476 & 0,346 & 1 \end{bmatrix}$$

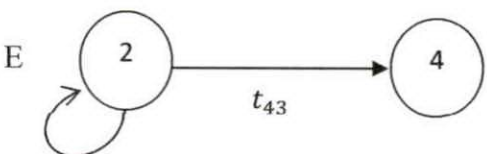
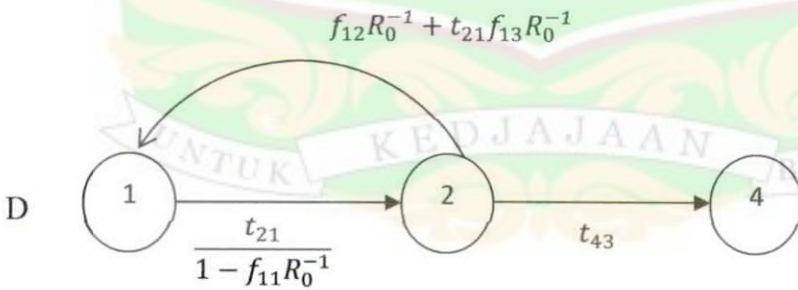
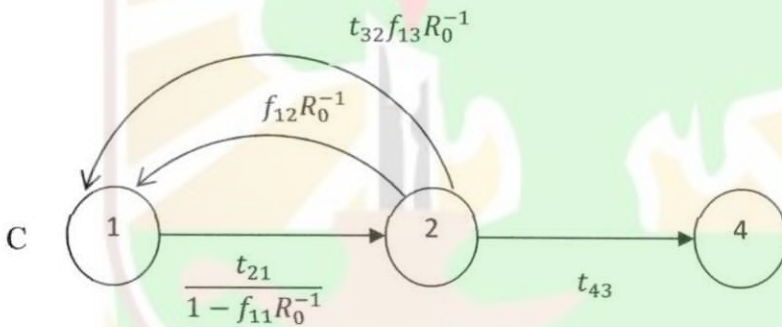
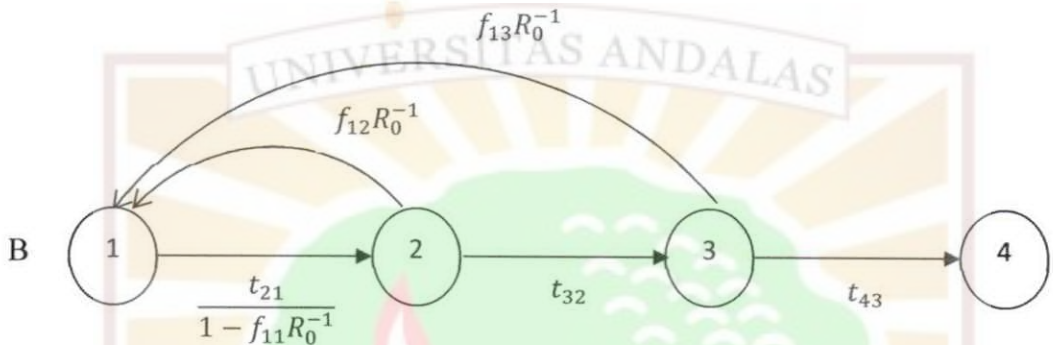
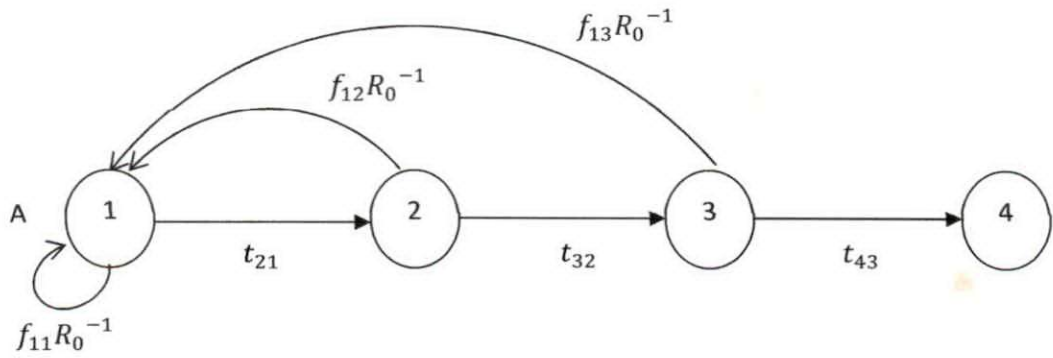
$$= \begin{bmatrix} 1,2578 & 1,2216 & 0,606 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Karena ρ merupakan radius spektral terbesar dari matriks $[F(I - T)^{-1}]$ sehingga diperoleh $R_0 = 1,2578$.

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan R_0 dengan metode reduksi graph, adapun uraian dari perhitungan ini sebagai berikut.

3.2.2 Metode Reduksi Graph

Pada metode ini R_0 diperoleh dengan cara mereduksi graph siklus kehidupan menjadi bentuk yang lebih sederhana. Dalam proses reduksi tersebut digunakan aturan mason. Untuk graph siklus hidup *Mustela nigripes* dapat ditentukan R_0 sebagai berikut.



$$\frac{t_{21}}{1 - f_{11}R_0^{-1}} (f_{12}R_0^{-1} + t_{32}f_{13}R_0^{-1})$$

Gambar 3.2.1 dimana : (A) graph awal, (B) reduksi loop pada simpul 1, (C) reduksi simpul 3, (D) reduksi paralel sisi f_{12} dan (E) reduksi simpul 1.

Dari hasil reduksi graph diatas, diperoleh suatu bentuk persamaan yaitu

$$\frac{t_{21}}{1 - f_{11}R_0^{-1}}(f_{12}R_0^{-1} + t_{32}f_{13}R_0^{-1})$$

Sehingga dengan melakukan manipulasi aljabar dapat ditentukan R_0 seperti yang diuraikan berikut ini.

$$\frac{t_{21}}{1 - f_{11}R_0^{-1}}(f_{12}R_0^{-1} + t_{32}f_{13}R_0^{-1}) = 1$$

$$t_{21}(f_{12}R_0^{-1} + t_{32}f_{13}R_0^{-1}) = 1 - f_{11}R_0^{-1}$$

$$(t_{21}f_{12}R_0^{-1} + t_{21}t_{32}f_{13}R_0^{-1} + f_{11}R_0^{-1}) = 1$$

$$(t_{21}f_{12} + t_{21}t_{32}f_{13} + f_{11})R_0^{-1} = 1$$

$$R_0 = f_{11} + t_{21}f_{12} + t_{21}t_{32}f_{13}$$

dengan mensubstitusikan nilai f dan t yang telah diketahui pada model maka diperoleh,

$$R_0 = 0,691 + (0,464)(0,898) + (0,464)(0,534)(0,606)$$

$$R_0 = 0,691 + 0,4167 + 0,1501$$

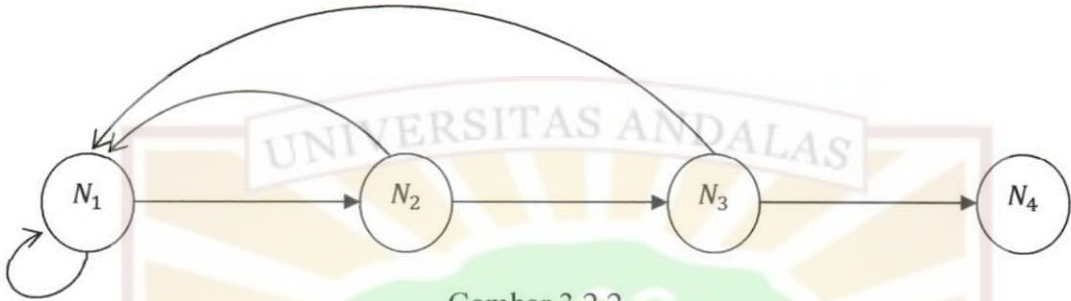
$$R_0 = 1,2578$$

Dari kedua metode diatas diperoleh R_0 yang sama yaitu sebesar 1,2578, maka berdasarkan [2] dapat disimpulkan bahwa laju reproduksi populasi *Mustela nigripes* meningkat.

Pada reduksi graph terlihat bahwa fase (4) keluar dari siklus, hal ini dapat diartikan bahwa pada fase ini tidak terjadi reproduksi (non produktif), yang disebabkan oleh faktor usia yang sudah tua.

3.2.3 Laju Pertumbuhan Populasi *Mustela nigripes*

Untuk mengetahui laju pertumbuhan populasi *Mustela nigripes* dari waktu t (bulan) ke $t + 1$ pada masing-masing fase dapat ditentukan, berikut digambarkan fase pertumbuhan populasi *Mustela nigripes*.



Gambar 3.2.2

dengan N_i = banyaknya populasi pada fase ke- i

$$A = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \text{ maka,}$$

$$\begin{bmatrix} N_1(t+1) \\ N_2(t+1) \\ N_3(t+1) \\ N_4(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \\ N_3(t) \\ N_4(t) \end{bmatrix}$$

atau dapat juga ditulis,

$$N(t+1) = A N(t) \dots \dots \dots 3.2.3$$

untuk $t = 0, 1, 2, \dots$, maka

$$N(1) = A N(0)$$

$$N(2) = A N(1) = A(A N(0)) = A^2 N(0)$$

$$N(3) = A N(2) = A(A^2 N(0)) = A^3 N(0)$$

⋮

$$N(t) = A^t N(0)$$

Dengan mengaplikasikan persamaan 3.2.3 diatas, maka untuk mengetahui laju dari pertumbuhan populasi *Mustela nigripes*, misalkan populasi awal sebagai berikut.

$$\text{Misal } N(0) = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ dapat ditentukan } N(t) \text{ yaitu,}$$

$$N(1) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,691 \\ 0,464 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N(2) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,691 \\ 0,464 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89415 \\ 0,32062 \\ 0,24778 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N(3) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,89415 \\ 0,32062 \\ 0,24778 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0559 \\ 0,41489 \\ 0,17121 \\ 8,5732 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$N(4) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,0559 \\ 0,41489 \\ 0,17121 \\ 8,5732 \times 10^{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,206 \\ 0,48994 \\ 0,22155 \\ 5,9239 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$N(5) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,206 \\ 0,48994 \\ 0,22155 \\ 5,9239 \times 10^{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,4076 \\ 0,55958 \\ 0,26163 \\ 7,6656 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$N(6) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,4076 \\ 0,55958 \\ 0,26163 \\ 7,6656 \times 10^{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,6337 \\ 0,65313 \\ 0,29882 \\ 9,0524 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$N(7) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,6337 \\ 0,65313 \\ 0,29882 \\ 9,0524 \times 10^{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,8965 \\ 0,75804 \\ 0,34877 \\ 0,10339 \end{bmatrix}$$

$$N(8) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,8965 \\ 0,75804 \\ 0,34877 \\ 0,10339 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,2026 \\ 0,87998 \\ 0,40479 \\ 0,12067 \end{bmatrix}$$

$$N(9) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,2026 \\ 0,87998 \\ 0,40479 \\ 0,12067 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5575 \\ 1,022 \\ 0,46991 \\ 0,14006 \end{bmatrix}$$

$$N(10) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,5575 \\ 1,022 \\ 0,46991 \\ 0,14006 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,9698 \\ 1,1867 \\ 0,54575 \\ 0,16259 \end{bmatrix}$$

$$N(11) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,9698 \\ 1,1867 \\ 0,54575 \\ 0,16259 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,4485 \\ 1,378 \\ 0,6337 \\ 0,18883 \end{bmatrix}$$

$$N(12) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3,4485 \\ 1,378 \\ 0,6337 \\ 0,18883 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,0044 \\ 1,6001 \\ 0,73585 \\ 0,21926 \end{bmatrix}$$

$$N(13) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,0044 \\ 1,6001 \\ 0,73585 \\ 0,21926 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,6499 \\ 1,858 \\ 0,85445 \\ 0,2546 \end{bmatrix}$$

$$N(14) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,6499 \\ 1,858 \\ 0,85445 \\ 0,2546 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,3994 \\ 2,1576 \\ 0,99217 \\ 0,29564 \end{bmatrix}$$

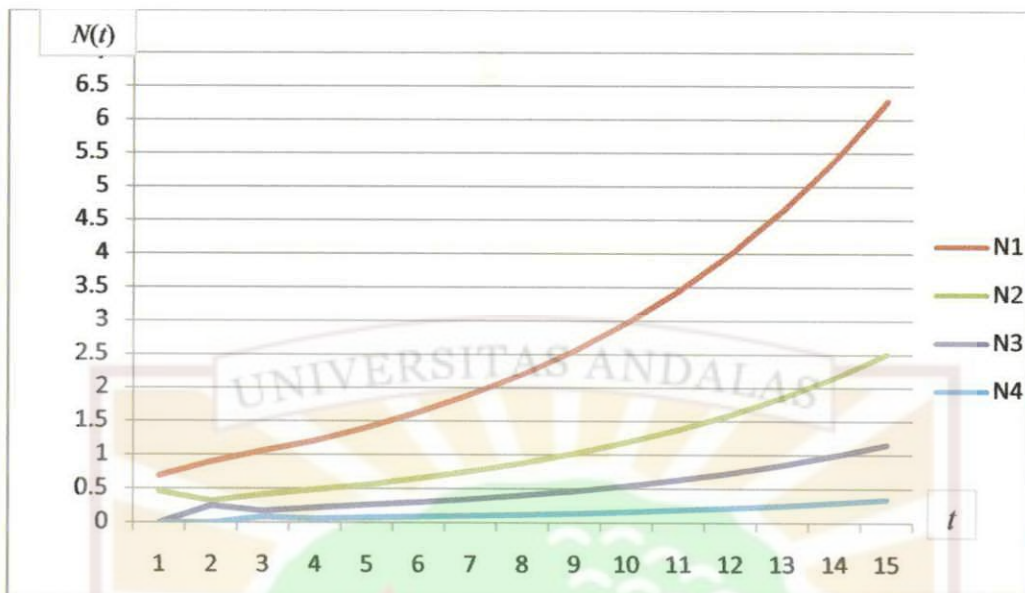
$$N(15) = \begin{bmatrix} 0,691 & 0,898 & 0,606 & 0 \\ 0,464 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,534 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,346 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5,3994 \\ 2,1576 \\ 0,99217 \\ 0,29564 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,2698 \\ 2,5053 \\ 1,1522 \\ 0,34329 \end{bmatrix}$$

Perhitungan dilakukan sampai $t = 15$, karena dari hasil yang tampak sudah menunjukkan pola dari pertumbuhan populasi *Mustela nigripes*. Selanjutnya hasil perhitungan akan disajikan dalam sebuah tabel dan grafik laju pertumbuhan populasi *Mustela nigripes*.

Tabel: Laju Pertumbuhan Populasi *Mustela nigripes*.

t	N_1	N_2	N_3	N_4
1	0,691	0,464	0	0
2	0,89415	0,32062	0,24778	0
3	1,0559	0,41489	0,17121	0,085732
4	1,206	0,48994	0,22155	0,059239
5	1,4076	0,55958	0,26163	0,076656
6	1,6337	0,65313	0,29882	0,090524
7	1,8965	0,75804	0,34877	0,10339
8	2,2026	0,87998	0,40479	0,12067
9	2,5575	1,022	0,46991	0,14006
10	2,9698	1,1867	0,54575	0,16259
11	3,4485	1,378	0,6337	0,18883
12	4,0044	1,6001	0,73585	0,21926
13	4,6499	1,858	0,85445	0,2546
14	5,3994	2,1576	0,99217	0,29564
15	6,2698	2,5053	1,1522	0,34329

Grafik Laju Pertumbuhan Populasi *Mustela nigripes*



Gambar 3.2.3

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa laju pertumbuhan *Mustela nigripes* cenderung meningkat. Pada fase N_1 grafik naik, ini menunjukkan bahwa populasi pada tahap ini mengalami pertumbuhan yang pesat. Untuk N_2 terlihat bahwa pertumbuhan populasi di awal fase ini tampak turun yaitu pada $t = 2$ dengan $N_2 = 0,32062$ dan pada t selanjutnya pertumbuhan meningkat normal. Sedangkan pada N_3 di awal fase tampak pertumbuhan naik kemudian pada $t = 3$ pertumbuhan populasi menurun hal ini terlihat dari nilai $N_3 = 0,17121$ dan selanjutnya meningkat normal. Sementara untuk N_4 tidak terjadinya perubahan yang mencolok dari pertumbuhan populasi *Mustela nigripes* sehingga dapat juga diasumsikan bahwa pada fase ini pertumbuhan lambat, dengan kata lain berkurangnya populasi yang menepati fase ini.

BAB IV

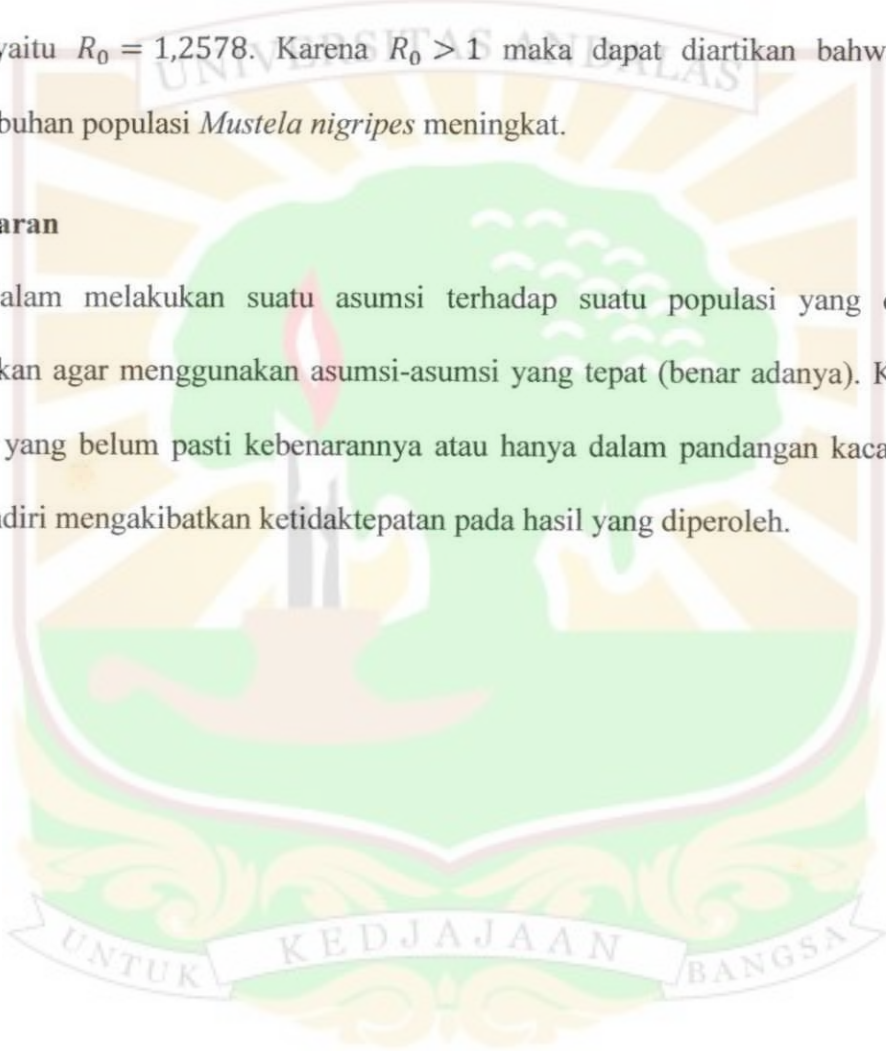
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Tingkat reproduksi R_0 dari populasi *Mustela nigripes* dengan menggunakan pendekatan matriks proyeksi populasi dan reduksi graph diperoleh nilai yang sama yaitu $R_0 = 1,2578$. Karena $R_0 > 1$ maka dapat diartikan bahwa laju pertumbuhan populasi *Mustela nigripes* meningkat.

4.2 Saran

Dalam melakukan suatu asumsi terhadap suatu populasi yang diteliti disarankan agar menggunakan asumsi-asumsi yang tepat (benar adanya). Karena asumsi yang belum pasti kebenarannya atau hanya dalam pandangan kaca mata kita sendiri mengakibatkan ketidaktepatan pada hasil yang diperoleh.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, H dan Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi Jilid 1*.
Alih Bahasa: Refina Idriasari, Irzan Harmein. Erlangga, Jakarta.
- [2] Beck, C dan Lewis, M.A. 2007. *A New Method for Calculating Net Reproductive Rate from Graph Reduction with Applications to the Control of Invasive Species*. Bulletin of Mathematical biology.
- [3] Analisis dan Simulasi Model Populasi Nyamuk dengan Mempertimbangkan Bentuk Geometri Habitat. *Tesis S-2*, tidak diterbitkan.
- [4] <http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/20555/4Chapter%20I.pdf>.
Tanggal akses 10 September 2010, pukul 11.45 WIB
- [5] <http://www.scribd.com/doc/45799528/Matriks/matriks-keterhubungan-suatu-graph>.
Tanggal akses 1 Januari 2011, pukul 09.00 WIB.
- [6] <http://gudang.makalah.blogspot.com/2011/03/tesis/model-pertumbuhan-populasi>.
Tanggal akses 26 Mei 2011, pukul 13.51 WIB.
- [7] http://www.azgfd.gov/w_c/blackfooted_ferret.shtml. Tanggal akses 8 Juni 2011, pukul 13.49 WIB.