



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar Unand.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Unand.

## **MENENTUKAN LINTASAN TERPENDEK DENGAN MENGUNAKAN PERLUASAN ALGORITMA DIJKSTRA**

**SKRIPSI**



**AMPUNI WARUWU  
07 134 063**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG 2011**

## TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa:

Nama : Ampuni Waruwu

No. Buku Pokok : 07134063

Jurusan : Matematika

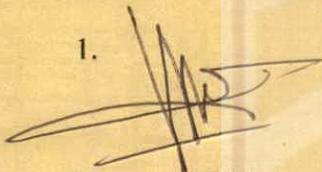
Bidang : Matematika Terapan

Judul Skripsi : Menentukan Lintasan Terpendek Dengan Menggunakan  
Perluasan Algoritma Dijkstra

telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal 04 Juli 2011 berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing/Penguji

1.



Narwen, M.Si  
NIP. 196704101997021001

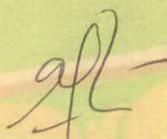
Penguji

1.



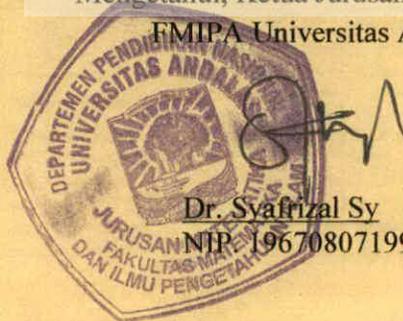
Budi Rudianto, M.Si  
NIP. 132169920

2.



Efendi, M.Si  
NIP. 197807172002121002

Mengetahui, Ketua Jurusan Matematika  
FMIPA Universitas Andalas



Dr. Syafrizal Sy  
NIP. 196708071993091001

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan karuniaNya sehingga skripsi dengan judul “**Menentukan Lintasan Terpendek dengan Menggunakan Perluasan Algoritma Dijkstra**” telah dapat diselesaikan sebagai syarat untuk memperoleh gelar sarjana pada Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Andalas.

Dengan selesainya skripsi ini perkenallah penulis menyampaikan penghargaan dan terima kasih sebesar-besarnya kepada Bapak **Narwen, M.Si** selaku pembimbing yang telah meluangkan waktu dan memberikan bimbingan, arahan, petunjuk serta bantuan, mulai dari perencanaan sampai skripsi ini selesai.

Selanjutnya izinkanlah pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Spesial buat Orang Tua, **Mama, Abang dan Kakak**, terimakasih atas segala perhatian dan dukungan moril kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
2. Bapak **Budi Rudianto, M.Si** dan **Efendi, M.Si** selaku penguji yang telah memberikan arahan.
3. Bapak **Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si** selaku koordinator Basic Science Jurusan Matematika sekaligus sabagai pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama menyelesaikan masa studi di Universitas Andalas.
4. Bapak **Dr. Syafrizal Sy, M.Si** selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.
5. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan kepada Penulis.

7. Rekan-rekan Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas program Basic Science angkatan 2007 yang telah memberi dukungan selama penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa tulisan ini masih jauh dengan kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran demi kemajuan tulisan selanjutnya. Akhirnya penulis tetap mengharapkan semoga tulisan yang sederhana ini dapat bermanfaat. Amin.

Padang, Juli 2011

Penulis



## ABSTRAK

Perluasan algoritma *Dijkstra* merupakan algoritma yang digunakan untuk mencari lintasan terpendek pada graf tak-berarah dengan pembobotan  $G(V, E, w)$ . Lintasan terpendek dapat berupa menentukan panjang lintasan terpendek dari suatu titik ke titik lain. Dengan perluasan algoritma ini juga dapat diperoleh titik-titik yang membentuk lintasan terpendek tersebut.

**Kata-kata kunci:** Perluasan algoritma *Dijkstra*, Graf tak-berarah dengan pembobotan, lintasan terpendek.



## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	iii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	iv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	vi
<b>BAB I      PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	1
1.3 Pembatasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan.....	2
1.5 Sistematika penulisan.....	2
<b>BAB II     LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Graf .....	3
2.2 Graf Tak-berarah ( <i>undirected graph</i> ).....	4
2.2.1 Jalan ( <i>walk</i> ) .....	4
2.2.2 Lintasan ( <i>Path</i> ) .....	5
2.3 Graf Terhubung.....	6
2.4 Graf Berbobot ( <i>weighted graph</i> ).....	6
2.5 Graf Sederhana .....	7
2.6 Perluasan Algoritma <i>Dijkstra</i> .....	8

**BAB III PEMBAHASAN**

3.1 Lintasan Terpendek Dalam Suatu Graf..... 9

3.2 Struktur Lintasan Terpendek..... 10

3.3 Algoritma Lintasan Terpendek..... 10

3.4 Contoh Aplikasi..... 12

**BAB IV PENUTUP**

4.1 Kesimpulan ..... 33

**DAFTAR PUSTAKA**



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Contoh Graf.....	4
Gambar 2.2 Graf tak-berarah .....	4
Gambar 2.3 Jalan ( <i>walk</i> ) dalam graf .....	5
Gambar 2.4 Graf Terhubung .....	6
Gambar 2.5 Graf Berbobot.....	7
Gambar 2.6 Contoh Graf Sederhana .....	7
Gambar 3.1 Graf $G(V, E, w)$ yang mempunyai 6 titik .....	12
Gambar 3.2 Graf $G(V, E, w)$ yang mempunyai 7 titik .....	15
Gambar 3.3 Graf berbobot yang mempunyai 12 titik .....	26



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Misalkan diberikan graf tak-berarah yang sisi-sisinya dan titik-titiknya diberi nilai positif sehingga berbentuk graf tak-berarah dengan pelabelan atau pembobotan. Suatu masalah klasik dalam graf tak-berarah dengan pembobotan yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah menentukan lintasan terpendek. Aplikasinya dapat digunakan dalam bidang transportasi, komunikasi, komputasi dan lain-lain.

Masalah lintasan terpendek adalah masalah yang sangat penting karena berkaitan dengan masalah optimasi, khususnya berkenaan dengan masalah meminimumkan biaya atau meminimumkan efisiensi waktu yang dibutuhkan. Masalah lintasan terpendek untuk semua pasangan titik adalah masalah untuk menentukan jarak terpendek dari setiap pasangan titik yang ada, sehingga tercapainya optimasi fungsi tujuan yang diinginkan.

Ada beberapa algoritma yang dapat digunakan untuk masalah lintasan terpendek, diantaranya algoritma *Dijkstra*, algoritma *Warshal*, algoritma *Floyd* dan perluasan algoritma *Dijkstra*. Selanjutnya pada tulisan ini akan dibahas mengenai perluasan algoritma *Dijkstra*.

### 1.2 Perumusan Masalah

Pada tulisan ini akan dibahas tentang lintasan terpendek dalam suatu graf dan bentuk atau struktur lintasan dari semua pasangan titik yang terdapat dalam graf tak-berarah dengan pembobotan tersebut. Metode yang digunakan adalah perluasan algoritma *Dijkstra*.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Menentukan lintasan terpendek pada graf dari titik awal ke titik akhir. Dengan adanya bobot-bobot pada setiap titik di dalam graf tersebut dapat diperoleh lintasan terpendek dari titik awal ke titik akhir. Untuk menentukan lintasan terpendeknya, akan dicari dengan menggunakan algoritma yaitu perluasan algoritma *Dijkstra*.

### **1.4 Tujuan Penulisan**

Tulisan ini bertujuan untuk mencari semua bobot lintasan terpendek dan bentuk lintasannya dari suatu graf tak-berarah dengan pembobotan yang diberikan.

Menentukan lintasan terpendek dapat digunakan dalam berbagai aplikasi seperti di bidang transportasi, misalnya memilih jarak terpendek dari suatu tempat ke tempat lainnya dengan beberapa alternatif bentuk lintasan yang terdapat di daerah tersebut.

### **1.5 Sistematika penulisan**

Tugas akhir ini dimulai dengan BAB I membahas tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan. BAB II, memuat teori dasar yang digunakan pada BAB selanjutnya. Pada BAB III, akan dibahas permasalahan lintasan terpendek dalam suatu graf, struktur lintasan terpendek, algoritma lintasan terpendek pada perluasan algoritma *Dijkstra*. BAB IV, memuat kesimpulan mengenai tugas akhir ini.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

Dalam bab ini akan dikemukakan beberapa teori yang menjadi landasan dalam pembahasan penyelesaian masalah lintasan terpendek, yaitu graf dan pengertian graf, graf tak-berarah, jalan (*walk*), lintasan (*path*), graf terhubung, graf berbobot, graf sederhana, dan perluasan algoritma *Dijkstra*.

#### 2.1 Graf dan pengertian graf

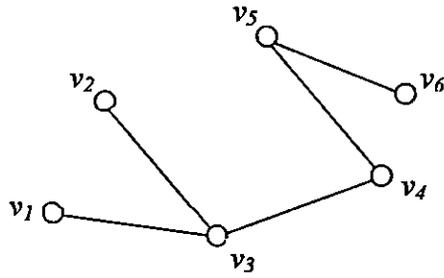
Suatu graf  $G$  terdiri atas dua himpunan hingga, yaitu himpunan titik  $V$ ,  $V$  adalah himpunan yang tidak kosong, dan himpunan garis yang menghubungkan titik-titik  $V$  dinamakan sisi  $E$  (*edge*) sedemikian sehingga setiap sisi yang menghubungkan dua titik dinamakan titik ujung sisi tersebut. Dengan demikian graf  $G$  dapat ditulis dengan  $G(V, E)$ . Biasanya titik akan dilambangkan dengan huruf-huruf  $v_1, v_2, \dots, v_n$  dan sisi akan dilambangkan dengan  $e_{ij} = (v_i, v_j)$  dimana titik ujungnya  $v_i$  dan  $v_j$ . Misalkan  $G$  suatu graf dan  $\{v_i, v_j\}$  sebuah sisi pada  $G$ . Selama  $\{v_i, v_j\}$  adalah 2 anggota himpunan, maka dapat ditulis  $\{v_i, v_j\}$  sebagai pengganti dari  $\{v_j, v_i\}$ .

Bila titik  $v_i$  merupakan sebuah titik ujung dari suatu sisi  $e_{ij}$ , maka  $v_i$  dan  $e_{ij}$  dikatakan saling terkait (*incident*) antara satu dengan yang lainnya. Jika  $e = v_i, v_j$  adalah sisi pada graf  $G$  maka dikatakan  $v_i$  dan  $v_j$  adalah bertetangga di  $G$ , dan  $e$  menghubungkan  $v_i$  dan  $v_j$ . Dapat juga dikatakan setiap  $v_i$  dan  $v_j$  bertetangga dengan yang lainnya.

Sebagai contoh: suatu graf  $G$  didefinisikan dengan himpunan-himpunan

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

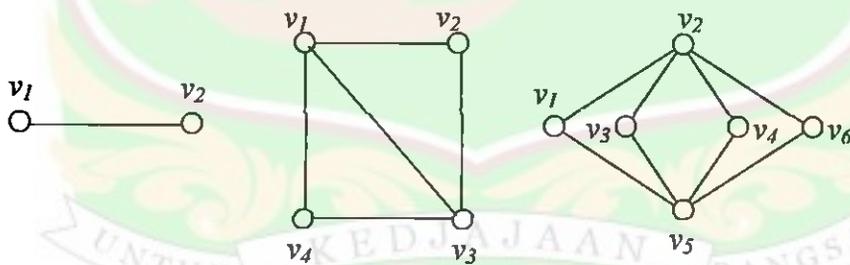
$$\text{dan } E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_4, v_6)\}$$



**Gambar 2.1** Contoh Graf

## 2.2 Graf Tak-berarah (*undirected graph*)

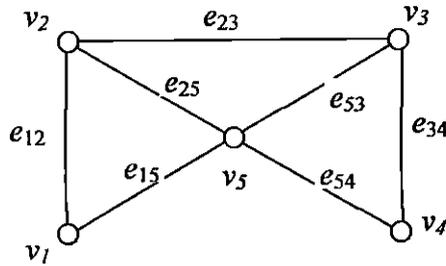
Graf tak-berarah (*undirected graph*) didefinisikan sebagai suatu pasangan terurut  $(V, E)$ , dengan  $V$  suatu himpunan dan  $E$  suatu himpunan yang unsur-unsurnya berupa multihimpunan dengan dua unsur dari  $V$ . Graf tak-berarah dapat digambarkan secara geometris sebagai suatu himpunan titik  $V$  dengan suatu himpunan tanpa arah pada  $E$  antara pasangan titik tersebut, dengan kata lain setiap sisi  $e_{ij}$  tidak mempunyai arah dari titik awalnya  $v_i$  ke titik akhirnya  $v_j$ , dengan  $e_{ij} \in E$ .



**Gambar 2.2** Graf tak-berarah

### 2.2.1 Jalan (*walk*)

Pada graf  $G(V, E)$  didefinisikan jalan (*walk*) dari  $v_i$  ke  $v_j$  sebagai urutan titik awal  $v_i$  menelusuri beberapa sisi sampai ke titik akhir  $v_j$ . Jalan dari  $v_i$  ke  $v_j$  dapat berbentuk  $v_1, e_{12}, v_2, e_{23}, v_3, \dots, v_{j-1}, e_{j-1,i}, v_j$ .



**Gambar 2.3** Jalan (*walk*) dalam graf

Dari gambar 2.3, salah satu jalan (*walk*) nya adalah  $v_1, e_{12}, v_2, e_{23}, v_3, e_{34}, v_4, e_{54}$ .

### 2.2.2 Lintasan (*path*)

Lintasan (*path*) adalah jalan (*walk*) dimana tidak ada titik yang diulang. Jalan yang melewati sisi paling banyak satu kali disebut jalan kecil. Suatu lintasan dikatakan sederhana (*simple*) jika tidak mencakup titik yang sama dua kali. Suatu lintasan dikatakan elementer (*elementary*) jika tidak bertemu titik-titik yang sama dua kali. Panjang lintasan dalam graf  $G$  di definisikan sebagai jumlah dari panjang sisi-sisi di dalam lintasan itu. Salah satu masalah dalam lintasan adalah menentukan lintasan terpendek dari suatu titik ke titik lain di dalam  $V$ . Lintasan terpendek dari  $v_i$  ke  $v_j$  ditulis  $v_i - v_j$  adalah suatu lintasan, sedemikian sehingga jumlah panjang sisi-sisinya adalah minimum (*terpendek*) di antara semua lintasan dari  $v_i$  ke  $v_j$ .

#### **Teorema 2.2.1 [ 1 ]**

Di dalam suatu graf tak-berarah dengan  $n$  titik, jika ada suatu lintasan dari titik  $v_i$  ke  $v_j$ , maka ada suatu lintasan dengan tidak lebih dari  $n - 1$  sisi dari titik  $v_i$  ke  $v_j$ .

#### **Bukti:**

Misalkan ada suatu lintasan dari  $v_i$  ke  $v_j$ . Misalkan pula  $(v_i, \dots, v_k, \dots, v_j)$  adalah barisan titik yang ditemui lintasan itu ketika ditelusuri dari  $v_i$  ke  $v_j$ .

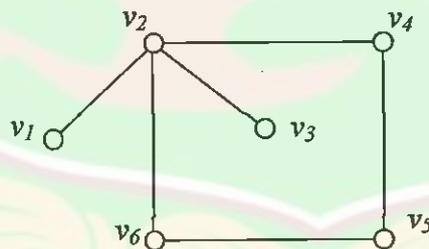
Jika ada  $l$  buah sisi dalam lintasan itu, maka ada  $l + 1$  titik di dalam barisan titik tersebut. Agar  $l$  lebih besar dari pada  $n - 1$ , harus ada titik  $v_r$  yang muncul lebih dari satu kali di dalam barisan itu. Dengan kata lain barisan titik itu mempunyai bentuk umum  $(v_i, \dots, v_k, \dots, v_r, \dots, v_r, \dots, v_j)$ . Jika sisi-sisi di dalam lintasan yang membawa  $v_r$  kembali ke  $v_r$  dibuang, akan diperoleh sebuah lintasan dari  $v_i$  ke  $v_j$  yang memiliki lebih sedikit sisi dari pada jumlah sisi semula. Argumentasi ini dapat diulang sampai memiliki lintasan dengan  $n - 1$  sisi atau lebih sedikit lagi.

### 2.3 Graf Terhubung

#### Definisi 2.1. [ 2 ]

Graf tak berarah  $G$  disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasangan titik  $v_i$  dan  $v_j$  di dalam himpunan  $V$  terdapat lintasan dari  $v_i$  ke  $v_j$ .

Jarak antara dua titik  $v_i$  ke titik  $v_j$  adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan titik  $v_i$  ke titik  $v_j$  pada graf  $G$ .



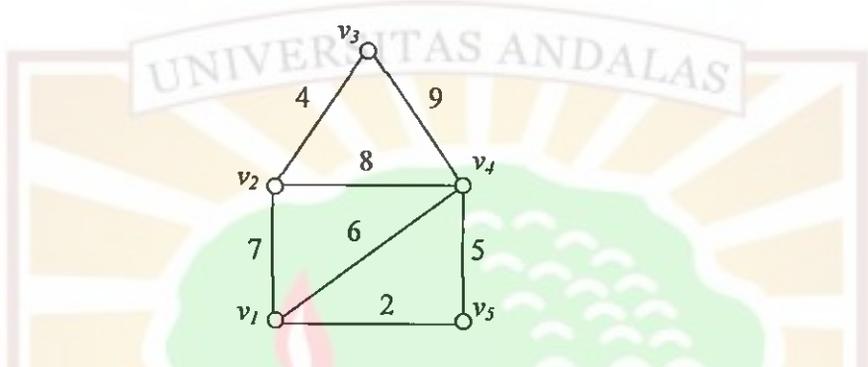
Gambar 2.4 Graf Terhubung

### 2.4. Graf Berbobot (*weighted graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi suatu harga (bobot). Bobot pada setiap sisi berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah titik, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah titik komunikasi ke titik komunikasi lain dalam

jaringan komputer dan bisa juga jarak antara kedua kota. Pembobotan sisi  $(i, j)$  dilambangkan dengan  $w(e_{ij})$ , dinamakan panjang sisi  $\{i, j\}$ .

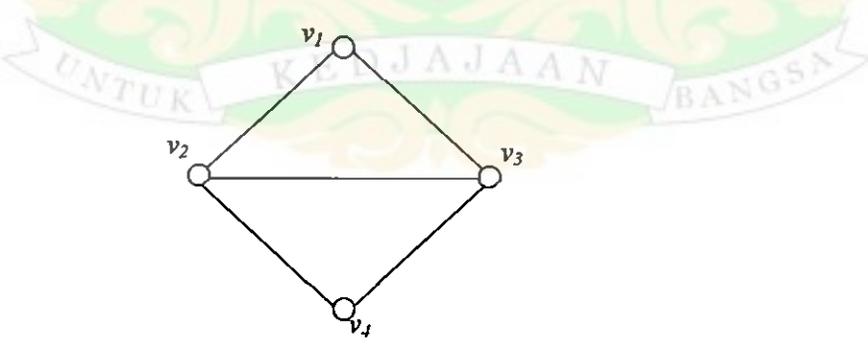
Istilah lain yang dikaitkan dengan graf berbobot adalah graf berlabel. Label tidak hanya diberikan pada sisi, tetapi juga pada titik. Sisi diberi label berupa bilangan positif, sedangkan titik diberi label  $v_1, v_2, \dots, v_j$ .



Gambar 2.5 Graf Berbobot

### 2.5 Graf Sederhana

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana. Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan tak-terurut (*unordered pairs*). Jadi penulisan sisi  $(v_i, v_j)$  sama dengan  $(v_j, v_i)$ . Dapat juga didefinisikan graf  $G = (V, E)$  terdiri dari himpunan tidak kosong titik-titik dan  $E$  adalah himpunan pasangan tak terurut berbeda yang disebut sisi.



Gambar 2.6 Contoh Graf Sederhana

## 2.6 Perluasan Algoritma Dijkstra

### Definisi 2.2. [2]

Algoritma adalah urutan logis langkah-langkah penyelesaian masalah yang disusun secara sistematis.

Menghitung sebuah kemungkinan dan menyimpannya sehingga jika setiap memilih jalan dapat juga membandingkan dengan jalan yang disimpan tersebut dinamakan perluasan algoritma *Dijkstra*.



## BAB III

### PEMBAHASAN

#### 3.1 Lintasan Terpendek Dalam Suatu Graf

Persoalan mencari lintasan terpendek di dalam graf merupakan salah satu persoalan optimasi. Kata terpendek pada masalah lintasan terpendek dapat diartikan sebagai meminimasi bobot pada suatu lintasan di dalam graf yang diberikan. Bobot pada sisi di dalam graf dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antara dua buah tempat, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah titik komunikasi lain (dalam jaringan komputer), ongkos produksi pembangunan jaringan minyak yang menghubungkan sumber dengan fasilitas penyimpanan minyak dan dengan konsumen.

Ada beberapa macam persoalan lintasan terpendek dalam graf yaitu: [ 2 ]

1. Menentukan panjang lintasan terpendek dari suatu titik tertentu (*a pair shortest path*).
2. Lintasan terpendek antara semua pasangan titik (*all pairs shortest path*.)
3. Lintasan terpendek dari titik tertentu ke semua titik yang lain (*single-source shortest path*).
4. Lintasan terpendek antara dua buah titik yang melalui beberapa titik tertentu (*intermediate shortest path*).

Pada tulisan ini akan dibahas bagaimana menentukan panjang lintasan terpendek dari titik tertentu ke semua titik yang lain dan menentukan lintasan terpendek yang dilalui dengan menggunakan perluasan algoritma *Dijkstra*. Graf yang dibahas adalah graf tak-berarah dengan pembobotan yang terhubung.

Dengan demikian pada bab ini akan dibahas mengenai struktur lintasan terpendek, algoritma menentukan lintasan terpendek dan contoh aplikasi mengenai lintasan terpendek.

### 3.2 Struktur Lintasan Terpendek

Misalkan diberikan graf tak-berarah  $G(V, E, w)$  dengan  $V$  himpunan titik,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , himpunan sisi  $E = e_{ij}$ , untuk suatu  $i, j = 1, 2, \dots, n$  dan  $W = \{w_{11}, w_{12}, \dots, w_{21}, w_{22}, \dots, w_{nm}\}$ , dimana  $w_{ij}$  adalah bobot sisi tak-berarah dari titik  $v_i$  ke titik  $v_j$ ,  $\forall v_i, v_j \in E; i, j = 1, 2, \dots, n$ . Misalkan  $V^* = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$  untuk sembarang  $k$ , dimana  $V^*$  merupakan himpunan bagian dari  $V$ . Andaikan setiap lintasan dari semua titik  $v_i$  ke  $v_j$  mempunyai titik antara yang berada dalam himpunan  $V^*$  maka  $p$  adalah himpunan yang mempunyai bobot di antara lintasan-lintasan tersebut. Jika  $v_k$  adalah titik antara pada lintasan  $p$  maka lintasan  $p$  dapat diuraikan menjadi  $v_i - v_k - v_j$ , dan jika  $v_i - v_k - v_j$  memiliki lintasan yang nilai bobotnya paling kecil maka lintasan terpendeknya adalah  $v_i - v_k - v_j$ .

### 3.3 Algoritma menentukan Lintasan terpendek

Misalkan diberikan graf sederhana terhubung dengan  $n$  titik, yaitu  $v_1, v_2, \dots, v_n$  dan diberikan juga bobot sisi  $w_{ij}$  yang menyatakan bobot dari titik  $v_i$  ke titik  $v_j$  untuk setiap  $e_{ij}$  adalah sisi pada graf yang diberikan. Selanjutnya akan ditentukan jarak terpendek dari sembarang titik  $v_i$  ke titik  $v_j$  dengan langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Mulai dengan langkah ke- $n$  ditulis  $L_n$ : dari titik  $v_i$  bergerak ke titik yang bertetangga dengan titik  $v_i$ . Misalkan banyak titik yang bertetangga dengan  $v_i$  adalah  $r$  maka cari jarak minimum dari titik  $v_i$  ke titik  $v_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, r$ .

Ditulis  $J_{nm}(v_i - v_l)$  dengan  $n, m$  bilangan asli dan  $n$  untuk langkah sedangkan  $m$  untuk jarak.

2. Misalkan Jarak minimumnya adalah pada lintasan  $v_i - v_k$  dengan  $k \in \{1, 2, \dots, r\}$  sehingga untuk langkah  $n + 1$  bergerak dari titik  $v_k$  pada lintasan  $v_i - v_k$  sedangkan lintasan  $v_i - v_l, l \neq k$  dianggap tetap.

3. Karena yang bergerak adalah dari titik  $v_k$  pada lintasan  $v_i - v_k$ , maka cari titik yang bertetangga dengan titik  $v_k$  selain titik  $v_i$  (titik yang sudah dilaluinya). Misalkan titik-titik yang bertetangga dengan  $v_k$  adalah  $t$  sehingga lintasannya adalah  $v_i - v_k - v_z, z = 1, 2, \dots, t$ .

4. Dari 1, 2 dan 3 diperoleh hasilnya adalah:

$$v_i - v_l, l \neq k$$

$$v_i - v_k - v_z, z = 1, 2, \dots, t$$

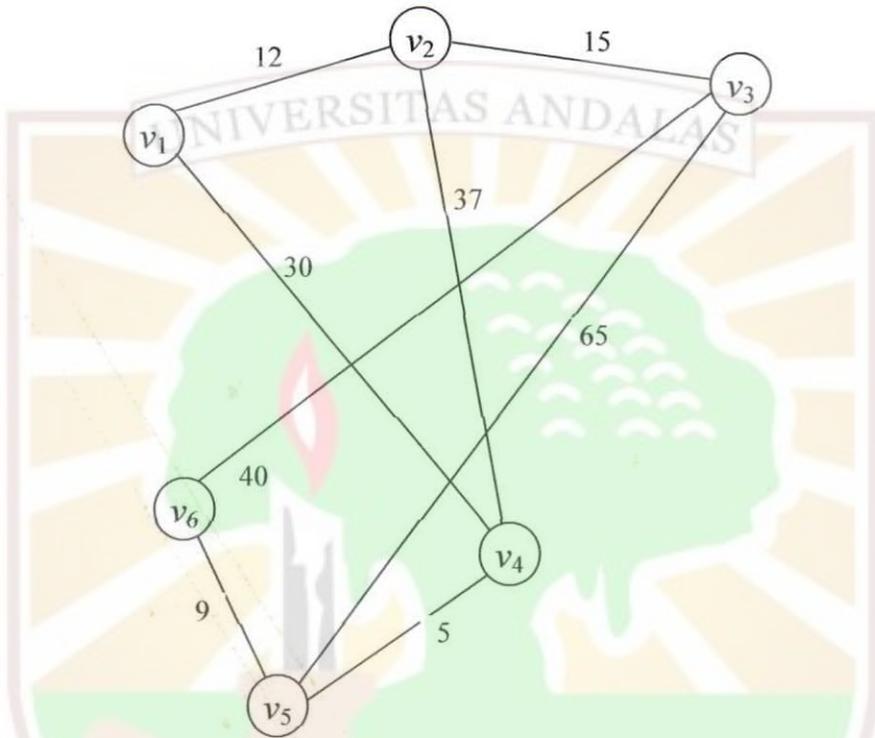
5. Misalkan jarak minimum dari 4 adalah pada lintasan  $v_i - v_l, l \neq k$  maka untuk langkah  $n + 1$  selanjutnya dilakukan seperti pada no.3, dan begitu juga jika jarak minimumnya selain  $v_i - v_l, l \neq k$ .

6. Jika jarak minimumnya sama, maka dipilih salah satu nilai terkecil dari lintasan itu untuk bergerak pertama. Jika terdapat jarak minimum dan harus melalui titik-titik dari lintasannya semula maka jarak lintasan tersebut dibuang.

7. Apabila sudah sampai pada titik  $v_j$  dan jaraknya adalah lebih kecil atau sama dengan jarak yang lainnya maka lintasan yang digunakan adalah lintasan  $v_i - v_j$  tersebut dan proses berhenti. Sebaliknya apabila sudah sampai pada titik  $v_j$  tetapi lebih besar dibandingkan jarak yang lainnya maka diteruskan langkah selanjutnya.

### 3.4 Contoh Aplikasi

**Contoh 3.1:** Misalkan diberikan Graf  $G$  yang mempunyai 6 titik dengan pembobotan seperti berikut ini.



**Gambar 3.1** Graf  $G(V, E, w)$  yang mempunyai 6 titik

Carilah jarak terpendek dari titik  $v_1$  ke titik  $v_5$ .

Dengan menggunakan langkah-langkah algoritma maka diperoleh hasil-hasil berikut:

**L1:** Titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_1$  adalah titik  $v_2$  dan titik  $v_4$  sehingga

jarak-jarak dari titik  $v_2$  ke titik tetangganya masing-masing adalah

$$J_{11} = (v_1 - v_4) = 30$$

$$J_{12} = (v_1 - v_2) = 12$$

Terlihat bahwa dari L1 jarak yang terpendek adalah  $J_{12}$  dan belum mencapai tujuan  $v_5$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-2 (L2) yang bergerak dari jarak yang terpendek yaitu  $J_{12} = (v_1 - v_2)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L2:** Karena yang dipilih adalah  $J_{12} = (v_1 - v_2)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_2$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_2$  yaitu titik  $v_3$  dan titik  $v_4$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{21} = J_{11} = (v_1 - v_4) = 30$$

$$J_{22} = (v_1 - v_2 - v_3) = 27$$

$$J_{23} = (v_1 - v_2 - v_4) = 49$$

Terlihat bahwa dari L2 jarak yang terpendek adalah  $J_{22}$  dan belum mencapai tujuan  $v_5$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-3 (L3) yang bergerak dari jarak yang terpendek yaitu  $J_{22} = (v_1 - v_2 - v_3)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L3:** Karena yang dipilih adalah  $J_{22} = (v_1 - v_2 - v_3)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_3$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_2 - v_3$  yaitu titik  $v_6$  dan titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{31} = J_{21} = (v_1 - v_4) = 30$$

$$J_{32} = J_{23} = (v_1 - v_2 - v_4) = 49$$

$$J_{33} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_6) = 67$$

$$J_{34} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_5) = 92$$

Terlihat bahwa dari L3,  $J_{34}$  telah sampai tujuan tetapi  $J_{34}$  lebih besar dibandingkan jarak yang lainnya sehingga pencarian masih dilanjutkan

dengan langkah ke-4 (L4) yang bergerak dari jarak yang terpendek yaitu  $J_{31} = (v_1 - v_4)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L4:** Karena yang dipilih adalah  $J_{31} = (v_1 - v_4)$  maka dicari titik yang bertetangga dengan titik  $v_4$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_4$  yaitu titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

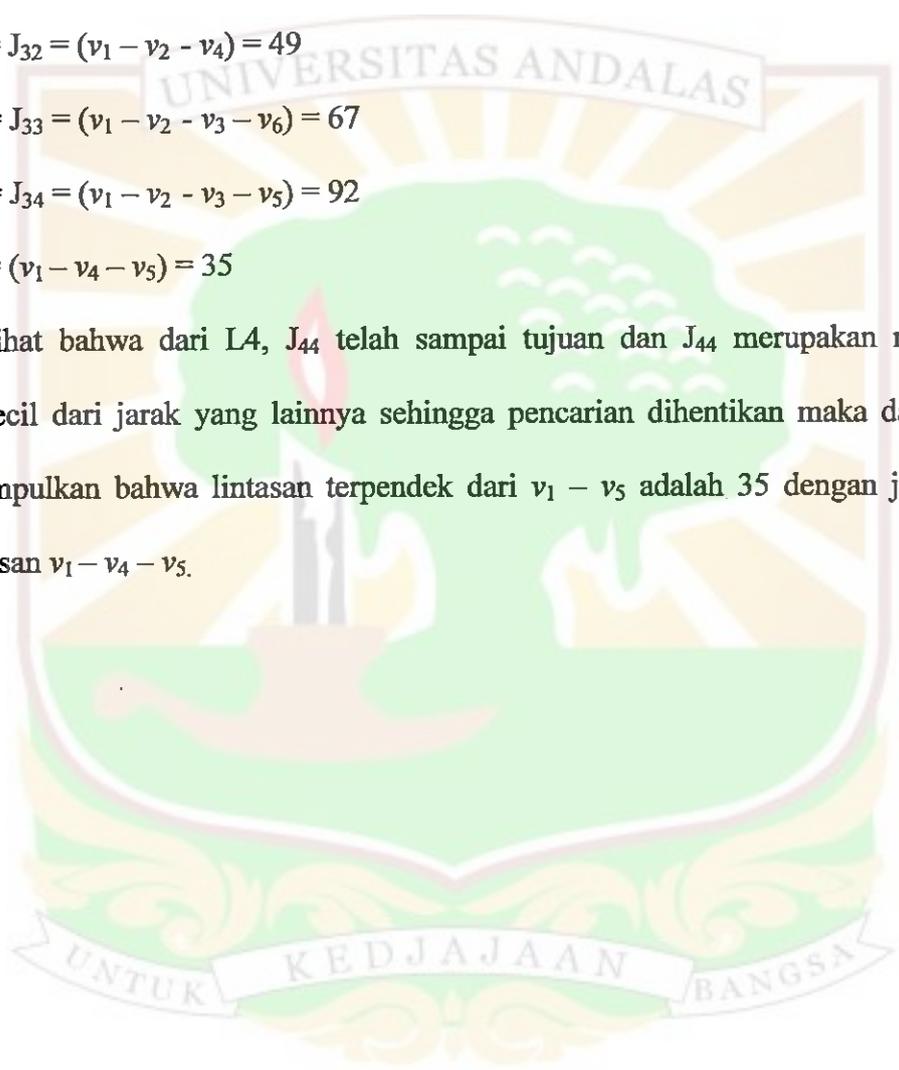
$$J_{41} = J_{32} = (v_1 - v_2 - v_4) = 49$$

$$J_{42} = J_{33} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_6) = 67$$

$$J_{43} = J_{34} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_5) = 92$$

$$J_{44} = (v_1 - v_4 - v_5) = 35$$

Terlihat bahwa dari L4,  $J_{44}$  telah sampai tujuan dan  $J_{44}$  merupakan nilai terkecil dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dihentikan maka dapat disimpulkan bahwa lintasan terpendek dari  $v_1 - v_5$  adalah 35 dengan jalur lintasan  $v_1 - v_4 - v_5$ .



(L2) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{11} = (v_2 - v_3)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L2:** Karena yang dipilih adalah  $J_{11} = (v_2 - v_3)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_3$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3$  yaitu titik  $v_1$ , titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{21} = J_{13} = (v_2 - v_7) = 10$$

$$J_{22} = J_{12} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{23} = (v_2 - v_3 - v_1) = 9$$

$$J_{23} = (v_2 - v_3 - v_5) = 11$$

Terlihat bahwa dari L2 jarak yang terpendek adalah  $J_{23}$  dan belum mencapai tujuan yaitu  $v_6$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-3 (L3) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{23} = (v_2 - v_3 - v_1)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L3:** Karena yang dipilih adalah  $J_{23} = (v_2 - v_3 - v_1)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_3$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_1$  yaitu titik  $v_4$ , titik  $v_7$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{31} = J_{21} = (v_2 - v_7) = 10$$

$$J_{32} = J_{23} = (v_2 - v_3 - v_5) = 11$$

$$J_{33} = J_{22} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{34} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{35} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7) = 13$$

Terlihat bahwa dari L3 jarak yang terpendek adalah  $J_{31}$  dan belum mencapai tujuan yaitu  $v_6$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-4

(L4) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{31} = (v_2 - v_7)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L4:** Karena yang dipilih adalah  $J_{31} = (v_2 - v_7)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_7$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_7$  yaitu titik  $v_1$ , titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{41} = J_{32} = (v_2 - v_3 - v_5) = 11$$

$$J_{42} = J_{35} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7) = 13$$

$$J_{43} = J_{33} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{44} = J_{34} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{45} = (v_2 - v_7 - v_1) = 14$$

$$J_{46} = (v_2 - v_7 - v_5) = 16$$

Terlihat bahwa dari L4 jarak yang terpendek adalah  $J_{41}$  dan belum mencapai tujuan yaitu  $v_6$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-5 (L5) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{41} = (v_2 - v_3 - v_5)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L5:** Karena yang dipilih adalah  $J_{41} = (v_2 - v_3 - v_5)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_5$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_5$  yaitu titik  $v_4$ , titik  $v_6$ , titik  $v_7$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{51} = J_{42} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7) = 13$$

$$J_{52} = J_{45} = (v_2 - v_7 - v_1) = 14$$

$$J_{53} = J_{43} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{54} = J_{46} = (v_2 - v_7 - v_5) = 16$$

$$J_{55} = J_{44} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{56} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{57} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{58} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7) = 17$$

Terlihat bahwa dari L5,  $J_{57}$  telah sampai tujuan yaitu  $v_6$  tetapi lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-6 (L6) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{51} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L6:** Karena yang dipilih adalah  $J_{51} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_7$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_1 - v_7$  yaitu titik  $v_5$ , titik  $v_6$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{61} = J_{52} = (v_2 - v_7 - v_1) = 14$$

$$J_{62} = J_{53} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{63} = J_{54} = (v_2 - v_7 - v_5) = 16$$

$$J_{64} = J_{58} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7) = 17$$

$$J_{65} = J_{56} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{66} = J_{55} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{67} = J_{57} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{68} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{69} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

Terlihat bahwa dari L6,  $J_{66}$  dan  $J_{69}$  telah sampai tujuan yaitu  $v_6$  tetapi lebih kecil dari  $J_{69}$  dan  $J_{66}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-7 (L7) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{61} = (v_2 - v_7 - v_1)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L7:** Karena yang dipilih adalah  $J_{61} = (v_2 - v_7 - v_1)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_1$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_7 - v_1$  yaitu titik  $v_3$ , titik  $v_4$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{71} = J_{62} = (v_2 - v_5) = 15$$

$$J_{72} = J_{63} = (v_2 - v_7 - v_5) = 16$$

$$J_{73} = J_{64} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7) = 17$$

$$J_{74} = J_{65} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{75} = J_{68} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{76} = J_{66} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{77} = J_{67} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{78} = J_{69} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{79} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{710} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

Terlihat bahwa dari L7,  $J_{77}$  dan  $J_{78}$  telah sampai tujuan yaitu  $v_6$  tetapi lebih kecil dari  $J_{78}$  dan  $J_{77}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-8 (L8) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{71} = (v_2 - v_5)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L8:** Karena yang dipilih adalah  $J_{71} = (v_2 - v_5)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_5$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_5$  yaitu titik  $v_3$ , titik  $v_4$ , titik  $v_6$ , titik  $v_7$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{81} = J_{72} = (v_2 - v_7 - v_5) = 16$$

$$J_{82} = J_{73} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7) = 17$$

$$J_{83} = J_{74} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{84} = J_{75} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{85} = J_{79} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{86} = J_{76} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{87} = J_{77} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{88} = J_{710} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{89} = J_{78} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{810} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{811} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{812} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

Terlihat bahwa dari L8,  $J_{87}$ ,  $J_{89}$  dan  $J_{811}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_6$  tetapi  $J_{87}$  lebih kecil dari  $J_{89}$ ,  $J_{811}$  dan  $J_{87}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-9 (L9) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{81} = (v_2 - v_7 - v_5)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L9:** Karena yang dipilih adalah  $J_{81} = (v_2 - v_7 - v_5)$  maka dicari titik-titik yang bertangga dengan  $v_5$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_7 - v_5$  yaitu titik  $v_3$ , titik  $v_4$ , titik  $v_6$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{91} = J_{82} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7) = 17$$

$$J_{92} = J_{83} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{93} = J_{84} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{94} = J_{85} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{95} = J_{86} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{96} = J_{87} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{97} = J_{812} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

$$J_{98} = J_{810} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{99} = J_{811} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{910} = J_{88} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{911} = J_{89} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{912} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_3) = 23$$

$$J_{913} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_4) = 24$$

$$J_{914} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_6) = 25$$

Terlihat bahwa dari L9,  $J_{96}$ ,  $J_{99}$ ,  $J_{911}$ ,  $J_{914}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_6$  tetapi  $J_{96}$  lebih kecil dari  $J_{99}$ ,  $J_{911}$ ,  $J_{914}$  dan  $J_{96}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-10 (L10) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{91}$  ( $v_2 - v_3 - v_5 - v_7$ ) dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L10:** Karena yang dipilih adalah  $J_{91} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_7$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_5 - v_7$  yaitu titik  $v_1$ , titik  $v_6$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{101} = J_{92} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4) = 19$$

$$J_{102} = J_{93} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{103} = J_{94} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{104} = J_{95} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{105} = J_{96} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{106} = J_{97} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

$$J_{107} = J_{98} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{108} = J_{912} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_3) = 23$$

$$J_{109} = J_{913} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_4) = 24$$

$$J_{1010} = J_{99} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{1011} = J_{910} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{1012} = J_{914} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_6) = 25$$

$$J_{1013} = J_{911} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{1014} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_1) = 21$$

$$J_{1015} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_6) = 30$$

Terlihat bahwa dari L10,  $J_{105}$ ,  $J_{1010}$ ,  $J_{1012}$ ,  $J_{1013}$ ,  $J_{1015}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_6$  tetapi  $J_{105}$  lebih kecil dari  $J_{1010}$ ,  $J_{1012}$ ,  $J_{1013}$ ,  $J_{1015}$  dan  $J_{105}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-11 (L11) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu dipilih antara

$J_{101} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4)$ ,  $J_{102} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5)$  dan  $J_{103} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3)$  untuk bergerak pertama dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

Misalkan dipilih  $J_{101} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4)$ .

**L11:** Karena yang dipilih adalah  $J_{101} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_4$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_5 - v_4$  yaitu titik  $v_1$ , titik  $v_6$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{111} = J_{102} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5) = 19$$

$$J_{112} = J_{103} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{113} = J_{104} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{114} = J_{105} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{115} = J_{106} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

$$J_{116} = J_{1014} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_1) = 21$$

$$J_{117} = J_{107} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{118} = J_{108} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_3) = 23$$

$$J_{119} = J_{109} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_4) = 24$$

$$J_{1110} = J_{1010} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{1111} = J_{1011} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{1112} = J_{1012} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_6) = 25$$

$$J_{1113} = J_{1013} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{1114} = J_{1015} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_6) = 30$$

$$J_{1115} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_1) = 30$$

$$J_{1116} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_6) = 31$$

Terlihat bahwa dari  $L_{11}$ ,  $J_{114}$ ,  $J_{1110}$ ,  $J_{1112}$ ,  $J_{1113}$ ,  $J_{1114}$ ,  $J_{1115}$  telah sampai tujuan yaitu  $v_6$  tetapi  $J_{114}$  lebih kecil dari  $J_{1110}$ ,  $J_{1112}$ ,  $J_{1113}$ ,  $J_{1114}$ ,  $J_{1115}$  dan  $J_{114}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-12 ( $L_{12}$ ) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu dipilih antara  $J_{111} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5)$  dan  $J_{112} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3)$  untuk bergerak pertama dengan menganggap jarak yang lainnya tetap. Misalkan dipilih  $J_{111} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5)$ .

**L12:** Karena yang dipilih adalah  $J_{111} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_5$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5$  yaitu titik  $v_4$ , titik  $v_6$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{121} = J_{112} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3) = 19$$

$$J_{122} = J_{113} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{123} = J_{114} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{124} = J_{115} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

$$J_{125} = J_{116} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_1) = 21$$

$$J_{126} = J_{117} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{127} = J_{118} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_3) = 23$$

$$J_{128} = J_{119} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_4) = 24$$

$$J_{129} = J_{1110} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{1210} = J_{1111} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{1211} = J_{1112} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_6) = 25$$

$$J_{1212} = J_{1113} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{1213} = J_{1114} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_6) = 30$$

$$J_{1214} = J_{1115} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_1) = 30$$

$$J_{1215} = J_{1116} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_6) = 31$$

$$J_{1216} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5 - v_4) = 27$$

$$J_{1217} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5 - v_6) = 31$$

Terlihat bahwa dari L12,  $J_{123}$ ,  $J_{129}$ ,  $J_{1211}$ ,  $J_{1212}$ ,  $J_{1213}$ ,  $J_{1215}$ ,  $J_{1217}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_6$  tetapi  $J_{123}$  lebih kecil dari  $J_{129}$ ,  $J_{1211}$ ,  $J_{1212}$ ,  $J_{1213}$ ,  $J_{1215}$ ,  $J_{1217}$  dan  $J_{123}$  masih lebih besar dari jarak yang lainnya sehingga pencarian dilanjutkan dengan langkah ke-13 (L13) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{121} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L13:** Karena yang dipilih adalah  $J_{121} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_3$  yang belum masuk ke lintasan  $v_2 - v_7 - v_1 - v_3$  yaitu titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{131} = J_{122} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_4) = 20$$

$$J_{132} = J_{123} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_6) = 20$$

$$J_{133} = J_{124} = (v_2 - v_5 - v_7) = 21$$

$$J_{134} = J_{125} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_1) = 21$$

$$J_{135} = J_{126} = (v_2 - v_5 - v_3) = 22$$

$$J_{136} = J_{127} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_3) = 23$$

$$J_{137} = J_{128} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_4) = 24$$

$$J_{138} = J_{129} = (v_2 - v_5 - v_6) = 24$$

$$J_{139} = J_{1210} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_4) = 25$$

$$J_{1310} = J_{1211} = (v_2 - v_7 - v_5 - v_6) = 25$$

$$J_{1311} = J_{1212} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_6) = 26$$

$$J_{1312} = J_{1216} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5 - v_4) = 27$$

$$J_{1313} = J_{1213} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_7 - v_6) = 30$$

$$J_{1314} = J_{1214} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_1) = 30$$

$$J_{1315} = J_{1215} = (v_2 - v_3 - v_5 - v_4 - v_6) = 31$$

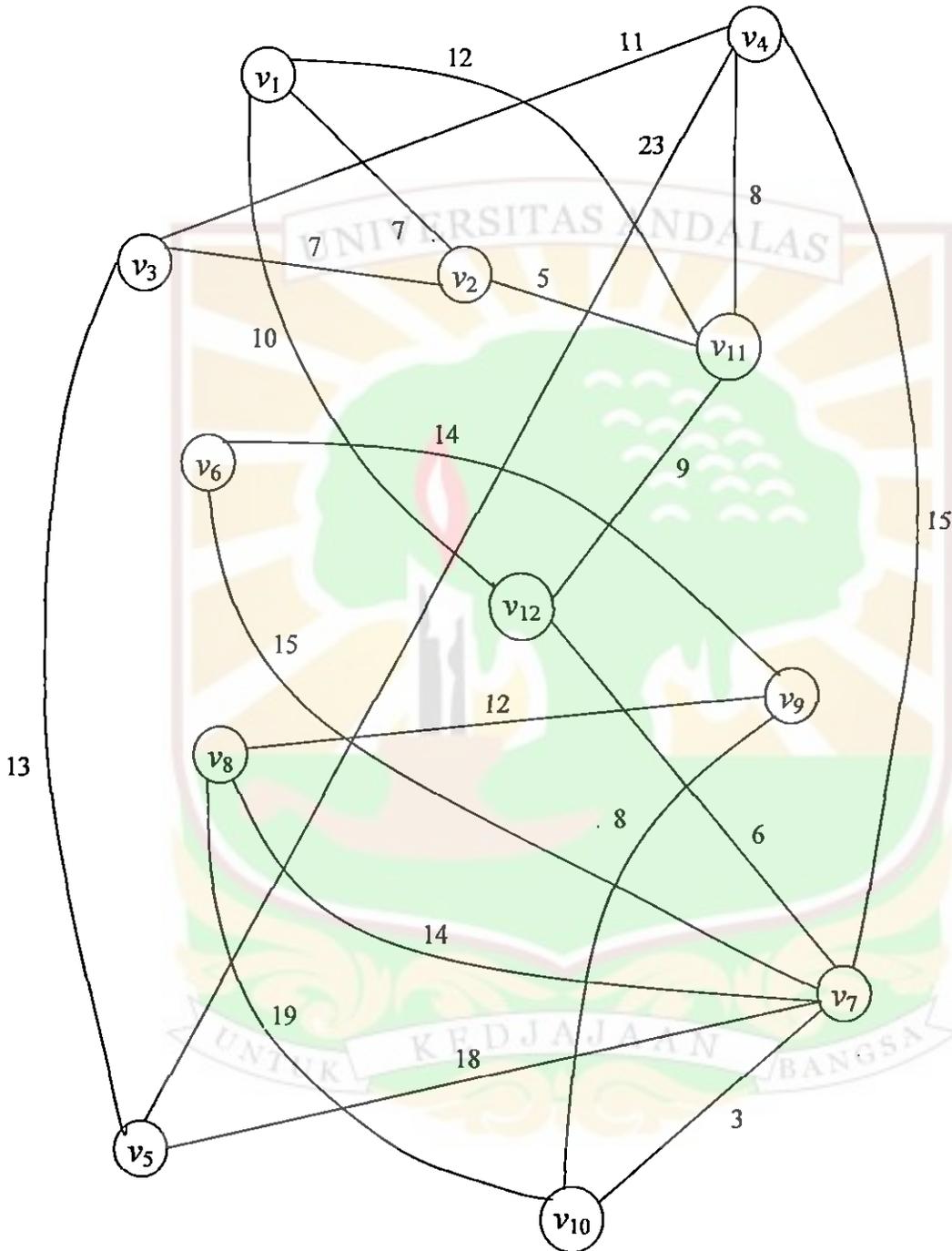
$$J_{1316} = J_{1216} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5 - v_4) = 27$$

$$J_{1317} = J_{1217} = (v_2 - v_3 - v_1 - v_7 - v_5 - v_6) = 31$$

$$J_{1318} = (v_2 - v_7 - v_1 - v_3 - v_5) = 26$$

Terlihat bahwa dari L13,  $J_{132}$ ,  $J_{138}$ ,  $J_{1310}$ ,  $J_{1311}$ ,  $J_{1313}$ ,  $J_{1315}$ ,  $J_{1317}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_6$  dan  $J_{132}$  lebih kecil atau sama dengan jarak yang lainnya sehingga pencarian dihentikan, maka dapat disimpulkan bahwa lintasan terpendek dari  $v_1 - v_6$  adalah 20 dengan jalur lintasan  $v_2 - v_3 - v_5 - v_6$ .

**Contoh 3.3:** Diberikan Graf yang mempunyai 12 titik dengan pembobotan seperti berikut ini.



**Gambar 3.3** Graf berbobot dengan 12 titik

Carilah Jarak terpendek dari  $v_1$  ke  $v_{10}$ .

Dengan menggunakan langkah-langkah algoritma maka diperoleh hasil-hasil berikut:

**L1:** Titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_1$  adalah titik  $v_2$ , titik  $v_{11}$ , titik  $v_{12}$

sehingga jarak-jarak dari titik  $v_1$  ke titik tetangganya masing-masing adalah:

$$J_{11} = (v_1 - v_2) = 7$$

$$J_{12} = (v_1 - v_{11}) = 12$$

$$J_{13} = (v_1 - v_{12}) = 10$$

Terlihat bahwa dari L1 jarak yang terpendek adalah  $J_{11}$  dan belum mencapai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-2 (L2) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{11} = (v_1 - v_2)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L2:** Karena yang dipilih adalah  $J_{11} = (v_1 - v_2)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_2$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_2$  yaitu titik  $v_3$ , titik  $v_{11}$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{21} = J_{13} = (v_1 - v_{12}) = 10$$

$$J_{22} = J_{12} = (v_1 - v_{11}) = 12$$

$$J_{23} = (v_1 - v_2 - v_3) = 14$$

$$J_{24} = (v_1 - v_2 - v_{11}) = 12$$

Terlihat bahwa dari L2 jarak yang terpendek adalah  $J_{21}$  dan belum mencapai tujuan yaitu  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-3 (L3) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{21} = (v_1 - v_{12})$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L3:** Karena yang dipilih adalah  $J_{21} = (v_1 - v_{12})$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_{12}$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_{12}$  yaitu titik  $v_7$ , titik  $v_{11}$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{31} = J_{22} = (v_1 - v_{11}) = 12$$

$$J_{32} = J_{24} = (v_1 - v_2 - v_{11}) = 12$$

$$J_{33} = J_{23} = (v_1 - v_2 - v_3) = 14$$

$$J_{34} = (v_1 - v_{12} - v_7) = 16$$

$$J_{35} = (v_1 - v_{12} - v_{11}) = 19$$

Terlihat bahwa dari L3 jarak yang terpendek adalah  $J_{31} = J_{32}$  dan belum mencapai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-4 (L4) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu dipilih dari  $J_{31} = (v_1 - v_{11})$  atau  $J_{32} = (v_1 - v_2 - v_{11})$  untuk bergerak pertama dengan menganggap jarak yang lainnya tetap. Misalkan dipilih  $J_{22} = (v_1 - v_{11})$ .

**L4:** Karena yang dipilih adalah  $J_{22} = (v_1 - v_{11})$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan  $v_{11}$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_{11}$  yaitu titik  $v_2$ , titik  $v_4$ , titik  $v_{12}$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{41} = J_{32} = (v_1 - v_2 - v_{11}) = 12$$

$$J_{42} = J_{33} = (v_1 - v_2 - v_3) = 14$$

$$J_{43} = J_{34} = (v_1 - v_{12} - v_7) = 16$$

$$J_{44} = J_{35} = (v_1 - v_{12} - v_{11}) = 19$$

$$J_{45} = (v_1 - v_{11} - v_2) = 17$$

$$J_{46} = (v_1 - v_{11} - v_4) = 20$$

$$J_{47} = (v_1 - v_{11} - v_{12}) = 21$$

Terlihat bahwa dari L4 jarak yang terpendek adalah  $J_{41}$  dan belum mencapai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-5 (L5) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{32} = (v_1 - v_2 - v_{11})$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L5:** Karena yang dipilih adalah  $J_{32} = (v_1 - v_2 - v_{11})$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_{11}$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_2 - v_{11}$  yaitu titik  $v_4$ , titik  $v_{12}$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{51} = J_{42} = (v_1 - v_2 - v_3) = 14$$

$$J_{52} = J_{43} = (v_1 - v_{12} - v_7) = 16$$

$$J_{53} = J_{45} = (v_1 - v_{11} - v_2) = 17$$

$$J_{54} = J_{44} = (v_1 - v_{12} - v_{11}) = 19$$

$$J_{55} = J_{46} = (v_1 - v_{11} - v_4) = 20$$

$$J_{56} = J_{47} = (v_1 - v_{11} - v_{12}) = 21$$

$$J_{57} = (v_1 - v_2 - v_{11} - v_4) = 20$$

$$J_{58} = (v_1 - v_2 - v_{11} - v_{12}) = 21$$

Terlihat bahwa dari L5 jarak yang terpendek adalah  $J_{51}$  dan belum mencapai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-6 (L6) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{51} = (v_1 - v_2 - v_3)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L6:** Karena yang dipilih adalah  $J_{51} = (v_1 - v_2 - v_3)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_3$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_2 - v_3$  yaitu titik  $v_4$ , titik  $v_5$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{61} = J_{52} = (v_1 - v_{12} - v_7) = 16$$

$$J_{62} = J_{53} = (v_1 - v_{11} - v_2) = 17$$

$$J_{710} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_5) = 34$$

$$J_{711} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_6) = 31$$

$$J_{712} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_8) = 30$$

$$J_{713} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_{10}) = 19$$

Terlihat bahwa dari L7 jarak yang terpendek adalah  $J_{71}$  dan belum mencapai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  sehingga pencarian masih dilanjutkan dengan langkah ke-9 (L8) yang bergerak dari jarak terpendek yaitu  $J_{71} = (v_1 - v_{11} - v_2)$  dengan menganggap jarak yang lainnya tetap.

**L8:** Karena yang dipilih adalah  $J_{71} = (v_1 - v_{11} - v_2)$  maka dicari titik-titik yang bertetangga dengan titik  $v_2$  yang belum masuk ke lintasan  $v_1 - v_{11} - v_2$  yaitu titik  $v_3$  sehingga diperoleh jarak-jaraknya adalah:

$$J_{81} = J_{72} = (v_1 - v_{12} - v_{11}) = 19$$

$$J_{82} = J_{713} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_{10}) = 19$$

$$J_{83} = J_{73} = (v_1 - v_{11} - v_4) = 20$$

$$J_{84} = J_{74} = (v_1 - v_2 - v_{11} - v_4) = 20$$

$$J_{85} = J_{75} = (v_1 - v_{11} - v_{12}) = 21$$

$$J_{86} = J_{76} = (v_1 - v_2 - v_{11} - v_{12}) = 21$$

$$J_{87} = J_{77} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_4) = 25$$

$$J_{88} = J_{78} = (v_1 - v_2 - v_3 - v_5) = 27$$

$$J_{89} = J_{712} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_8) = 30$$

$$J_{810} = J_{79} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_4) = 31$$

$$J_{811} = J_{711} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_6) = 31$$

$$J_{812} = J_{710} = (v_1 - v_{12} - v_7 - v_5) = 34$$

$$J_{813} = (v_1 - v_{11} - v_2 - v_3) = 24$$

Terlihat bahwa dari  $L_8$ ,  $J_{32}$  telah sampai tujuan yaitu titik  $v_{10}$  dan  $J_{32}$  lebih kecil atau sama dengan jarak yang lainnya sehingga pencarian dihentikan, maka dapat disimpulkan bahwa lintasan terpendek dari  $v_1 - v_{10}$  adalah 19 dengan jalur lintasan  $v_1 - v_{12} - v_7 - v_{10}$ .



## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Pada graf tak-berarah dengan pembobotan  $G(V, E, w)$ , perluasan algoritma *Dijkstra* dapat digunakan untuk menentukan lintasan terpendek dari suatu titik ke titik lainnya. Perluasan algoritma ini akan mengambil bentuk lintasan dengan jumlah bobot yang paling kecil (*minimum*) dari lintasan-lintasan lainnya.



## DAFTAR PUSTAKA

- [ 1 ] Liu, C.L. 1995. *Dasar-dasar Matematika Diskret*, Edisi kedua, Penerbit PT. Gramedia, Jakarta.
- [ 2 ] Munir, Rinaldi. 2000. *Matematika Diskrit-Buku Teks Ilmu Komputer*, Penerbit Informatika Bandung, Bandung.
- [ 3 ] Chartrand, Gary & Oellerman Ortrud R. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory-Internasional Series In Pure and Applied Mathematics*, McGraw-Hill, Inc.
- [ 4 ] Hartsfield, Nora & Ringel, Gerhard. 1994. *Pearls In Graph Theory-A comprehensive Introduction Revised and Augmented*, Academic Press-Harcourt Brace & Company, Publishers Boston-SanDiego-New York.
- [ 5 ] Ruspaniza-98134027. 2003. *Penggunaan Algoritma Floyd Untuk Menentukan Lintasan Terpendek-Sikripsi Sarjana Matematika*. Universitas Andalas, Padang.



## RIWAYAT HIDUP PENULIS



Penulis dilahirkan di Duria kabupaten Nias pada tanggal 26 November 1989 sebagai anak ke-4 dari empat bersaudara dari ayah bernama Talizatulo Waruwu (Alm) dengan ibu bernama Fatiba Laia. Penulis menamatkan Sekolah Dasar pada tahun 2001 di SD Negeri No. 075060 Watas Tiga, SMP Negeri 3 Lolowa'u pada tahun 2004 dan SMA Negeri 1 Lolofitu Moi pada tahun 2007. Pada tahun yang sama, penulis diterima sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan IPA Universitas Andalas melalui jalur program *basic science* guru berasrama.

