# ANALISIS MODEL LOGISTIK UNTUK POPULASI DENGAN SPESIES TUNGGAL

**SKRIPSI**

**DODI AFDALUDIN**
**07 134 077**

**JURUSAN MATEMATIKA**
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS ANDALAS**
**PADANG 2011**

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena berkat rahmat dan petunjuk-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul "**Analisis Model Untuk Populasi Dengan Spesies Tunggal**". Penulisan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan studi di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang.

Seiring dengan ucapan terima kasih penulis kepada orang tua tercinta, Ibunda tersayang Juida, Ayahanda Radin (Alm), Paman Alex Arao,SPd. Abang,Kakak,adik-adik beserta keluarga, pada kesempatan ini penulis juga ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Syafrizal Sy selaku ketua jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang.
2. Bapak Efendi, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah banyak memberikan arahan kepada penulis sampai selesainya tugas akhir ini.
3. Bapak Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si dan Bapak Budi Rudianto, M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan arahan kepada penulis.
4. Bapak Prof Dr. I Made Arnawa selaku Koordinator *Basic Science* Matematika yang telah memberikan arahan dan motivasi kepada penulis.
5. Bapak Ir. Werman Kasoep, M.Kom selaku Penasehat Akademik yang telah memberi motivasi kepada penulis.

6. Bapak/ Ibu Dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas yang telah memberikan petunjuk dan arahan selama menyelesaikan tugas akhir ini.
7. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebanyak-banyaknya pada teman-teman Basic Sience 07 Matematika dan Fisika yang telah memberikan masukan pikiran maupun tenaganya.
8. Penulis mengucapkan terima kasih banyak pada Abang Dedi dan Paman Y.Kurniawan yang telah memberikan materil maupun moril.
9. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa masih banyak terdapat kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Untuk itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga apa yang terdapat dalam skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin Ya Rabb.



Padang, Juli 2011

Penulis

# ABSTRAK

Model pertumbuhan populasi versi Malthus dimodifikasi dengan mempertimbangkan ketersediaan logistik, kajian ini telah dimodelkan oleh Verhulst pada tahun 1830. Pada skripsi ini dikaji kembali analisis dan simulasi berkaitan dengan model Verhulst. Kesimpulan pertumbuhan populasi tanpa batas. Dapat dihindari dengan adanya batasan logistik.

Kata kunci : Model Malhtus, Model Verhults.

ABSTRACT

Version of Malthus' population growth model modified to consider the availability of logistics, this study has been modeled by Verhulst in 1830. In this thesis reexamined the analysis and simulations related to the Verhulst model. Conclusion population growth indefinitely. Can be avoided by the existence of logistical constraints.


Key words: Model Malhtus, Model Verhults.

**DAFTAR ISI**

Halaman

## DAFTAR GAMBAR

Halaman

# DAFTAR TABEL

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan masyarakat, manusia tidak lepas dari berbagai macam permasalahan. Permasalahan-permasalahan tersebut menyangkut berbagai aspek, dimana dalam penyelesaiannya diperlukan sebuah pemahaman melalui suatu metode dan ilmu bantu tertentu. Salah satu ilmu bantu yang dapat digunakan adalah Matematika. Sedangkan Matematika sendiri merupakan alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman dan analisis masalah. Karena dalam bahasan Matematika, suatu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, dipahami, dianalisis, dan dipecahkan. Untuk keperluan tersebut, maka pertama dicari pokok masalahnya, kemudian dibuat rumusan atau model matematikanya, sehingga masalah lebih mudah dipecahkan (Purwanto, 1998:1).

Dalam bidang Matematika Biologi, Matematika digunakan untuk mencoba memahami berbagai gejala biologis. Sebagai salah satu dari gagasan yang paling tua, matematika bisa digunakan untuk model perubahan-perubahan di dalam ukuran berbagai populasi. Model populasi Malthus meramalkan pertumbuhan pemusnahan populasi tanpa batas atau tak bisa terelakkan. Itu bergantung pada laju pertumbuhan dari populasi.

Model logistik adalah suatu modifikasi model Malthus. Model logistik terlebih dulu yang diselidiki oleh PF. Verhults pada tahun 1830. Model ini menganalisis laju pertumbuhan dan daya dukung lingkungan. PF. Verhults mempelajari gagasan ini menggunakan data dari Amerika Serikat untuk meramalkan populasi US., Lipkin dan Tukang besi (2006). Pada model Malthus populasi bisa berkembang menuju tak hingga, sesuatu yang tidak mungkin terjadi didunia nyata.

Model logistik dapat digunakan untuk model laju pertumbuhan dari populasi, seperti populasi manusia, binatang, ikan di danau, dan pohon-pohon di hutan. Waktu Tunda atau penyimpangan waktu penting bagi modeling dunia nyata karena sering kali membuat berdasar pada informasi historis. untuk mempertimbangkan model populasi di mana laju pertumbuhan populasi tidak hanya bergantung pada ukuran model logistik dengan tanpa waktu tunda sudah dipelajari oleh banyak pengarang. Nicholson di Barnes dan Fulford (2002) dalam jurnal *stability analysis of logistic population model.* Pada skripsi ini akan dibahas model logistik dan diberikan suatu contoh kasus.

**1.2 Perumusan Masalah**

Dalam masalah ini diberikan suatu rumusan masalah tentang bagaimanakah model logistik untuk populasi dengan spesies tunggal.

**1.3 Pembatasan Masalah**

Dalam hal ini penulis membatasi permasalahannya pada Analisis Model Logistik Untuk Populasi Dengan Spesies Tunggal

**1.4 Manfaat Penulisan**

Penulisan ini diharapkan dapat memberikan kontribusi pengetahuan terhadap Analisis Model Logistik Untuk Populasi Dengan Spesies Tunggal

## 1.5 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah menganalisis model logistik untuk populasi dengan spesies tunggal.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari IV BAB, yaitu :

**BAB I : Pendahuluan**

Pada BAB ini mejelaskan tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, manfaat penulisan, tujuan penulisan, sistematika penulisan.

**BAB II : Landasan Teori**

Pada BAB ini menjelaskan tentang teori-teori yang melandasi dan berkaitan dengan penjelasan pada bab sebelumnya.

**BAB III : Pembahasan**

Pada BAB ini akan dibahas tentang Analisis Model Untuk Populasi Dengan Spesies Tunggal

**BAB IV : Kesimpulan**

Pada BAB ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya.

# BAB II

# LANDASAN TEORI

Pada bagian ini diberikan landasan teori yang akan dipakai untuk memodelkan dan menganalisis populasi spesies tunggal

## 2.1 Persamaan diferensial

**Definisi 2.1.1[5]**

Persamaan yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu atau lebih peubah bebas disebut persamaan diferensial.

**Definisi 2.1.2[6]**

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang terdiri dari satu atau lebih variabel terikat dengan satu variabel bebas.

**Contoh:**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \mathrm{xy}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^4} + 5\,\frac{d^2x}{dt^2} + 3x = sint$$

## 2.2 Model matematika

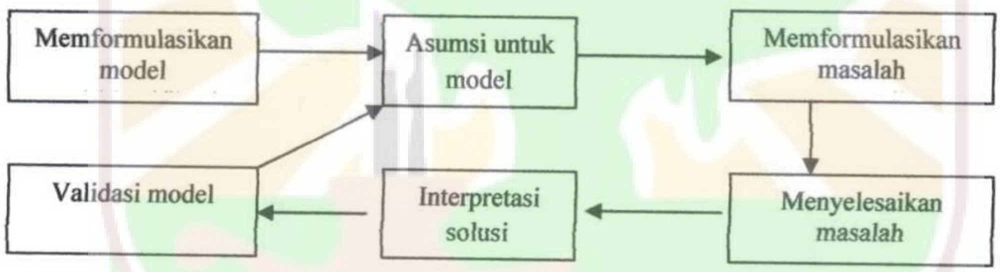
**Definisi 2.2.1[3]**

Model adalah suatu konsep atau objek yang digunakan untuk menggambar suatu kenyataan untuk mendapatkan suatu bentuk yang dapat dipahami.

**Definisi 2.2.2[2]**

Model matematika adalah sebuah model yang bagian – bagiannya merupakan konsep matematika, seperti konstanta, variabel, fungsi, persamaan, pertidaksamaan dan sebagainya.

Dari definisi diatas dapat disimpulkan bahwa model matematika yang dapat menggambarkan perilaku dari system. Dalam menyusun sebuah model harus mengetahui hubungan antara matematika dengan system yang akan didekati, khususnya faktor-faktor yang berkaitan dengan system tersebut. Pendekatan model yang digunakan sangat bergantung pada pendekatan yang ingin dicapai. (Nugroho,2000:1).




**Langkah- langkah pemodelan dapat dijelaskan sebagai berikut:**

***Langkah 1*: Identifikasi masalah**

Pemodelan harus mempunyai kemampuan yang cukup dalam formulasi ferbal agar masalah bisa translasikan kedalam bahasa matematika. Translasi ini akan terus diselesaikan pada langkah berikutnya.

***Langkah 2*: Menyelesaikan atau menginterpretasi model**

Sekarang perhatikan semua sub model untuk melihat apakah model yang disusun sudah cukup. Selanjutnya model tersebut akan diselesaikan secara matematika. Dalam hal ini model yang digunakan dan penyelesaiannya menggunakan persamaan deferensial. Seringkali disini mengalami kesulitan untuk menyelesaikan model dan interpretasi model. Dalam kondisi ini kembali ke langkah 2 dan membuat asumsi sederhana tambahan atau kembali ke langkah 1 untuk membuat definisi ulang dari permasalahan penyederhanaan atau definisi ulang sebuah model merupakan bagian yang penting dalam matematika modern.

**Langkah 3: Verifikasi Model**

Sebelum menggunakan model untuk menyimpulkan kejadian dunia nyata model tersebut mesti diuji. Ada beberapa pertanyaan yang diperlukan yang diajukan sebelum melakukan uji dan pengumpulan data. Pertama, apakah model menjawab masalah yang telah diidentifikasi pada langkah 1 atau apakah menyimpang dari isu utama seperti yang dikontruksi dalam model. Kedua, apakah model membuat pemikiran yang sehat. Ketiga, bisakah mengumpulkan data untuk menguji dan mengoperasikan model dan apakah model memenuhi syarat bila diuji. Dalam membuat desain sebuah tes untuk model yang dibuat sebaiknya menggunakan data aktual yang diperoleh dari observasi empirik. (Baiduri,2002: dalam [Fakhrina Amaliyah: 20-21])

Banyak masalah lain diluar matematika dapat diselesaikan dengan menggunakan ilmu Matematika. Kebanyakan berupa kejadian, fenomena atau pengalaman yang dinyatakan dalam besaran kuantitatif, serta disimbulkan dengan kosa kata matematika.

## 2.3. Titik kritis

**Definisi 2.3.1[6]**

$\dot{x} = f(x, y),\ \dot{y} = g(x, y)$ ....................................... (2.3.1)

Titik kritis $(x_0, y_0)$ disebut stabil dari (2.3.1) jika $f(x_0, y_0) = 0$ dan $g(x_0, y_0) = 0$ Karena turunan suatu konstanta sama dengan nol, akibatnya jika titik $(x_0, y_0)$ merupakan titik kritis dari (2.3.1) maka penyelesaian dari (2.3.1) untuk semua t adalah fungsi konstanta.

$x(t) = x_0, \quad y(t) = y_0$ ....................................... (2.3.2)

Dalam banyak keadaan penting mengetahui apakah setiap penyelesaian dari (2.3.1) yang memulai cukup dekat dengan penyelesaian (2.3.2) pada $t = 0$ akan tetap dekat dengan (2.3.2) Untuk seluruh waktu $t > 0$ berikutnya. Jika halnya, penyelesaian (2.3.2), atau titik kritis $(x_0, y_0)$ disebut stabil.

**Contoh 1 :**

Buktikan bahwa titik kritis (0,0) adalah stabil. Misalkan diberikan :

$\varepsilon > 0 \ \dot{x} = -x,\ \dot{y} = -y$

adalah stabil asimtotis.

**Penyelesaian :**

Mula-mula, kita harus membuktikan bahwa (0,0) adalah stabil. Misalkan diberikan $\varepsilon > 0$. pilih $\delta = \varepsilon$. Penyelesaian umum berbentuk $x(t) = c_1 e^{-t}$, $y(t) = c_2 e^{-t}$, dengan $c_1$ dan $c_2$ konstanta sebarang. Disini $x_0 = y_0 = 0$, $x(0) = c_1$, dan $y_0 = c_2$. Kembali kita harus membuktikan. Benarlah bahwa $c_1^2 + c_2^2 < \delta$ menyatakan bahwa $(c_1 e^{-t})^2 + (c_1 e^{-t})^2 = (c_1^{\,2} + c_2^{\,2})\, e^{-2t} \leq c_1^{\,2} + c_2^{\,2} < \delta \;= \varepsilon$ jadi titik (0,0) adalah stabil. Karena (untuk sebarang $c_1$ dan $c_2$)

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{t \to \infty} \; C_1 e^{-t} = 0, \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{t \to \infty} \; C_2 e^{-t} = 0,$$

Maka titik kritis (0,0) adalah stabil asimtotis.

# BAB III
# PEMBAHASAN

## 3.1 Model Logistik

Suatu populasi seringkali meningkat secara eksponensial pada awalnya tetapi melambat pada akhirnya dan mendekati kapasitas tampungnya karena sumber daya yang terbatas . Pertumbuhan populasi yang disebut sebagai model pertumbuhan logistik, yaitu:

$$\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = r - \frac{rx}{K}$$

atau setelah *dikalikan dengan x, kita peroleh model untuk pertumbuhan populasi* yang dikenal dengan persamaan diferensial logistik.

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Keterangan:

$X$(t)= jumlah populasi saat t

$r$ = laju pertumbuhan

K = daya dukung lingkungan *(carryng capacity)*

## 3.2 Model Logistik Pertumbuhan

Model Logistik adalah suatu model pertumbuhan populasi. Model itu adalah kontinu pada persamaan diferensial. Jika ditambahkan syarat awal $x(0) = x_0$ , maka diperoleh solusi khusus persamaan diferensial ini, yaitu:

$$X(t) = \frac{K}{\left(\frac{K}{X_0} - 1\right)e^{-rt} + 1}$$

Untuk r > 0 berlaku $\lim_{t-\infty}$ = Konstan r, diasumsikan positif.

positif K konstan biasanya dikenal sebagai daya dukung lingkungan, yaitu nilai maksimum populasi, atau kejenuhan tingkat populasi. Populasi mengukur *K* terkadang disebut tingkatan kejenuhan. Karena untuk populasi besar lebih banyak kematian dibanding dengan kelahiran. Solusi model logistik adalah sama dengan syarat awal $x(0) = x_0 > 0$ tanpa sekuritas

$$x(t) = \frac{x_0 K}{x_{0+(K-x_0)e^{-rt}}}$$

Model logistik mempunyai dua titik keseimbangan, titik kesimbangan adalah kaidah logistik (*logistic law* ) yang menyatakan bahwa persediaan logistik ada batasnya maka model ini mengansumsikan bahwa pada masa tertentu jumlah populasi mendekati titik kesetimbangan (*equiblibrium*). Pada titk ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*) yaitu, $x=0$ dan $x=K$ titik keseimbangan tidak stabil selagi titik keseimbangan yang kedua serentak stabil asimtotis.

### 3.3 Analisis Kestabilan Titik Tetap

**Titik tetap :** Persamaan diferensial $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K})$

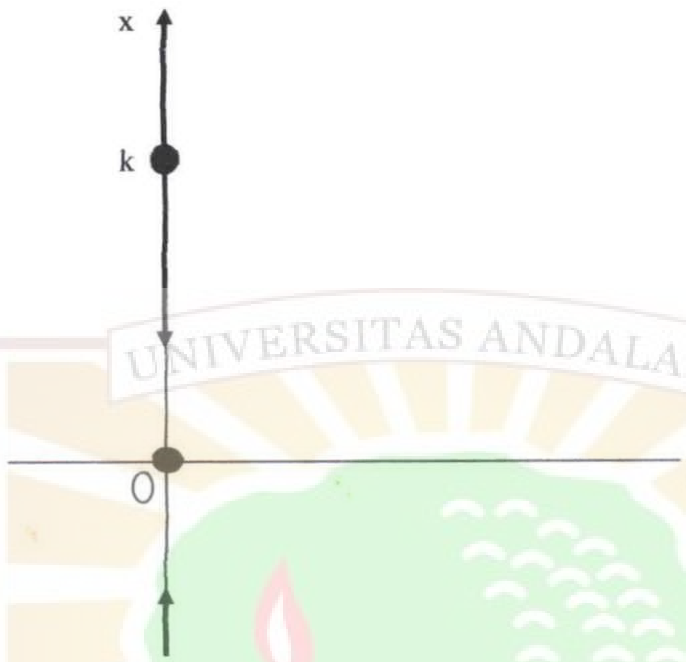
$$rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x=0 \text{ dan } x=K$$

**Kasus 1**

K tidak stabil jika $r < 0$ maka $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K})$, $0 < x_0 < K$, jika $r < 0$, $x > K$ maka $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K}) < 0$ jika $r < 0$, $x > K$ maka $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K}) < 0$, 0 stabil $r < 0$, $x_0 < 0$

Berikut diberikan representasi grafis

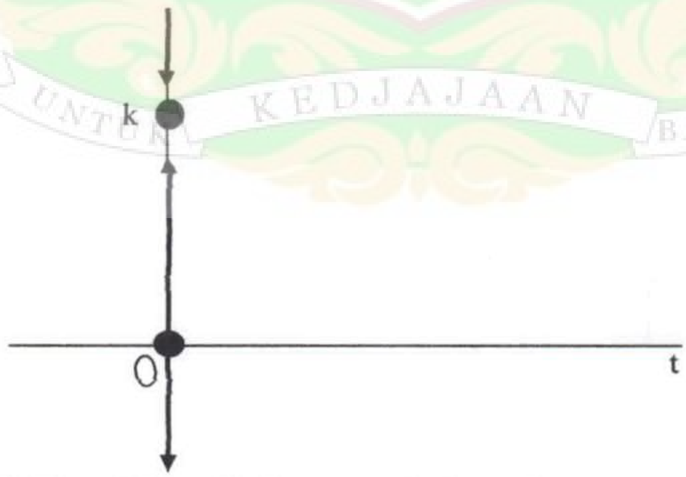



Gambar 1 : Jumlah populasi terhadap waktu

**Kasus 2**

K stabil jika $r > 0$, $0 < x_0$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$, jika $r > 0$, $x_0 > K$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\,(1 - \frac{x}{K}) > 0$, jika $r > 0$, $x_0 < 0$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\,(1 - \frac{x}{K}) > 0$,0 tidak stabil $r < 0$, $x_0 < 0$

Berikut diberikan representasi grafis



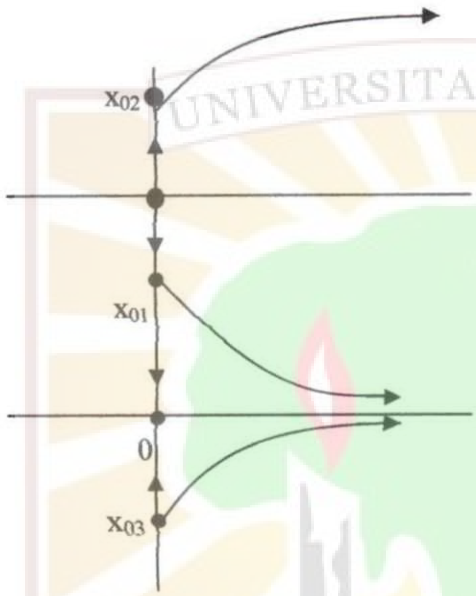

Gambar 2 : Daya dukung lingkungan terhadap waktu

**Kasus 3**

$K$ stabil jika $r < 0$ maka $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K})$, $0 < x_0 <$ K, jika $r < 0$, $x_{01} > K$ maka

$\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{k})$, $> 0$, jika $r < 0$, $x_{02} > K$ maka $\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{k})$,$> 0$

0 stabil $r < 0$, $x_{03} < 0$




Gambar 3 : k daya dukung lingkungan

Gambar 3, menunjukan k tidak stabil populasi bisa menuju tak hingga atau menuju nol.

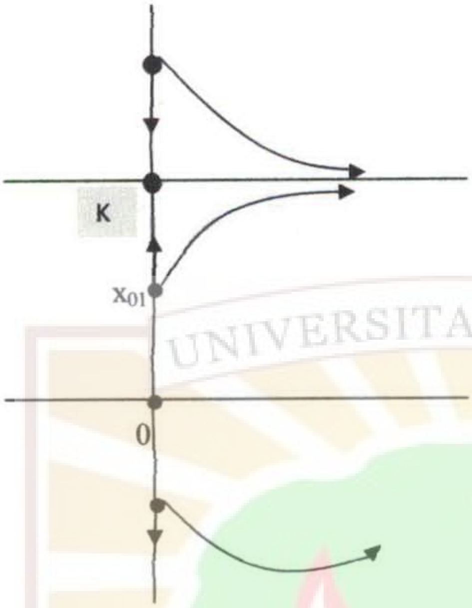
**Kasus 4**

K stabil jika $r > 0$, $0 < x_0$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\ (1 - \frac{x}{K})$

jika $r > 0$, $x_{02} > K$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\ \left(1 - \frac{x}{K}\right)$,$> 0$

**jika $r > 0$, $x_{02} < 0$ maka, $\frac{dx}{dt} = rx\ (1 - \frac{x}{K})$**

**0 tidak stabil $r < 0$, $x_0 < 0$**




Gambar 4 : K daya dukung lingkungan

Gambar 4, menunjukan K stabil populasi tidak bisa menuju tak hingga tidak bisa menuju nol

**3.4 Solusi Analitik**

Persamaan logistik merupakan persamaan diferensial terpisahkan sehingga penyelesaiannya secara ekplisit adalah :

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Dengan memisalkan variabel diperoleh

$$\int \frac{dx}{x(1-\frac{x}{K})} = \int K dt$$

Untuk menghitung integral diruas kiri kita tuliskan

$$\frac{1}{x(1-\frac{x}{k})} = \frac{K}{x(K-x)}$$

Dengan fraksi parsial kita mendapatkan

$$\frac{1}{x(K-x)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{K-x}$$

Sehingga kita dapat menuliskan

$$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{(K-x)}\right) dx = \int kdt$$

$$\ln|x| - \ln|K-x| = Kt + C$$

$$\ln\left|\frac{K-x}{x}\right| = -Kt - c$$

$$\left|\frac{K-x}{x}\right| = e^{-Kt-c} = e^{-c}e^{-Kt}$$

$$\left|\frac{K-x}{x}\right| = Ae^{Kt}$$

Dengan $A = \pm\, e^{-c}$ dengan persamaan diatas untuk $x$ kita mendapatkan

$$\frac{K}{x} - 1 = A\, e^{-Kt} \;\Rightarrow\; \frac{x}{K} - \frac{1}{1 + Ae^{-Kt}}$$

Sehingga x - $\frac{K}{1+Ae^{-Kt}}$

Penulis tentukan nilai $A$ dengan mensubtitusikan t = 0. jika t = 0 maka $x = x_0$ (populasi awal) sehingga

$$\left|\frac{K - x_0}{x_0}\right| = Ae^0 = 0$$

Jadi, solusi persamaan logistik adalah :

$X(t) = \frac{K}{1+Ae^{-Kt}}$ *dengan* $A = \frac{K-x_0}{x_0}$

Menggunakan rumus $X(t)$ pada persamaan diatas dapat dilihat bahwa :

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = K$$

**Contoh :** Persamaan Diferensial Logistik Spesies Tunggal

$\frac{dx}{dt} = -2x\left(1 - \frac{x}{6}\right)$, Cari solusi persamaan diferensial!

**Jawab :**

Misalkan r = -2, K = 6, $x_0$ = 10

Solusi khusus persamaan diferensial :

$$X(t) = \frac{K}{\left(\frac{k}{x_0} - 1\right)e^{rt} + 1}$$

$$= \frac{6}{\left(\frac{6}{10} - 1\right)e^{-2t} + 1}$$

$$= \frac{6}{\left(\frac{-4}{10} - 1\right)e^{-2t} + 1}$$



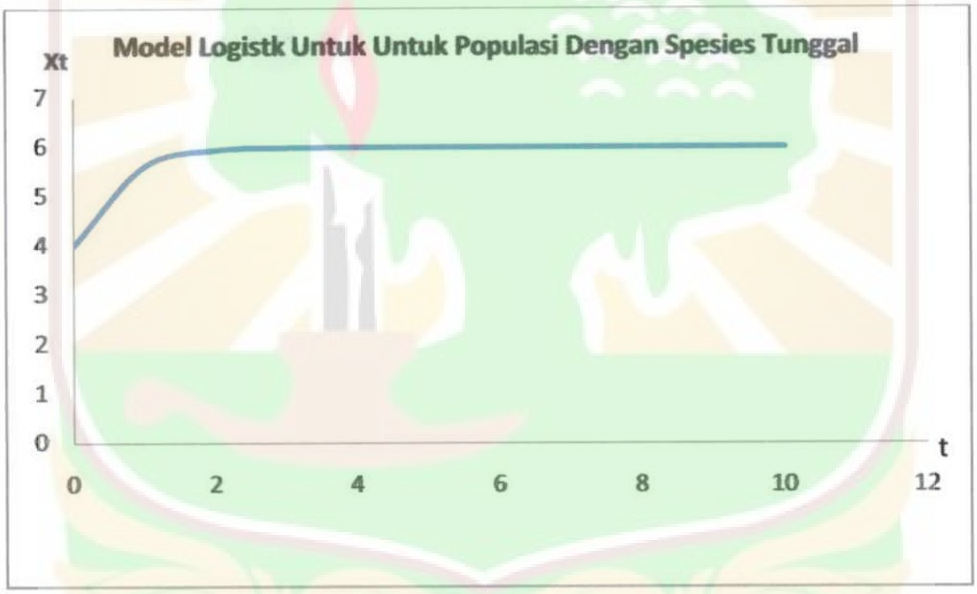
*Tabel 3.3.1 Model Logistik*

| t | x(t) |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 1 | 6,343394015 |
| 2 | 6,044281957 |
| 3 | 6,00595491 |
| 4 | 6,000805224 |
| 5 | 6,000108962 |
| 6 | 6,000014748 |
| 7 | 6,000001998 |
| 8 | 6,000000027 |
| 9 | 6,000000042 |
| 10 | 6,000000006 |


Gambar 3.3.1 Hubungan Model Logistik Terhadap Waktu

Tabel 3.3.2 Model Logistik

| t | x(t) |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 1 | 5,619726368 |
| 2 | 5,945551714 |
| 3 | 5,992572949 |
| 4 | 5,998993783 |
| 5 | 5,999863803 |
| 6 | 5,999981568 |
| 7 | 5,999997504 |
| 8 | 5,999999664 |
| 9 | 5,999999952 |
| 10 | 5,999999994 |




Gambar 3.3.2 Hubungan Model Logistik Terhadap Waktu

Dari Gambar 3.3.1 dan 3.3.2 dapat disimpulkan bahwa, jika $r < 0$. Maka grafik $x(t) = 6$ turun menuju 6, untuk $x_0 = 10$, tetapi grafik $x(t)$ turun menuju 0 untuk $x_0 = 4$.

Dalam hal $r > 0$ grafik $x(t)$ naik. Terbatas untuk $x_0 = 1$ jadi dengan menggunakan simulasi dapat dilihat bahwa populasi tanpa batas pada Malthus, dapat dimodifikasi menjadi populasi terbatas pada model verhults.

# BAB IV

# PENUTUP

## 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa model logistik untuk spesies tunggal terlihat bahwa :

Daya dukung lingkungan stabil terhadap pertumbuhan populasi. Daya dukung lingkungan tidak stabil terhadap pertumbuhan populasi apabila laju pertumbuhan $r < 0$ .

## 4.2 Saran

Kepada peneliti selanjutnya, yang akan membahas tentang Analisis Model Logistik Untuk Populasi Dengan Spesies Tunggal agar menerapkannya dengan metode lain.

## DAFTAR PUSTAKA

[1] Baiduri. 2002. *Persamaan Diferensial & Matematika Model*. Malang: Universitas Muhammadiyyah Madang Press.

[2] Finizio N, Ladas G. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa Dengan Penerapan Modern*. Jakarta: Erlangga.

[3] Mayer, J. walter. *1985. Concepts of mathematical modeling.* Mcgrow- hill book company. New York.

[4] Nugroho,2000:1 *Matematika Model.* Malang: Universitas Muhammadiyyah Madang Press.

[5] Nicholas dkk, 2002 jurnal *stability analysis of logistic population model.*

[6] Pamuntjak R,J Santoso, Widiarti. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa.* Bandung: ITB.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 10 Maret 1986 di leubang tepatnya di provinsi Nanggroe Aceh Darussalam, Kab. Simeulue, dari ayah yang bernama Radin ( Alm ) dan ibu bernama Juida. Penulis tamat SD leubang pada tahun 1999, tamat di SMPN simeulue timur pada tahun 2002, dan tamat di SMAN 1 simeulue timur pada tahun 2005, setelah tamat SMA penulis bekerja di Dinas Diknas Kab. Simeulue sebagai honorer sampai tahun 2007. Dan tahun 2007 itu juga penulis melanjutkan ke jenjang Universitas dan alhamdulilah penulis adalah salah satu penerima beasiswa program S1 Basic Science ikatan dinas guru berasrama, kemudian penulis lulus pendidikan program S1 guru berasrama (Basic Scence) di Universitas Andalas Padang pada bulan juli.