



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar Unand.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Unand.

MODEL ANTRIAN TUNGGAL PADA PT. BANK SYARIAH MANDIRI CABANG PADANG

SKRIPSI



**ANGGA PANDUWINATA
06 934 031**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG 2011**

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini menyatakan bahwa :


Nama : ANGGA PANDUWINATA
No. Buku Pokok : 06934 031
Jurusan : Matematika
Bidang : Statistika
Judul Skripsi : **MODEL ANTRIAN TUNGGAL PADA PT.**

**BANK SYARIAH MANDIRI CABANG
PADANG**

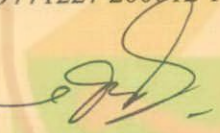
telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal 11 Januari 2012 berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing / Penguji

1.

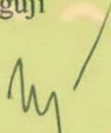

Dr. Dodi Devianto, M.Sc
NIP. 19771227 200012 1 002

2.

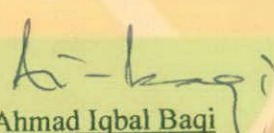

Budi Rudianto, M.Si
NIP.132169920

Penguji

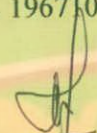
1.


Dr. Maiyastri
NIP. 19650531 199103 2 001

2.



Dr. Ahmad Iqbal Baqi
NIP. 19671012 199402 1 001

3.


Ir. Hazmira Yozza, M.Si
NIP.19690308 199403 2 002

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unand


Dr. Syafrizal Sy
NIP.19670807 199309 1 001

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Syukur Alhamdulillah penulis aturkan kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-NYA, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"MODEL ANTRIAN TUNGGAL PADA PT. BANK SYARIAH MANDIRI CABANG PADANG"**. Salawat dan salam kepada Rasulullah saw yang telah mengantarkan manusia dari abad kegelapan kepada abad yang terang dan berilmu pengetahuan. Penulisan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Andalas Padang.

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Dr. Dodi Devianto, M.Sc sebagai Pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan, pengarahan dan saran kepada penulis sampai selesainya penyusunan tugas akhir ini.
2. Bapak Budi Rudianto, M.Si sebagai Pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, pengarahan, saran dan waktu serta tenaga kepada penulis sampai selesainya penyusunan tugas akhir ini.
3. Ibu Dr. Maiyastri, Bapak Dr. Ahmad Iqbal Baqi, dan Ibu Ir. Hazmira Yozza, M.Si sebagai penguji yang telah banyak meluangkan waktu, membaca naskah skripsi, mengarahkan dan memberi koreksi atas penyempurnaan penulisan skripsi ini.

4. Bapak Zulakmal, M.Si sebagai Penasehat Akademik yang telah membantu penulis merancang penyelesaian studi hingga selesai.
5. Ibu Dr. Lyra Yulianti sebagai koordinator pendidikan Jurusan Matematika Universitas Andalas.
6. Bapak Dr. Syafrizal Sy sebagai Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas Padang.
7. Seluruh Bapak/Ibu dosen di jurusan matematika yang telah memberikan bekal ilmu kepada penulis selama menjalani studi.
8. Seluruh Bapak /Ibu karyawan/karyawati Jurusan matematika FMIPA Unand yang telah memperlancar proses belajar selama penulis menjalani studi.
9. Sahabat-sahabatku mahasiswa Matematika angkatan 2006 FMIPA Unand, Arif, Heru, Ijon, Ade, Rido, Uci, Zaky, Iput dan semua yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah memberi semangat dan kebersamaan.
10. Sahabat-sahabat seperjuangan di Ikatan Fotografer Indonesia, Mas Didi, Bang Al Mizar, Bang Dedia Roni, Robby, Bang Romy Gusteno, Azizt, Om Petrus, Om Syafrial, Om Nurji Satriaji, Bunda Susy Rohayah, Bang Alle, Mas Alim, Dorry, Bang Ade, Uda Ricky dan semua yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Mudah-mudahan kita kelak bisa reunion dan berkumpul lagi.
11. Sahabatku Yuristya Kesuma Utami, yang telah banyak memberikan do'a, semangat, motivasi dan dorongan dalam penulisan skripsi ini.

Terima kasih kepada yang mulia Ayahanda Hardi A. R, S.Pd dan Ibunda tercinta Faridah, S.Pd di kota Bengkulu, Karena kasih sayang, do'a, dorongan dan

semangat beliau, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya. Untuk Kakakku dr. Yessie Elvira dan dr. Antoni Safri, adikku Nurharis Wijaya dan Meby Januardi, terima kasih untuk motivasi dan segala hal yang telah kita lalui bersama.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan. Untuk itu penulis sangat mengharapkan kritik dan saran atas kekurangan tersebut. Akhir kata semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua. Amin

Padang, Januari 2012

Penulis

Angga Panduwinata



ABSTRAK

Model antrian nasabah di PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang Untuk *costumer service* adalah $(G/M/1) : (FSFC/~/~)$, model ini menunjukkan tingkat kedatangan berdistribusi seragam dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial. Disiplin antrian yang digunakan adalah nasabah yang pertama datang yang pertama dilayani. Jumlah nasabah dalam sistem antrian dan ukuran populasi pada sumber masukan adalah tak hingga. Dari hasil penelitian diperoleh, waktu pelayanan nasabah diperoleh nilai ekspektasi kecepatan kedatangan rata-rata $(\lambda) = 0,72$ nasabah per menit, ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata $(\mu) = 0,073$ nasabah per menit, tingkat kesibukan $(\rho) = 9,863$ nasabah per menit, probabilitas semua pelayanan menganggur atau tidak ada nasabah dalam sistem $(P_0) = 0,073$, ekspektasi panjang antrian $(L_q) = -11,064$ nasabah per menit, ekspektasi panjang garis $(L) = -1,2$ nasabah per menit, ekspektasi menunggu dalam sistem $(W) = -1,67$ menit, dan ekspektasi menunggu dalam antrian $(W_q) = -1,743$ menit.

Kata kunci: *antrian, distribusi eksponensial, distribusi seragam*



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
ABSTRAK	iv
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Pembatasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI	3
2.1 Pengertian Teori Antrian	6
2.2 Sistem Antrian.....	6
2.3 Elemen – Elemen Dasar Teori Antrian.....	8
2.4 Desain Sistem Antrian	13

2.5	Terminologi dan Notasi	15
2.6	Pola kedatangan dan lama pelayanan	18
2.7	Analisis Formula yang Digunakan	20
BAB III	METODE PENELITIAN.....	25
3.1	Lokasi dan Waktu Penelitian	25
3.2	Pengumpulan Data.....	25
3.3	Alur Pengolahan data.....	26
BAB IV	PEMBAHASAN	27
4.1	Gambaran umum antrian pada PT. Bank Syariah mandiri ...	27
4.2	Pengumpulan Data.....	28
4.3	Pengolahan data.....	33
4.5	Hasil perhitungan berdasarkan Analisis dan Membangkitkan contoh dengan menggunakan teori antrian..	41
BAB V	PENUTUP	51
5.1	Kesimpulan	51
5.2	Saran	52
DAFTAR PUSTAKA	53

DAFTAR TABEL

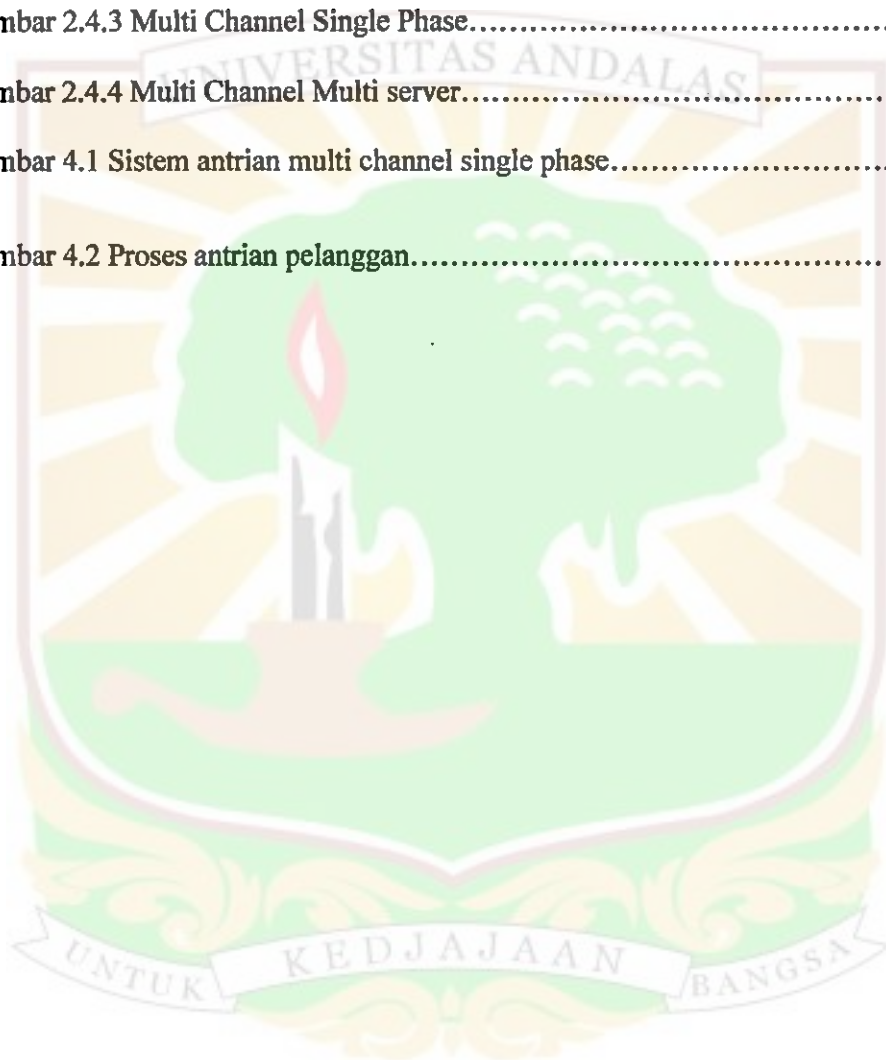
Tabel 4.1 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri.....	29
Cabang Padang minggu I	
Tabel 4.2 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri.....	29
Cabang Padang Minggu II	
Tabel 4.3 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri.....	29
Cabang Padang minggu III	
Tabel 4.4 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri.....	30
Cabang Padang minggu IV	
Tabel 4.5 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu I.....	30
Tabel 4.6 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu II.....	30
Tabel 4.7 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu III.....	31
Tabel 4.8 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu IV.....	31
Tabel 4.9 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu I.....	31
Tabel 4.10 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu II.....	32
Tabel 4.11 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu III.....	32
Tabel 4.12 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu IV.....	32
Tabel 4.13 Data rata-rata jumlah kedatangan nasabah.....	34
Tabel 4.14 Interval untuk jumlah kedatangan nasabah.....	35
Tabel 4.15 Interval untuk perhitungan nilai χ^2_{hitung} jumlah kedatangan nasabah..	36

Tabel 4.16 Data rata-rata waktu pelayanan nasabah.....	38
Tabel 4.17 Interval untuk waktu pelayanan nasabah.....	39
Tabel 4.18 Interval untuk perhitungan nilai χ^2_{hitung} waktu pelayanan nasabah....	40
Tabel 4.19 Membangkitkan Contoh Waktu Pelayanan Nasabah.....	45
Tabel 4.20 Rangkuman Hasil Pengolahan Data.....	50



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Perilaku Biaya.....	5
Gambar 2.4.1 Single Chanel Single Phase.....	13
Gambar 2.4.2 Single Channel Multi phase.....	14
Gambar 2.4.3 Multi Channel Single Phase.....	14
Gambar 2.4.4 Multi Channel Multi server.....	15
Gambar 4.1 Sistem antrian multi channel single phase.....	27
Gambar 4.2 Proses antrian pelanggan.....	28



digunakan untuk mengamati perilaku sistem yang mengandung faktor ketidakpastian (acak) yaitu membangkitkan contoh dalam antrian. Sistem yang besar dan kompleks memberikan contoh sebagai alat analisis untuk pengambilan keputusan menjadi semakin populer dan diperlukan.

Membangkitkan contoh dalam antrian adalah usaha untuk mempresentasikan sistem nyata yang ada dengan presisi yang lebih mudah untuk diamati dibandingkan jenis model lain. Dengan membangkitkan contoh memungkinkan untuk dapat mengamati bagaimana sistem yang dipresentasikan dalam model tersebut berperilaku. Dengan kata lain contoh dalam antrian yang baik adalah contoh yang tidak hanya berorientasi pada output/hasil dari sebuah sistem, melainkan bagaimana model tersebut dapat menjelaskan karakteristik dan perubahan sistem dari waktu ke waktu. Semakin mampu contoh mendekati sistem nyatanya semakin baik model tersebut.

Dari uraian diatas, dengan menyadari arti pentingnya pelayanan yang lebih baik kepada pelanggan maka perlu adanya perbaikan kinerja dari proses pelayanan yang mempunyai sifat ketidakpastian tersebut. Sedangkan contoh dalam antrian sangat cocok untuk mengamati sistem yang bersifat tidak pasti, sehingga diperoleh model yang lebih baik. Hal tersebut melatarbelakangi penulis mengangkat permasalahan antrian nasabah untuk mendapatkan pelayanan pada PT.Bank Syariah Mandiri Cabang Padang.

1.2 Perumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas adalah Bagaimana model yang paling tepat sehingga dapat menghindari antrian agar lama waktu antrian nasabah berkurang.

1.3 Pembatasan Masalah

Untuk menentukan model antrian tunggal pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang, maka permasalahan yang dibahas dibatasi untuk hal-hal berikut ini

1. Pembatasan masalah dilakukan hanya yang menyangkut proses antrian dari nasabah.
2. Model antrian yang digunakan adalah model antrian tunggal yaitu dalam setiap jenis layanan hanya terdapat satu pemberian layanan, sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk memberikan model antrian tunggal pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang dan kemudian membangkitkan contoh untuk antrian tunggalnya.

1.5 Manfaat Penelitian

Dari tulisan ini, diharapkan dapat bermanfaat sebagai berikut

1. Bagi PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang, diharapkan dapat menjadi informasi tambahan bagi perusahaan dalam menentukan tingkat laju kedatangan antrian, laju pelayanan antrian dan model antrian yang akan diterapkan.

2. Bagi peneliti selanjutnya, diharapkan dapat menjadi masukan yang berguna sebagai landasan untuk penelitian selanjutnya.
3. Bagi penulis, sebagai sarana memperluas dan memperdalam pengetahuan tentang model teori antrian pada suatu perusahaan.

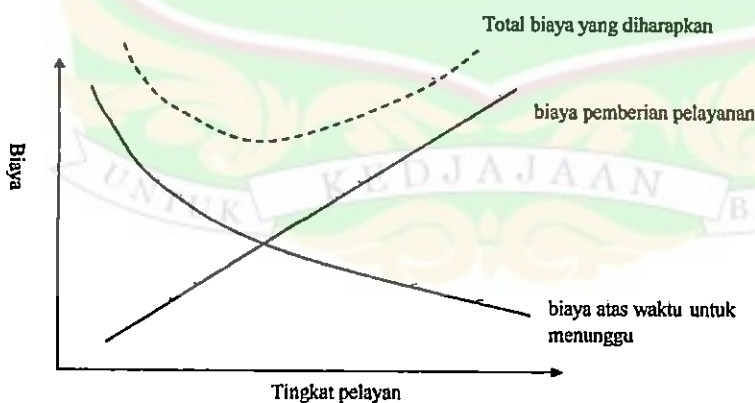


BAB II

LANDASAN TEORI

Antrian (queue) adalah kejadian yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya menunggu di depan loket untuk pembelian tiket, menunggu pengisian bahan bakar ataupun menunggu di pintu jalan tol. Karena menunggu biasanya memerlukan waktu lama, sementara waktu merupakan sesuatu yang sangat berharga, maka pengurangan waktu menunggu merupakan tema yang menarik untuk dianalisis, tetapi tidak berarti analisis antrian hanya membahas waktu menunggu saja, melainkan juga menganalisis modelnya.

Ketika seseorang mengantri, terdapat waktu yang hilang karena menunggu. Sementara itu, penambahan fasilitas pelayanan dan tenaga kerja akan menambah biaya pengeluaran. Tujuan dari memahami sistem antrian adalah meminimalkan biaya total, yaitu biaya karena mengantri dan biaya karena menambah fasilitas layanan.



Gambar 2.1 Perilaku Biaya

2.1 Pengertian Teori Antrian

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penungguan. Fenomena menunggu adalah hasil langsung dari keacakan dalam operasi sarana pelayanan secara umum, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan tidak diketahui sebelumnya, karena jika bisa diketahui, pengoperasian sarana tersebut dapat dijadwalkan sedemikian rupa sehingga akan sepenuhnya menghilangkan keharusan untuk menunggu. Tujuan mempelajari pengoperasian sebuah sarana pelayanan dalam kondisi acak adalah untuk memperoleh beberapa karakteristik yang mengukur kinerja sistem yang sedang dipelajari.

Dalam model antrian, interaksi antara pelanggan dan pelayan adalah berkaitan dengan periode waktu yang diperoleh pelanggan untuk menyelesaikan sebuah pelayanan, dalam antrian kedatangan pelanggan umumnya disebut sebagai distribusi kedatangan (*arrival distribution*) dan distribusi waktu pelayanan (*service time distribution*).

2.2 Sistem Antrian

2.2.1 Sistem Antrian

Pada umumnya, sistem antrian dapat diklasifikasikan menjadi sistem yang berbeda-beda di mana teori antrian dan pembangkitan contoh dalam antrian sering diterapkan secara luas. Klasifikasinya adalah sebagai berikut

- a. Sistem pelayanan komersial

- b. Sistem pelayanan bisnis-industri
- c. Sistem pelayanan transportasi
- d. Sistem pelayanan sosial

2.2.2 Konsep Waktu Standar

Menurut Buffa [2] untuk mengetahui beberapa waktu standar konsumen menunggu dalam pelayanan maka perlu diuraikan standar tersebut ke dalam 3 kategori yaitu

- a. Standar yang dapat dikuantisir disebut standar fisik,
- b. Standar yang berorientasi pada metodologi disebut standar perilaku,
- c. Standar yang berhubungan dengan cara berfikir, disebut standar filosofi (etis).

Sedangkan standar waktu yang optimal didapatkan melalui

- a. Mengukur waktu kerja,
- b. Memberi rangking pada hasil ukuran tadi,
- c. Menentukan toleransi waktu.

Suatu pengukuran waktu digunakan untuk mengukur lamanya penyelesaian pekerjaan. Setelah pengukuran dilakukan berkali-kali maka suatu angka rata-rata akan diperoleh sebagai hasil pengukuran terhadap waktu kerja kemudian dievaluasi untuk melihat apakah angka-angka tersebut sebagai waktu standar elemen kerja.

2.3 Elemen - Elemen Dasar Teori Antrian

2.3.1 Sumber Masukan (Input)

Sumber masukan dari suatu sistem antrian dapat terdiri atas suatu populasi orang, barang, komponen atau kertas kerja yang datang pada sistem untuk dilayani. Bila populasi relatif besar sering dianggap bahwa hal itu merupakan besaran yang tak terbatas. Anggapan ini adalah hampir umum karena perumusan sumber masukan yang tak terbatas lebih sederhana daripada sumber yang terbatas. Suatu populasi dinyatakan "besar" bila populasi tersebut besar dibanding dengan kapasitas sistem pelayanan.

2.3.2 Pola kedatangan

Suatu cara dimana individu-individu dari populasi memasuki sistem disebut pola kedatangan (*arrival pattern*). Individu-individu mungkin datang dengan tingkat kedatangan (*arrival rate*) yang konstan ataupun acak (yaitu berapa banyak individu-individu per periode waktu). Misalnya tingkat kedatangan produk-produk yang bergerak sepanjang garis perakitan produksi massa mungkin konstan, sedangkan tingkat kedatangan *telephone calls* sangat sering mengikuti suatu distribusi probabilitas Poisson.

Distribusi probabilitas Poisson adalah salah satu dari pola-pola kedatangan yang paling sering (umum) bila kedatangan-kedatangan didistribusikan secara acak. Hal ini terjadi karena distribusi Poisson menggambarkan jumlah kedatangan

per unit waktu bila sejumlah besar variabel-variabel acak mempengaruhi tingkat kedatangan.

Bila pola kedatangan individu-individu mengikuti suatu distribusi Poisson, maka waktu antar kedatangan atau *interarrival time* (yaitu waktu antara kedatangan setiap individu) adalah acak dan mengikuti suatu distribusi eksponensial (*exponential distribution*). Bila individu-individu (komponen, produk, kertas kerja, atau karyawan) memasuki suatu sistem, mereka mungkin memperagakan perilaku yang berbeda. Bila individu tersebut adalah orang, antrian relatif panjang, dia mungkin meninggalkan sistem. Perilaku seperti ini disebut penolakan (*balking*). Penolakan akan sering terjadi bila panjang antrian terlalu panjang.

Variasi yang mungkin lainnya dalam pola kedatangan adalah kedatangan dari kelompok-kelompok individu. Bila lebih dari satu individu memasuki suatu sistem seketika secara bersama, maka terjadi sesuatu yang disebut *bulk arrivals*.

2.3.3 Pelayanan

Karakteristik fasilitas pelayanan dapat dilihat dari tiga hal, yaitu tata letak (*lay out*) secara fisik dari sistem antrian, disiplin antrian, dan karakteristik waktu pelayanan.

MILIK
UPT PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS ANDALAS

a. Tata letak

Letak fisik dari sistem antrian digambarkan dengan jumlah saluran atau juga disebut jumlah pelayanan. Bila terdapat satu saluran pelayanan maka dikatakan sistem saluran tunggal. Sistem saluran majemuk mempunyai sumber pelayanan lebih dari satu saluran yang beroperasi secara bersamaan.

b. Disiplin antrian

Ada dua klasifikasi disiplin antrian yaitu prioritas dan *First Come First Serve (FCFS)*. Disiplin prioritas dikelompokkan menjadi dua, yaitu *preemptive* dan *non preemptive*. Disiplin *preemptive* menggambarkan situasi di mana sistem sedang melayani seseorang, kemudian beralih melayani orang yang diprioritaskan meskipun belum selesai melayani orang sebelumnya. Sementara itu, disiplin *non preemptive* menggambarkan situasi dimana pelayan akan menyelesaikan pelayanannya baru kemudian beralih melayani orang yang diprioritaskan.

Sedangkan disiplin *FCFS* menggambarkan bahwa orang yang lebih dahulu datang akan dilayani terlebih dahulu. Dalam kenyataannya sering dijumpai kombinasi dari kedua jenis antrian tersebut. Yaitu prioritas dan *FCFS*. Sebagai contoh, para pembeli yang akan melakukan pembayaran di kasir untuk pembelian kurang dari sepuluh jenis barang (dengan keranjang) di supermarket disediakan counter tersendiri.

Beberapa disiplin antrian lainnya adalah berpedoman pada *Shortest Operating Time (SOT)*, *Last Come First Served (LCFS)*, *Longest Operating Time*

(*LOT*) dan *Service in Random Order (SIRO)*. Dalam rumah sakit dan fasilitas kesehatan lainnya mungkin mempunyai pedoman yang berbeda seperti "*emergency first*" atau "*critical condition first*".

c. Karakteristik waktu pelayanan

Pelayanan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan atau satu ataupun lebih fasilitas pelayanan. Sebagai contohnya jalan tol dibuat beberapa pintu. Mekanisme pelayanan dapat dibuat hanya terdiri dari satu pelayan dalam satu fasilitas pelayanan yang ditemui pada loket seperti pada penjualan tiket di gedung bioskop. Disamping hal tersebut perlu diketahui juga cara pelayanan diselesaikan yang kadang merupakan proses acak.

Waktu yang dibutuhkan untuk melayani bisa dikategorikan sebagai waktu konstan dan acak. Jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani sama untuk setiap pelanggan, maka disebut waktu pelayanan konstan. Sebaliknya jika waktu yang dibutuhkan untuk melayani berbeda-beda untuk setiap pelanggan, disebut waktu pelayan acak. Waktu pelayanan acak, sering kali diasumsikan mengikuti distribusi eksponensial.

2.3.4 Proses Poisson

Proses Poisson merupakan salah satu proses stokastik yang menggambarkan munculnya suatu kejadian pada titik-titik waktu secara acak, di mana proses pencacahan banyaknya kedatangan selama suatu selang waktu tertentu mengikuti distribusi poisson. Sebagai contoh adalah masuknya pesan

Short Message Service (SMS) pada *handphone*, panggilan telepon, *computer jobs* untuk dikompilasi dan dieksekusi oleh suatu komputer, jaringan yang membawa paket data untuk menyampaikan informasi, jumlah objek lalu lintas yang melewati suatu jaringan, dimana setiap saat ada data yang dapat dicacah.

2.3.5 Panjang Antrian

Banyak sistem antrian dapat menampung jumlah individu-individu yang relatif besar, tetapi ada beberapa sistem yang mempunyai kapasitas yang terbatas. Bila kapasitas antrian menjadi faktor pembatas besarnya jumlah individu yang dapat dilayani dalam sistem secara nyata, berarti sistem mempunyai panjang antrian yang terbatas (*finite*), dan model antrian terbatas harus digunakan untuk menganalisa sistem tersebut. Sebagai contoh sistem yang mungkin mempunyai antrian yang terbatas adalah jumlah tempat parkir atau stasiun pelayanan, jumlah tempat minum di pelabuhan udara, atau jumlah tempat tidur di rumah sakit. Secara umum model antrian terbatas lebih kompleks dari pada sistem antrian tak terbatas (*infinite*).

2.3.6 Keluar (*Exit*)

Sesudah seseorang (individu) telah selesai dilayani, dia keluar (*exit*) dari sistem. Sesudah keluar, dia mungkin bergabung pada satu di antara kategori populasi. Dia mungkin bergabung dengan populasi asal dan mempunyai probabilitas yang sama untuk memasuki sistem kembali, atau dia mungkin

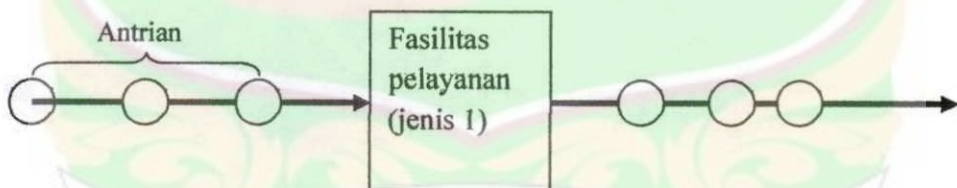
bergabung dengan populasi lain yang mempunyai probabilitas lebih kecil dalam hal kebutuhan pelayanan tersebut kembali.

2.4 Desain Sistem Antrian

Ada 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian yaitu *single channel single server*, *single channel multi phase*, *multichannel single server*, *multichannel multiserver* (Subagyo [8]).

2.4.1 Single Channel Single Server

Sistem antrian tunggal (*single channel single server*) berarti bahwa dalam sistem antrian tersebut hanya terdapat satu pemberian layanan serta satu jenis layanan yang diberikan, sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian. Sistem antrian ini disebut juga sebagai sistem antrian tunggal, contohnya adalah pembelian tiket pada bus/travel yang dilayani oleh satu loket, seorang pelayan pada toko, dan lain lain.



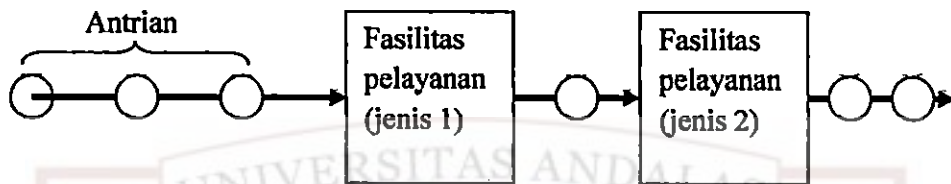
Gambar 2.4.1 Single Chanel Single Server

2.4.2 Single Channel Multi Phase

Sistem antrian tunggal tahapan berganda (*single channel multi phase*) berarti dalam sistem antrian tersebut terdapat lebih dari satu jenis layanan yang diberikan,

tetapi dalam setiap jenis layanan hanya terdapat satu pemberi layanan.

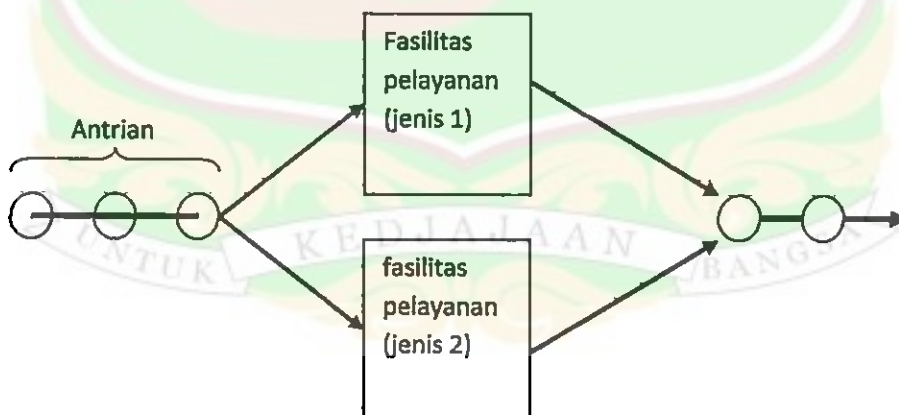
Contohnya adalah Proses pencucian mobil.



Gambar 2.4.2 Single Channel Multi phase

2.4.3 Multichannel Single Server

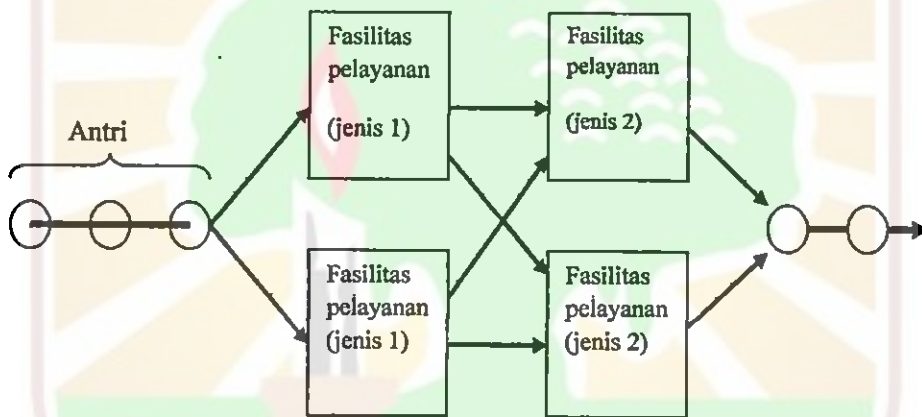
Sistem antrian berganda satu tahap (*Multi channel single phase*) adalah terdapat satu jenis layanan dalam sistem antrian tersebut, namun terdapat lebih dari satu layanan. Misalnya pada pembelian tiket yang dilayani oleh lebih dari satu loket, pelayanan nasabah di bank, dan lainnya.



Gambar 2.4.3 Multi Channel Single Server

2.4.4 Multichannel Multiserver

Sistem antrian berganda dengan tahapan berganda (*multi channel multi phase*) adalah sistem antrian dimana terdapat lebih dari satu jenis layanan dan terdapat lebih dari satu pemberian layanan dalam setiap jenis layanan. Sebagai contohnya adalah pada pendaftaran pelayanan dirumah sakit. Setiap pelayanan ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih satu individu dapat dilayani pada suatu waktu secara bersamaan.



Gambar 2.4.4 Multi Channel Multiserver

2.5 Terminologi dan Notasi

Terminologi dan notasi yang biasa digunakan dalam sistem antrian adalah sebagai berikut

1. *Keadaan sistem* adalah jumlah atau banyaknya aktifitas pelayanan yang melayani satuan pelanggan dalam sistem.
2. Panjang antrian adalah banyaknya satuan yang berada dalam sistem

dikurangi dengan jumlah satuan yang sedang dilayani.

Notasi yang digunakan adalah sebagai berikut

n = jumlah objek dalam sistem antrian pada waktu t .

c = jumlah satuan pelayanan.

$P_n(t)$ = peluang bahwa ada nasabah yang masuk dalam antrian dalam waktu t .

λ = tingkat kedatangan objek.

$1/\lambda$ = rata-rata kedatangan objek.

$\lambda \Delta t$ = peluang bahwa ada satu satuan objek yang masuk dalam antrian selama waktu t .

μ = tingkat pelayanan.

$1/\mu$ = rata-rata waktu pelayanan.

$\mu \Delta t$ = peluang bahwa ada satu objek yang selesai dilayani selama waktu t .

ρ = tingkat kesibukan sistem.

$c\mu$ = faktor untuk fasilitas satuan pelayanan.

L = ekspektasi panjang garis.

Lq = ekspektasi panjang antrian.

W = ekspektasi waktu menunggu dalam sistem.

Wq = ekspektasi obyek menunggu dalam antrian.

Untuk kemudahan dalam memahami karakteristik suatu sistem antrian digunakan notasi Kendall Lee yaitu format umum $(a / b / c) : (d / e / f)$.

Notasi tersebut mempunyai arti sebagai berikut

- a : bentuk distribusi kedatangan, yaitu jumlah kedatangan setiap penambahan waktu.
- b : bentuk distribusi pelayanan, yaitu selang waktu antara satu-satuan yang dilayani.
- c : jumlah saluran paralel dalam sistem.
- d : disiplin pelayanan.
- e : jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem.
- f : besarnya populasi masukan.

Simbol a dan b untuk kedatangan dan kepergian sering juga diganti penyimbolannya dengan kode-kode sebagai berikut

- M : distribusi kedatangan poisson atau distribusi pelayanan eksponensial.
- D : waktu pelayanan tetap.
- G : distribusi umum keberangkatan atau waktu pelayanan.

Simbol d untuk disiplin pelayanan sering juga diganti penyimbolannya dengan *FIFO* atau *FCFS*, *LIFO* atau *LCFS*, dan *SIRO*.

Untuk huruf c , dipergunakan bilangan bulat positif yang digunakan untuk menunjukkan jumlah pelayanan paralel. Untuk huruf e dan f digunakan kode N atau menyatakan jumlah terbatas atau tak berhingga satu-satuan dalam sistem

antrian dan populasi masukan.

Misalnya pada penulisan model ini $(M / M / 1) : (FCFS/\sim/\sim)$, ini berarti bahwa model menyatakan kedatangan berdistribusi poisson, waktu pelayanan berdistribusi eksponensial, jumlah satuan pelayanan satu, pelayanan adalah *FCFS*, jumlah langganan yang masuk tidak berhingga dalam sistem antrian dan ukuran (besarnya) populasi masukan juga tidak berhingga.

2.6 Pola kedatangan dan Lama Pelayanan

2.6.1 Pola Kedatangan

Distribusi Poisson seringkali digunakan untuk menggambarkan pola, maksudnya kedatangan dengan asumsi bahwa jumlah kedatangan adalah acak dan kedatangan pelanggan adalah dalam interval waktu yang saling tidak mempengaruhi. Probabilitas tepat terjadinya x kedatangan dalam distribusi Poisson dapat diketahui dengan menggunakan rumus

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

dimana

$P(x)$ = peluang bahwa ada x kedatangan dalam sistem

λ = tingkat kedatangan rata-rata

e = bilangan navier ($e = 2.71828$)

x = variabel acak diskrit yang menyatakan banyaknya kedatangan per interval waktu

2.6.1.1 Uji Kesesuaian Poisson

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada h_1, h_2 sampai h_n terlebih dahulu ditentukan nilai ekspektasi kedatangan nasabah dengan menggunakan rumus distribusi Poisson. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus

$$\chi^2 = \frac{\sum (f(x) - E(x))^2}{E(x)}$$

dengan $f(x)$ menyatakan frekuensi teramati dan $E(x)$ frekuensi harapan bagi sel ke- i . Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata pelayanan berdistribusi Poisson apabila $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$, jika sebaliknya yaitu $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{tabel}$ maka rata-rata pelayanan tidak dapat dikatakan berdistribusi Poisson.

2.6.2 Lama pelayanan

Lama pelayanan yang dihitung sejak kedatangan pelanggan dalam sistem antrian sampai selesai pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Ini bisa dilakukan dengan membandingkan sampel waktu pelayanan yang sebenarnya dengan waktu pelayanan yang diharapkan berdasarkan rumus sebagai berikut

$$f(x) = \mu e^{-\mu x},$$

dimana

μ = rata rata tiap pelayanan (unit pelayanan per unit waktu)

e = bilangan navier ($e = 2.71828$)

x = waktu lama nya pelayanan (unit pelayanan per unit waktu)

2.6.2.1 Uji kesesuaian Eksponensial

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada h_1, h_2 sampai h_n terlebih dahulu ditentukan nilai ekspektasi waktu pelayanan dengan menggunakan rumus distribusi eksponensial. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus

$$\chi^2 = \frac{(f(x) - E(x))^2}{E(x)}$$

dengan $f(x)$ menyatakan frekuensi teramati dan $E(x)$ frekuensi harapan bagi sel ke- i . Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata waktu pelayanan berdistribusi eksponensial apabila $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$, jika sebaliknya yaitu $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{tabel}$ maka rata-rata pelayanan tidak dapat dikatakan berdistribusi eksponensial.

2.7 Analisis Formula yang Digunakan

Dalam melakukan perhitungan nilai-nilai yang digunakan dalam sistem antrian dilakukan sebagai berikut

Menentukan tingkat kesibukan

Ketika λ menyatakan tingkat kedatangan dan μ menyatakan tingkat pelayanan dimana $\lambda > \mu$ maka tingkat kesibukan dapat dinyatakan sebagai

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Menentukan peluang semua pelayanan menganggur (P)

Tingkat kesibukan sistem paling sibuk adalah 100% dan tingkat kedatangan λ semakin kecil pada tingkat pelayanan μ yang tidak berubah maka

tingkat kesibukan akan menurun. Dengan demikian, probabilitas sistem kosong (mengganggu) tergantung pada penggunaan fasilitas pelayanannya, secara matematik dituliskan

$$p_0 = \frac{\lambda}{\rho}$$

Secara umum p_0 merupakan peluang waktu mengganggu berlaku untuk semua sistem pelayanan baik dalam sistem pelayanan tunggal maupun sistem pelayanan ganda. Misalkan keadaan pertama adalah sama dengan 0. Saat keadaan 0 pada proses bisa keluar hanya jika ada kedatangan, maka tidak akan terjadi penundaan pada saat sistem kosong. Karena kedatangan adalah λ dan pembagian waktu pada proses dengan nilai 0 adalah p_0 , maka nilai proses keluar pada keadaan 0 adalah λp_0 . Sebaliknya, keadaan 0 hanya bisa dicapai dari keadaan 1 melalui penundaan. Sehingga, jika terdapat satu pelanggan pada sistem dan pelayanan telah selesai, maka sistem akan kosong. Nilai pelayanan adalah μ dan pembagian waktu untuk sistem dengan satu pelanggan adalah p_1 , kemudian nilai pada saat proses memasuki keadaan 0 adalah μp_1 . Maka diperoleh persamaan pertama dari prinsip persamaan nilai tersebut

$$\lambda p_0 = \mu p_1$$

Sekarang anggap berada pada keadaan 1. Proses keluar dari keadaan ini adalah kedatangan (terjadi pada nilai λ) atau penundaan (terjadi pada nilai μ). Sebab itu, saat berada pada keadaan 1, proses akan keluar dari keadaan ini pada nilai $\lambda + \mu$. Karena pembagian waktu proses keadaan 1 adalah p_1 , nilai saat proses meningkatkan pada keadaan 1 adalah $(\lambda + \mu) p_1$. Sebaliknya, keadaan 1 bisa dimasuki baik dari tingkat tingkat 0 melalui kedatangan atau dari keadaan 2

melalui penundaaan. Sebab itu, nilai pada saat proses memasuki keadaan 1 adalah $\lambda p_0 + \lambda p_2$. Karena alasan tersebut serupa untuk keadaan yang lainnya, maka diperoleh

keadaan	nilai saat proses keluar = nilai pada saat proses masuk
$n = 0$	$\lambda p_0 = \mu p_1$
$n, n \geq 1$	$(\lambda + \mu) p_n = \lambda p_{n-1} + \mu p_{n+1}$

Pada persamaan diatas, menyeimbangi nilai masing masing proses masuk dan proses keluar dinamakan proses keseimbangan. Maka diperoleh persamaan

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$$

$$p_{n+1} = \frac{\lambda}{\mu} p_n + \left(p_n - \frac{\lambda}{\mu} p_{n-1} \right) \text{ untuk } n \geq 1,$$

maka persamaan tersebut dapat diselesaikan hanya dalam bentuk p_0 saja, yaitu

$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$$

$$p_2 = \frac{\lambda}{\mu} p_1 + \left(p_1 - \frac{\lambda}{\mu} p_0 \right) = \frac{\lambda}{\mu} p_1 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 p_0$$

$$p_3 = \frac{\lambda}{\mu} p_2 + \left(p_2 - \frac{\lambda}{\mu} p_1 \right) = \frac{\lambda}{\mu} p_2 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 p_0$$

⋮
⋮
⋮

$$p_{n+1} = \frac{\lambda}{\mu} p_n + \left(p_n - \frac{\lambda}{\mu} p_n \right) = \frac{\lambda}{\mu} p_n = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{n+1} p_0.$$

Untuk menentukan p_0 kita menggunakan fakta bahwa p_n harus berjumlah sama dengan 1, maka

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} p_n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0 = \frac{p_0}{1 - \lambda/\mu}$$

$$p_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$p_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \text{ untuk } n \geq 1$$

Ekspektasi panjang garis (L)

Untuk ekspektasi panjang garis (L) bergantung pada p_n . Dimana p_n adalah probabilitas yang menyebabkan terdapatnya n objek dalam antrian. Maka rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem yang jelas dinyatakan oleh

$$\begin{aligned} L &= \sum_{n=0}^{\infty} n p_n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \end{aligned}$$

Ekspektasi panjang antrian (L_q)

Untuk saluran tunggal ekspektasi panjang antrian, diperoleh dari persamaan terakhir diikuti aplikasi identitas aljabar

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = W - E(s) = W - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \lambda W_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (W_s)

Untuk menentukan waktu menunggu dalam sistem digunakan rumus berikut

$$W_s = \frac{L}{\lambda}$$

Ekspektasi waktu dalam menunggu antrian

Karena waktu menunggu rata-rata dalam antrian ditambah dengan waktu pelayanan merupakan waktu menunggu rata-rata dalam sistem, maka

$$W_q = W_s - \mu$$



3.3 Alur Pengolahan data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang bersifat primer yaitu mengambil data dan melakukan penelitian langsung pada PT. Bank Mandiri Syariah Cabang Padang. Jenis penelitian ini merupakan penelitian dengan pendekatan kuantitatif yang terdiri atas perumusan masalah, menyusun model, mendapatkan data, mencari solusi, menguji solusi, menganalisis hasil dan mengimplementasikan hasil.

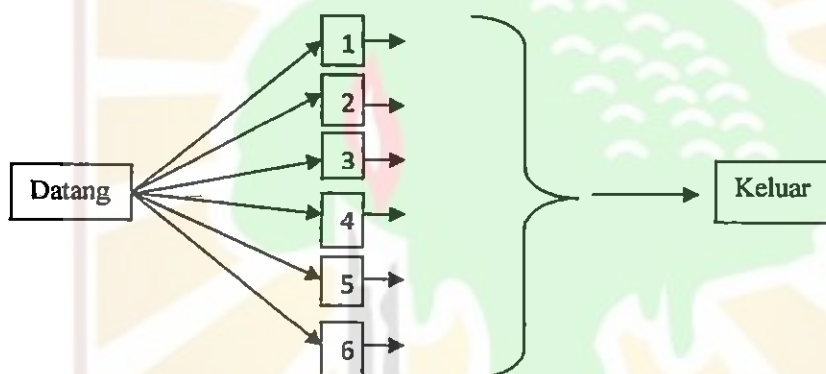


BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Umum Antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri, Tbk

Model struktur antrian yang diterapkan oleh PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang untuk *teller* ini adalah *multi channel – single phase* seperti pada gambar di bawah ini

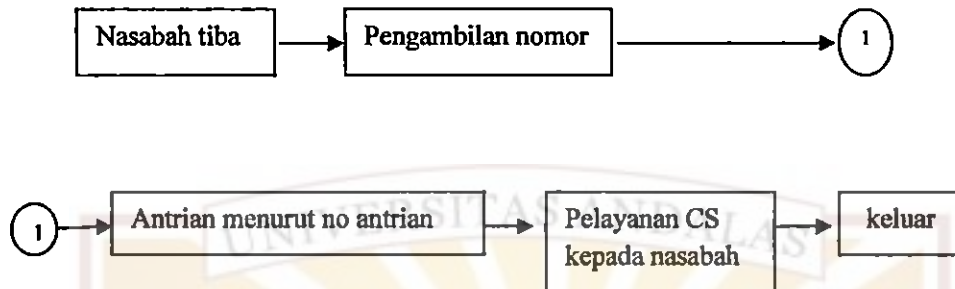


Gambar 4.1 Sistem antrian multi channel single phase

Sedangkan model yang akan diamati adalah nasabah yang akan mendapatkan pelayanan pada *customer service* dengan antrian tunggal yaitu dalam setiap layanan hanya terdapat satu pemberian layanan, sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian.

Adapun proses pelanggan antrian pada *customer service* yang digunakan oleh PT.

Bank Syariah Mandiri, Tbk sebagai berikut



Gambar 4.2 Proses antrian pelanggan

Nasabah yang diamati dalam sistem antrian adalah nasabah yang menarik, mentransfer dana, dan juga melakukan pendaftaran baru di Bank Syariah Mandiri Cabang Padang Tersebut.

4.2 Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang diperoleh dari pengamatan langsung pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang. Pengamatan dilakukan selama 20 hari, yaitu mulai dari hari senin sampai dengan hari jum'at, selama 4 minggu. Pencatatan lama waktu-waktu tersebut berdasarkan perhitungan dengan memakai stopwatch yaitu mulai dari nasabah datang, nasabah dilayani, sampai nasabah selesai dilayani.

Dari pengumpulan data di lapangan maka diperoleh jumlah kedatangan nasabah sebagai berikut

**Tabel 4.1 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri
Cabang Padang minggu I**

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Jumlah nasabah	257	260	259	267	265
Lama Pengamatan	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam

**Tabel 4.2 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri
Cabang Padang Minggu II**

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Jumlah nasabah	260	254	259	253	251
Lama Pengamatan	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam

**Tabel 4.3 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri
Cabang Padang minggu III**

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Jumlah nasabah	267	260	258	253	249
Lama Pengamatan	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam

**Tabel 4.4 Rangkuman Data Keadaan Bank PT. Bank Syariah Mandiri
Cabang Padang minggu IV**

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Jumlah nasabah	259	268	265	260	259
Lama Pengamatan	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam	6 jam

Tabel 4.5 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu I

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	125	146	135	146	129
Siang 13.00-16.00	132	114	124	121	136

Tabel 4.6 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu II

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	137	132	125	142	112
Siang 13.00-16.00	123	122	134	111	139

Tabel 4.7 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu III

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	157	138	145	129	133
Siang 13.00-16.00	110	122	113	124	116

Tabel 4.8 Data Tingkat kedatangan nasabah setiap jam minggu IV

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	135	147	149	132	125
Siang 13.00-16.00	124	121	116	128	134

Tabel 4.9 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu I

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	14,20	14,26	13,13	14,28	13,13
Siang 13.00-16.00	15,46	14,00	13,30	16,13	13,30

Tabel 4.10 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu II

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	13,18	11,51	13,48	14,55	13,48
Siang 13.00-16.00	14,05	14,30	15,01	13,21	12,51

Tabel 4.11 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu III

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	14,50	12,53	13,11	12,37	15,01
Siang 13.00-16.00	13,37	14,01	14,51	14,54	13,05

Tabel 4.12 Data rata-rata waktu Pelayanan (dalam menit) minggu IV

Hari Waktu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jum'at
Pagi 09.00-12.00	14,30	11,57	15,01	11,58	12,58
Siang 13.00-16.00	12,53	14,39	13,48	14,55	14,50

4.3 Pengolahan Data

4.3.1 Tingkat Kedatangan Nasabah

Uji kesesuaian Poisson

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada h_1, h_2 sampai h_n terlebih dahulu ditentukan nilai harapan kedatangan nasabah dengan menggunakan rumus distribusi Poisson. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus

$$\chi^2 = \frac{(f(x) - E(x))^2}{E(x)}$$

dengan $f(x)$ menyatakan frekuensi teramati dan $E(x)$ frekuensi harapan bagi sebaran ke- i . Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata pelayanan berdistribusi Poisson apabila nilai $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$, jika sebaliknya yaitu $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{tabel}$ maka rata-rata pelayanan tidak dapat dikatakan berdistribusi poisson.

Jumlah rata-rata kedatangan nasabah adalah sebagai berikut

$$x_1 = \frac{125+132}{2} = 128,5$$

$$x_2 = \frac{146+114}{2} = 130$$

·
·
·

$$x_{20} = \frac{125+134}{2} = 129,5$$

jumlah rata-rata kedatangan nasabah selengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 4.13 Data rata-rata jumlah kedatangan nasabah

Hari	h₁	h₂	h₃	h₄	h₅	h₆	h₇	h₈	h₉
x	128,5	130	129,5	133,5	132,5	130,5	127	129,5	126,5
Hari	h₁₀	h₁₁	h₁₂	h₁₃	h₁₄	h₁₅	h₁₆	h₁₇	h₁₈
x	125,5	133,5	130	129	126,5	124,5	129,5	134	132,5
Hari	h₁₉	h₂₀							
x	130	129,5							

Dari data diatas dapat ditentukan data minimum (d_{min}), data maksimum (d_{maks}), rentangan data (r), jumlah interval (k) dan panjang interval (p) sebagai berikut

$$d_{min} = 124,5$$

$$d_{maks} = 134$$

$$r = d_{maks} - d_{min} = 134 - 124,5 = 9,5$$

$$k = 1 + 3,3 \log N = 5,29 \approx 5$$

$$p = \frac{r}{k} = \frac{9,5}{5} = 1,9$$

Tabel 4.14 Interval untuk jumlah kedatangan nasabah

Interval ke (x)	Interval	Frekuensi (f)
1	124,5 – 126,4	2
2	126,5 – 128,3	3
3	128,4 – 130,2	9
4	130,3 – 132,1	1
5	132,2 - 134	5
Jumlah		20

Selanjutnya akan dilakukan uji kesesuaian Poisson dengan terlebih dahulu dihitung nilai χ^2_{hitung} dengan menggunakan rumus

$$\chi^2 = \frac{(f(x) - E(x))^2}{E(x)}$$

dimana

$f(x)$ = frekuensi interval ke- x

$E(X)$ = nilai harapan interval ke- x dengan $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$

Tabel 4.15 Interval untuk perhitungan nilai χ^2_{hitung} jumlah kedatangan nasabah

X	Interval	$f(x)$	$P(x)$	$E(X) = \sum f(x) P(x)$	$\frac{(f(x) - E(X))^2}{E(X)}$
0	122,6 – 124,4	0	0,014	0,28	0,28
1	124,5 – 126,4	2	0,06	1,2	0,533
2	126,5 – 128,3	3	0,13	2,6	0,061
3	128,4 – 130,2	9	0,18	3,6	8,1
4	130,3 – 132,1	1	0,19	3,8	2,063
5	132,2 – 134	5	0,165	3,3	0,876
JUMLAH		20		χ^2_{hitung}	11,913

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $\alpha = 0.05$ dan $k = 6$, maka nilai $\chi^2_{(1-\alpha)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(5)} = 11,070$. Sehingga diperoleh $\chi^2_{\text{hitung}} \geq \chi^2_{\text{tabel}}$ yakni $11,913 \geq 11,070$ yang berarti jumlah kedatangan nasabah berdistribusi *Poisson* ditolak.

Karena hipotesis jumlah kedatangan nasabah berdistribusi *poisson* ditolak, maka akan ditentukan kesesuaian data tersebut dengan distribusi lainnya. Dalam hal ini

akan dicoba dengan menggunakan uji kesesuaian sebaran seragam, dimana χ^2_{hitung} dirumuskan sebagai berikut

$$\chi^2_{hitung} = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} = \frac{137,56}{129,57} = 1,062$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $\alpha = 0.05$ dan $k = 20$, maka nilai $\chi^2_{(1-\alpha)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(19)} = 30,14$. Sehingga $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ yakni $30,14 \leq 1,062$ yang berarti hipotesis jumlah kedatangan nasabah berdistribusi seragam diterima.

4.3.2 Waktu Pelayanan nasabah

Uji Kesesuaian Eksponensial

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada h_1, h_2 sampai h_n terlebih dahulu ditentukan nilai waktu pelayanan nasabah dengan menggunakan rumus distribusi eksponensial. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus

$$\chi^2 = \frac{(f(x) - E(x))^2}{E(x)}$$

dengan $f(x)$ menyatakan frekuensi teramati dan $E(x)$ frekuensi harapan bagi sel ke- i . Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata pelayanan berdistribusi eksponensial apabila nilai $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$, jika sebaliknya yaitu $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{tabel}$ maka rata-rata pelayanan tidak dapat dikatakan berdistribusi eksponensial.

Waktu pelayanan rata-rata nasabah permenit

$$\mu(h_1) = \frac{1}{\left(\frac{14,20 + 15,46}{2}\right)} = \frac{1}{14,83} = 0,067$$

$$\mu(h_2) = \frac{1}{\left(\frac{14,26 + 14,00}{2}\right)} = \frac{1}{14,13} = 0,070$$

·
·
·

$$\mu(h_{20}) = \frac{1}{\left(\frac{12,58 + 14,59}{2}\right)} = \frac{1}{13,58} = 0,074$$

waktu pelayanan rata-rata nasabah permenit selengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 4.16 Data rata-rata waktu pelayanan nasabah

Hari	h₁	h₂	h₃	h₄	h₅	h₆	h₇	h₈
μ	0,067	0,070	0,076	0,066	0,076	0,073	0,077	0,070
Hari	h₉	h₁₀	h₁₁	h₁₂	h₁₃	h₁₄	h₁₅	h₁₆
μ	0,072	0,077	0,072	0,075	0,072	0,074	0,071	0,074
Hari	h₁₇	h₁₈	h₁₉	h₂₀				
μ	0,077	0,070	0,076	0,074				

Dari data diatas dapat ditentukan data minimum (d_{min}), data maksimum (d_{maks}), rentangan data (r), jumlah interval (k) dan panjang interval (p) sebagai berikut

$$d_{min} = 0,066$$

$$d_{\text{maks}} = 0,077$$

$$r = d_{\text{maks}} - d_{\text{min}} = 0,077 - 0,066 = 0,011$$

$$k = 1 + 3,3 \log N = 5,29 \approx 5$$

$$p = \frac{r}{k} = \frac{0,011}{5} = 0,0022$$

Tabel 4.17 Interval untuk waktu pelayanan nasabah

Interval	$f(x_i)$	c_i	x_i	$f(x_i) \cdot c_i$
0,066 – 0,0682	2	0	0,0671	0
0,0683 – 0,0704	3	1	0,0693	3
0,0705 – 0,0726	4	2	0,0715	8
0,0727 – 0,0748	4	3	0,0737	12
0,0749 – 0,077	7	4	0,0759	28
Jumlah	20			51

$$\bar{x} = x_0 + p \frac{\sum f(x_i) \cdot c_i}{\sum f_i} = 0,0671 + 0,0022 \frac{51}{20} = 0,07271$$

$$\mu = \frac{1}{\bar{x}} = \frac{1}{0,07271} = 13,75327$$

$$P(x) = \int_{x_1}^{x_2} \mu e^{-\mu x} dx$$

dimana

x_2 = batas interval bagian atas

x_1 = batas interval bagian bawah

Tabel 4.18 Interval untuk perhitungan nilai χ^2_{hitung} waktu pelayanan nasabah

Interval	$f(x)$	x_i	$P(x_i)$	$E(X) = \sum f(x)P(x)$	χ^2
0,066 – 0,0682	2	0,0671	0,0120	0,24	0,12456
0,0683 – 0,0704	3	0,0693	0,0111	0,222	0,105
0,0705 – 0,0726	4	0,0715	0,0107	0,214	0,09489
0,0727 – 0,0748	4	0,0737	0,0105	0,21	0,08846
0,0749 – 0,077	7	0,0759	0,0102	0,204	0,08044
Jumlah	20		χ^2_{hitung}		0,49335

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $\alpha = 0.05$ dan $k = 5$, maka nilai $\chi^2_{(1-\alpha)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(4)} = 9,488$. Sehingga dapat diperoleh $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ yakni $0,49335 \leq 9,488$ yang berarti waktu pelayanan nasabah berdistribusi eksponensial.

Model antrian yang diperoleh adalah model $(G/M/1) : (FCFS/~/~)$. Model ini berarti tingkat kedatangan berdistribusi seragam dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial. Disiplin antrian yang digunakan adalah nasabah yang pertama datang yang pertama dilayani. Jumlah nasabah dalam sistem antrian dan ukuran populasi pada sumber masukan adalah tak berhingga.

4.5 Hasil Perhitungan Berdasarkan Analisis dan Membangkitkan Contoh dengan Menggunakan Teori Antrian

4.5.1 Hasil Perhitungan Berdasarkan Analisis dengan Menggunakan Teori Antrian

Berdasarkan analisis terhadap tingkat kedatangan. Waktu pelayanan, model antrian di PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah model antrian dengan pola kedatangan seragam. Dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial sebelum membangkitkan contoh.

Ekspektasi Kecepatan Kedatangan rata-rata (λ)

$$\lambda = \frac{\text{Jumlah nasabah selama pengamatan}}{\text{waktu pengamatan}}$$

$$\lambda = \frac{5183}{120}$$

$$\lambda = 43,192 \text{ nasabah per jam}$$

$$\lambda = 0,72 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi kecepatan kedatangan rata-rata nasabah pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,72 nasabah per menit.

Ekspektasi Kecepatan pelayanan rata-rata (μ)

Dari data diketahui rata-rata pelayanan nasabah = 13,699 menit, maka

$$\mu = \frac{1}{\text{rata-rata waktu pelayanan nasabah}}$$

$$\mu = \frac{1}{13,699}$$

$$\mu = 0,073 \text{ nasabah pe menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata nasabah pada PT.

Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,073 nasabah per menit.

Menentukan tingkat kesibukan

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho = \frac{0,72}{0,073}$$

$$\rho = 9,863 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan peluang masa sibuk pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang

Padang adalah 9,863 nasabah per menit.

Menentukan peluang semua pelayanan menganggur

$$P_0 = \frac{\lambda}{\rho}$$

$$P_0 = \frac{0,72}{9,863}$$

$$P_0 = 0,073$$

Hal ini menunjukkan peluang semua pelayanan menganggur pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,073.

Ekspektasi panjang antrian (L_q)

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{(0,72)^2}{0,073(0,073 - 0,72)}$$

$$L_q = \frac{0,52}{-0,047}$$

$$L_q = - 11,064 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -11,064 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi panjang garis (L)

$$L = L_q + \rho$$

$$L = - 11,064 + 9,863$$

$$L = -1,2 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang antrian garis pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,2 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (W)

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

$$W = \frac{-1,2}{0,72}$$

$$W = -1,67 \text{ menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,67 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi menunggu dalam antrian (W_q)

$$W_q = W - \mu$$

$$W_q = -1,67 - 0,073$$

$$W_q = -1,743 \text{ menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi menunggu dalam antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,743 nasabah per menit.

4.5.2 Hasil perhitungan dengan cara membangkitkan contoh dalam teori antrian

Membangkitkan contoh

Metode membangkitkan contoh merupakan salah satu metode yang lebih efektif untuk memecahkan masalah antrian jenis ini. Untuk membangkitkan contoh waktu kedatangan digunakan program matematika bilangan random antara 0-1.

Waktu pelayanan nasabah

Dari uji distribusi diketahui waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial.

Diketahui waktu rata-rata pelayanan 13,699 menit.

Tabel 4.19 Membangkitan Contoh Waktu Pelayanan Nasabah

Kedatangan nasabah	Bilangan random (u)	Rata-rata waktu pelayanan $X = -13,699 \ln(u)$
1	0,07	36,43
2	0,44	11,25
3	0,75	3,94
4	0,78	3,4
5	0,56	7,94
6	0,41	12,21
7	0,29	16,96
8	0,27	17,94
9	0,55	8,19
10	0,26	18,45
11	0,22	20,74

12	0,03	48,04
13	0,63	6,33
14	0,66	5,69
15	0,95	0,70
16	0,35	14,38
17	0,51	9,22
18	0,09	32,99
19	0,45	10,94
20	0,43	11,56
Jumlah		297,3
Rata-rata		14,865

Berdasarkan analisis tingkat kedatangan, waktu pelayanan, model antrian di Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah model antrian dengan jumlah kedatangan nasabah berdistribusi seragam, dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial

Ekspektasi Kecepatan Kedatangan rata-rata (λ)

Dari data diketahui :

$$\lambda = \frac{\text{Jumlah nasabah selama pengamatan}}{\text{waktu pengamatan}}$$

$$\lambda = \frac{5183}{120}$$

$$\lambda = 43,192 \text{ nasabah per jam}$$

$$\lambda = 0,72 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi kecepatan kedatangan rata-rata nasabah pada PT.

Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,72 nasabah per menit.

Ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata (μ)

Dari data diketahui rata-rata pelayanan nasabah adalah 14,865. Maka :

$$\mu = \frac{1}{\text{rata-rata waktu pelayanan nasabah}}$$

$$\mu = \frac{1}{14,865}$$

$$\mu = 0,067 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata nasabah pada PT.

Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,067 nasabah per menit.

Menentukan tingkat kesibukan

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho = \frac{0,72}{0,067}$$

$$\rho = 10,75 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan peluang masa sibuk pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 10,75 nasabah per menit.

Menentukan Peluang semua pelayanan menganggur

$$P_0 = \frac{\lambda}{\rho}$$

$$P_0 = \frac{0,72}{10,75}$$

$$P_0 = 0,067$$

Hal ini menunjukkan peluang semua pelayanan menganggur pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah 0,067 nasabah per menit.

Ekspektasi panjang antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{(0,72)^2}{0,067(0,067 - 0,72)}$$

$$L_q = \frac{0,52}{-0,044}$$

$$L_q = -11,82 \text{ nasabah per menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -11,82 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi panjang garis

$$L = L_q + \rho$$

$$L = - 11,82 + 10,75$$

$$L = -1,07 \text{ nasabah per menit.}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang garis pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,07 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

$$W = \frac{-1,07}{0,72}$$

$$W = - 1,49 \text{ menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,49 nasabah per menit.

Menentukan ekspektasi waktu menunggu dalam antrian

$$W_q = W - \mu$$

$$W_q = - 1,49 - 0,067$$

$$W_q = -1,56 \text{ menit}$$

Hal ini menunjukkan ekspektasi panjang antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang adalah -1,56 nasabah per menit.

Tabel 4.20 Rangkuman Hasil Pengolahan Data

Nilai	Hasil Analisis	Hasil Membangkit Contoh
λ	0,72	0,72
μ	0,073	0,073
ρ	9,863	10,75
P_0	0,073	0,067
L_q	-11,064	- 11,82
L	-1,2	-1,07
W	-1,67	- 1,49
W_q	-1,743	-1,56

Berdasarkan hasil analisis data dan hasil membangkitkan contoh dapat terlihat bahwa nilai-nilai ekspektasi kecepatan kedatangan rata-rata (λ), ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata (μ), peluang masa sibuk (ρ), probabilitas semua pelayanan menganggur atau tidak ada nasabah dalam sistem (P_0), ekspektasi panjang antrian (L_q), ekspektasi panjang garis (L), ekspektasi menunggu dalam

sistem (W), ekspektasi menunggu dalam antrian (W_q) mempunyai nilai yang hampir sama.



ekspektasi kecepatan pelayanan rata-rata (μ) = 0,073 nasabah per menit, tingkat kesibukan (ρ) = 10,75 nasabah per menit, probabilitas semua pelayanan menganggur atau tidak ada nasabah dalam sistem (P_0) = 0,067, ekspektasi panjang antrian (L_q) = 11,82 nasabah per menit, ekspektasi panjang garis (L) = 1,07 nasabah per menit, ekspektasi menunggu dalam sistem (W) = 1,49 menit, ekspektasi menunggu dalam antrian (W_q) = 1,56 menit.

Hal ini memperlihatkan bahwa hasil analisis data primer dan hasil dari membangkitkan contoh memperlihatkan perilaku yang sama untuk model antrian pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang.

5.2 Saran

Tingkat kedatangan nasabah dan kecepatan pelayanan agar selalu di analisa untuk suatu priode waktu tertentu, sehingga dapat ditentukan kebijakan untuk mengantisipasi antrian yang terjadi demi memberikan pelayanan yang terbaik bagi nasabah pada PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang.

Untuk perusahaan PT. Bank Syariah Mandiri Cabang Padang tidak perlu menambahkan *costumer service* sementara waktu ini, dikarenakan pada antrian masih terjadi *costumer service* menunggu kedatangan nasabah.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brzezniak, Z. dan Zastawniak, T. 1998. *Basic Stochastic Processes*; Springer. London.
- [2] Buffa, E. *Manajemen Produksi*, Edisi Ke 6, Jakarta. Erlangga, 1992.
- [3] Kuntjoro, M. 2004. *Metode Kuantitatif: Teori dan Aplikasi Untuk Bisnis dan Ekonomi*. Edisi 2. YKPN. Yogyakarta.
- [4] Ross, S.M. 1995 *Stochastic Processes*. Wiley. Newyork.
- [5] Ross, S.M. 2009. *Introduction to Probability Models*. Academic press Newyork.
- [6] Sekaran, U. 2006 *Research Methods for Business*. Edisi 4. Penerbit Salemba Empat. Jakarta
- [7] Siagian, P. *Penelitian Operasional: Teori dan Praktek*. UI Press. Jakarta, 1987
- [8] Subagyo Pangestu, Asri Marwan dan Hani Handoko, T. *Dasar-Dasar Operations Research*. BPFE UGM. Yogyakarta. 2000.