



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar Unand.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Unand.

MODEL PERTUMBUHAN POPULASI KUTU DAUN (PEA AFID) DENGAN MENGGUNAKAN REDUKSI GRAF DAN MATRIKS PROYEKSI POPULASI

SKRIPSI



IKA NURHAYATI
07 134 046

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG 2011

Syalom.....☺☺

"Impian itu penting.

Penting bagimu, penting bagi mereka yang mengasihimu, dan bagi Tuhan.

Impian membantu kita untuk bertahan ketika kita letih, berkecil hati,

dan tidak yakin akan diri sendiri".

Segala puji bagiMu Tuhan ...

Berkat kasih sayang dan pertolonganMu

HambaMu sanggup menyelesaikan sebageian kecil dari sekian banyak tugas-tugas yang harus dipikul ...

Berkat petunjukMu, hamba menjadi percaya diri dalam mengarungi lautan perjuangan hidup

Semoga kasih sayang, pertolongan, dan petunjuk dariMu senantiasa menyertai...

Ku persembahkan karya ini untuk:

Yang terhormat papa Besli Samarurok dan mama Margaretha Saruruk yang selalu menyertai langkahku dengan do'a, dan kasih sayang.

Kakakku tersayang Asminar, makasih ya kak tas nasehat, dukungan dan motivasi yang diberikan kepada 'ka (walaupun gak semuanya diturutin he...he...☺)

Adik-adikku tersayang Junaidi Susanto, makasih ya dek 'tas dukungan, semangat, motivasinya. Kakak do'akan 'moga cepat selesai kuliahnya biar nyusul kakak..Ertonius (kerja yang baik ya dek..jadilah teladan dimana pun dek berada...). Dermawati, (rajin-rajin sekolah ya dek supaya bisa mendapatkan nilai yang bagus, bisa tamat dibangku SMA dan bisa melanjutkan kejenjang yang lebih tinggi, ya.....meski ekonomi standar he...he...Ingat andalkan Tuhan dalam segala akal budimu). Heribertus (rajin-rajin belajar ya dek, biar dapat nilai bagus, dan banyak bergaul). Jeri Walando (belajar dengan giat, jangan banyak bolos, cabut, atau banyak alasan supaya gak masuk sekolah...). Natalia Vameliani (tingkatkan prestasimu ya dek dan jadilah yang terbaik. Carilah dahulu kerajaan Kerajaan Allah, maka semuanya akan ditambahkan kepadamu).

♥ *Keluarga Besar Samarurok*

Thank 'tas s'mua partisipas, dukungan, semangat dan motivasi yang diberikan kepada 'ka sehingga bisa membawa nama baik harum Samarurok di setiap di mana pun 'ka berada... ☺

♥ Oom Monang

Makasih ya om 'tas smuanya baik dari awal pengurusan surat-surat, antar ke pelabuhan (meski handuk 'ka ketinggalan terpaksa dibeli baru lagi...☺). Makasih smuanya jasa oom selalu 'ka kenang...x lagi 'ka ucapkan makasih ya om....

♥ Bang Anton dan Elok

makasih ya bang..., makasih ya kak 'tas smuanya...dari awal tes sampai 'ka jadi Sarjana. Kebaihan bang, kakak selalu takkan pernah pudar dalam benak 'ka.

♥ Oom Fernando

Makasih ya om 'tas smuanya selama 'ka mengikuti tes di Kabupaten... Kebaihan om selalu 'ka ingat...x lagi 'ka ucapin makasih banyak ya om.....

♥ Kak Linca sekeluarga

Makasih ya kak selama 'ka mengikuti tes bisa nginap di rumah kakak...pengalaman selama 'ka di rumah kakak cukup banyak...hingga suatu saat kita pergi cari lokan bakau saking enaknya 'ka jadi sakit perut....

♥ Oom Sopian sekeluarga

Makasih ya om dari awal 'ka mengikuti tes hingga 'ka lulus tes di Kabupaten dan menjadi Sarjana.

♥ Keluarga Besar Sabaggalet Di Tuapeijat

Oom Salomo sekeluarga, maksih 'tas smua dukungan, semangat, motivasi, dan penginapannya baik mulai menginjakkan kaki di Babupaten hingga 'ka diterima di Universitas Andalas. Makasih ya om, nte, adik Ita, adik Mira, oom, nte dan adik-adik s'mua yang ada di Tuapeijat ka senang kenal saudara smua...

Oom Nikah sekeluarga, makasih ya om, nte udah bantu 'ka selama tes hingga berangkat ke Padang. Makasih buat ongkos hingga 'ka bisa berangkat sampai ke Padang tepat pada waktunya..

♥ Pemda Kabupaten Kepulauan Mentawai

Buat pak Esli, makasih ya pak dah ngeluarin hasil tes sehingga 'ka gak jadi penasaran dan puas akan hasil yang didapat...(meski ada air mata yang mengalir...)

♥ Pembimbingku

Makasih banyak ya pak dah meluangkan waktu, tenaga, pikiran dan udah beri ka semangat, dukungan, dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini hingga selesai...

♥ Buat Pengujiku

Makasih banyak ya pak dah beri kritik, saran2 yang bermanfaat demi kelangsungan penyelesaian skripsi ini...x lagi makasih ya pak...

♥ Teman-teman Basis Science

❖ Buat Yogi (makasih ya 'Gi dah mau pinjamin laptop ma 'ka...),

- ❖ buat Ampuni Waruhu (makasih ya Pun dah mo pinjamin laptop dan memberikan semangat ma 'ka...)
- ❖ Buat Suji (makasih ya Ji dan memberi semangat dan dah bantuin 'mbak dalam membuat grafik tuk TA...)
- ❖ Buat kak Nasta (thank ya kak 'da bersedia dengar curhat 'ka dan 'da beri 'ka solusi...ya meski 'ka ego tapi kak nas baik...makasih ya ka 'da mo sekamar ma 'ka...)
- ❖ Buat Marga (yet), thank ya yet 'da buat 'ka tersenyum, ketawa, semangat, motivasi...makasih 'da ngertiin ka dan bersedia dengar curhat 'ka...
- ❖ Buat Fivti (makasih ya Fiv dah banyak bantuin 'ka baik dari awal kita kul sampai kita Tamat engkau adalah teman yang bisa diandalkan...motivasi dan semangat yang diberikan ke 'ka sangat berharga...Bawalah buah pelayanan dimana pun kita berada...)
- ❖ Buat Ila (makasih ya 'la da terima 'ka nginap di kosanmu, dah bantuin 'ka dalam kekurangan dana, dah dengar keluh kesahku, curhatku...makasih ya 'la 'tas smuanya...ka' senang mengenalmu, dan semua kebaikanmu 'ka pasti kenang...)
- ❖ Wina (makasih ya win, da banyak bantuin 'ka baik dalam kekurangan dana maupun dalam penyelesaian tugas-tugas...ya meskipun wina terkadang kesal ma aku, tapi tujuan wina biar 'ka lebih berusaha lagi...maksih win...kini 'ka dah bisa menggunakan komputer meski gak 100% he...he...ka' dukung hubunganmu ma Purba...)
- ❖ Buat n'cus (makasih ya 'tas bantuannya dan motivasinya...ka senang kenal kamu...)
- ❖ Buat wasti (makasih ya was dah banyak bantuin 'ka senang kenal kamu)
- ❖ Buat Jeni (makasih ya jen tas dan tuannya terutama laptop serta printernya dah dipinjamin ma ka tuk penyelesaian skripsiku...)
- ❖ Buat Yenni, (makasih ya yen da tas smuanya baik dari hal curhatan, hingga pengetikan (laptopnya...) dan buat teman2 yang dari nias smua makasih banyak tas smuanya...ka senang bisa kenal xlian smuanya...Kekkeluargaan tu tak kan pernah ka lupakan...)
- ♥ Teman-teman seTA
- ❖ Buat sisri Yulia (makasih 'tas dukungan, semangat, dan motivasi, makasih banyak udah mengajari 'ka, makasih banyak 'tas laptopnya, makasih banyak juga 'ka bisa nginap di kosanmu. Demi TA coy.....'ka rela lembur....dan mengejar mimpi...)
- ❖ Buat Markas (makasih ya 'kas dah bantuin 'ka dan ngajarin 'ka yang belum tau menjadi tau, ehhi dalam hal positif ya...reduksi graf dan matriks).
- ❖ Buat Dodi Afdanudin (makasih ya dod 'tas s'muanya...dan tetap semangat...)
- ❖ Buat Nofrisal Firdaus (makasih ya Nof 'tas s'muanya, kebersamaan kita tak kan terlupakan...)

♥ Teman2 se Kabupaten

- ❖ Buat Irfan (akhirnya kita bisa tamat juga...makasih ya fan dah beri ka semangat, dukungan, dan motivasi...tetap semangat...)
- ❖ Buat l'vi (makasih ya vi dah banyak bantuin ka...dan dah dating kekös ka tuk ngabisin SAGU SIKATAk he...he...)
- ❖ Buat Suhardi Sabelau (makasih ya kai dah banyak bantuin ka...dan udah beri semangat, dukungan, dan motivasi...ka senang kenal kamu...)
- ❖ Buat Amril (makasih ya ril...dah bantuin ka...dan tetap semangat mukanya tu jangan kusut melulu...smile...smile...bro...)
- ❖ Buat Angga Darma (semangar ya ga...jangan banyak diamnya...ka jadi gak berani Tanya pa yang ka gak ngerti...)
- ❖ Buat Hodamai (ka kagen kamu dom...ka dan kwn2 dah jadi Sarjana...moga kamu baik2 ja ya dom...dan dapat kerja ga...)

♥ pa de dan bu de di Pasar Baru

Makasih ya pak de, bu de ka senang dah mengenal pa de, bu de...ka pasti kagen pa de, bu de...makasih pa de, bu de...ka bisa mendapatkan keluarga batu selama di Padang...

♥ pak uo dan ma uo serta karyawan2 METACOM

Makasih banyak...ka senang mengenal pauo, mauo, dan terutama buat bang Zul (maksih banyak ya bang dah bantuin ka...ya terkadang ka kesal bang sih...suka nyomblangin ka ma orang Pasbar he...he...). Buat Ifan (he...he...ka kagen dengar ngomel2nya tu...masa ka tanya pake bahasa indo jawabnya pake bahasa Padang...ya kedengarannya kacau balau...) dan teman2 yang lain ka pasti kagen xlian smua.... Terima kasih tas partisipasi, dukungan, dan motivasi yang telah diberikan kepada penuli sehingga bisa menyelesaikan skripsi ini dengan tepat pada waktunya. Karena keterbatasan waktu dan tempat, makasih tas smua dan bantuannya...

Penyertaan Tuhan dalam setiap langkah hidup kita

adalah harta yang sangat berharga,

yang tidak dapat digantikan dengan apapun.

Maka pastilah bahwa kita berjalan dalam pimpinan Tuhan...

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan karuniaNya sehingga atas izinNya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul **“Laju Reproduksi dari Kutu Daun (*Pea Afid*)”**. Penulisan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memenuhi gelar Sarjana Sains Program S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Penulis sadar bahwa dalam penulisan skripsi ini banyak terdapat kesulitan dan kendala. Namun berkat bantuan, bimbingan dan dorongan dari berbagai pihak yang sangat berperan, maka penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Dengan selesainya penyusunan skripsi ini penulis menyampaikan rasa hormat serta terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Efendi, M.Si, sebagai dosen pembimbing yang telah sabar, membimbing, meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran yang telah mengarahkan penulis dalam penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Ahmad Iqbal Baqi dan Bapak Narwen, M.Si, sebagai dosen penguji yang telah membaca, menelaah, mengoreksi, mengedit serta memberikan kritikan yang konstruktif untuk penyempurnaan naskah skripsi ini.
3. Bapak Drs. Bukti Ginting, sebagai dosen Penasehat Akademik yang telah membantu merancang studi ini selesai tepat pada waktunya.

4. Bapak Dr. Syafizal Sy, sebagai ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas Padang.
5. Bapak Prof. Dr. I made Arnawa, sebagai Koordinator *Basic Science* yang telah memberikan semangat, dukungan dan motivasi sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
6. Bapak dan ibu staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas yang telah membekali penulis ilmu dan pengetahuan dalam mempelajari matematika sehingga penulis dapat menyelesaikan studi dan menjadi Sarjana.
7. Bapak Zulakmal, M.Si sebagai ketua Perpustakaan Matematika dan Ibu Onang sebagai staf perpustakaan Matematika. Terima kasih atas partisipasi, dukungan, semangat dan motivasi sehingga penulis bisa menyelesaikan studi hingga menjadi Sarjana.
8. Bapak Edison Saleleubajak, SE sebagai Bupati Kabupaten Kepulauan Mentawai dan Yudas Sabaggalet, MM sebagai wakil Bupati Kabupaten Kepulauan Mentawai. Terima kasih atas dukungan, semangat, dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis sehingga bisa menyelesaikan studi hingga menjadi Sarjana.
9. Keluarga besar *Basic Science* jurusan Matematika '07, jurusan Fisika '07, jurusan Kimia '06 dan jurusan Biologi '06. Terima kasih atas partisipasi,

dukungan, semangat dan motivasi yang sangat berharga dalam penyusunan skripsi ini. Kebersamaan kita takkan pernah dilupakan.

10. Rekan-rekan seperjuangan Sobri, Lina, Putri, Ayu seta rekan-rekan

seperjuangan yang penulis tidak bisa sebutkan satu persatu. Terima kasih atas dukungan, semangat dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis sehingga bisa menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

11. Rekan seUniversitas bang Hendri (Gonjales), bang Julius Satairarak, bang Micki, bang Frans, bang Klemen, Pamen Salimu, kak Ami, Togar, Selly, Dina, Marta, kak Desi, kak Manur, adek Linus, kak Puspita, kak Mutiara, Rudi, Tanggang, bang Saud, adek Meta, kak Kris, kak Loren, bang Pance, Hardi, Paul, dan rekan seUniversitas yang penulis tidak bisa sebutkan satu persatu. Terima kasih atas dukungan, semangat, dan motivasinya sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

12. Seluruh teman-teman kosan Anastasia Sarogdog, Margaretha atalia Sakeletuk, Ade Murni, kak Fira, Riska, Yosi, Nadya, Rara yang telah memberikan dukungan penulisan dalam penyusunan skripsi ini. Tetaplah menjadi kosan yang ramah, tersenyum dan kebersamaan kita takkan terlupakan.

13. Seluruh teman-teman di luar kampus, bang Anton Tatebburuk, Mawar, bang Alfe Tatebburuk, adek Ambro Tatebburuk, bang Parmin, kak Nurti, bang Joni Kainang rere, Muli, Tepa, bang Izal, bang Heru, bang Hendra (Aa), bang Jup, bang Ap, bang Ad, bang Ridwan (Farid), bang Tanggang, bang Alooi, bang

Bidin, kak Dina, bang Israel, bang Randi, bang Pendi, bang Reno, bang Adi, bang Tungkir, bang Marinus (Tando) dan teman-teman yang lain yang penulis tidak bisa sebutkan namanya satu persatu yang telah memberikan semangat kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.

14. Teman-teman se SMA Barbarina, adek Murni, adek Dina, Elinawati, Rosni, Rasmius Ruli, Satiawan, Ronald Sianturi, Domitilla, Marlina Sadodolu, Maria Sagulu, Eva Solina, Erjalina, Bastian Sakulo, Sepviadi Sakubou, Novi Handayani, Pipit Nila Sari, Anastasia Widya Frisca, Darwata Susana, Bona Ventura, Beni Gregorius, Andika, Januardi, Karolina, Rini Marlina, Arif Jaiman, Dini, Asna, Silviani, dan teman-teman se SMA yang penulis tidak bisa sebutkan satu persatu. Terima kasih atas dukungan, semangat, dan motivasi sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.
15. Spesial untuk kekasihku Darius Saluluni terima kasih atas cinta, kasih sayang, dukungan, semangat, dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis, sehingga penulis bisa menyelesaikan studi hingga menjadi Sarjana.
16. Sepupu dan kerabat tercinta bang Hendrikus Samarurok sekeluarga, bang Markus Samarurok, Oom Martin Samarurok Sekeluarga, Oom Aser Samarurok Sekeluarga, tante Seminar sekeluarga, Oom Monang (Ojak) sekeluarga, tante Manginar sekeluarga, Oom Uria Sekeluarga, tante Ines sekeluarga, Oom Sopian sekeluarga, kakek Samuel sekeluarga, tante Magdalena sekeluarga, tante Januarita sekeluarga, Oom Joptar sekeluarga,

Oom Robertus sekeluarga, Oom Manase sekeluarga, kak Herlina sekeluarga, Oom Julius Sabaggalet sekeluarga, kakek Berenalu sekeluarga, kak Sorta sekeluarga, Oom Salomo sekeluarga, Oom Nika sekeluarga, Oom Togam sekeluarga, Oom Manuel sekeluarga, Oom Abisai sekeluarga, Oom Charles sekeluarga, Oom Judas sekeluarga, Oom Bichar sekeluarga, Oom Enos sekeluarga, Oom Aberius sekeluarga, kakek Elijius Sakeletuk sekeluarga, kak Palma sekeluarga, kak Yanti sekeluarga, bang Josep sekeluarga, Oom Natanael sekeluarga, Oom Abisai sekeluarga, tante Sinta sekeluarga, tante Sami sekeluarga, bang Kangkang sekeluarga, bang Tinui, Paulus Lagru Sabaggalet, Yulius Toili Satoleuru, Leonardo Tatebburuk, kak Bungaria, adek Enderika Sakeletuk, kak Norma sekeluarga, Armanto Sabattilat, Kristina Indriani Samangilailai sekeluarga, paman Alek sekeluarga, paman Karlo sekeluarga, bang Ponti sekeluarga, bang Nando sekeluarga, kak Shanti sekeluarga, kak Ritti sekeluarga, bang Ronal, kak Tina sekeluarga, kak Nella sekeluarga, adek Susi Samangilailai, sepupu dan kerabat-kerabat yang penulis tidak bisa disebutkan satu persatu. Terima kasih atas dukungan, semangat dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.

Yang tercinta papa Besli Samarurok dan mama Margaretha Saruruk di Kabupaten Kepulauan Mentawai Kecamatan Muara Siberut Selatan dusun Puro. Terima kasih ya pa, ma sudah menjadi orang tua yang hebat sedunia, buat doa, kasih sayang, kesabaran, arahan, didikan serta kerja kerasmu sehingga anakmu bisa menjadi Sarjana. Terima kasih juga kepada kakakku tersayang Asminar

Samarurok (jadilah ibu rumah tangga yang baik), serta tak lupa juga kepada adik-adikku tersayang Junaidi Susanto Samarurok (rajin-rajin kuliahnya ya dek supaya dapat menyusul kakak), Ertonius Samaruruok (kerja baik-baik di kampung orang, jangan buat onar), Dermawati Samarurok (rajin-rajin sekolah ya dek supaya tamat dibangku SMA dan bisa melanjut ke jenjang yang lebih tinggi), Heribertus Samarurok (belajar dengan giat ya dek agar mendapat nilai yang baik sehingga, dapat melanjut ke SMA dan juga ke jenjang yang lebih tinggi), Jeri Walando Samarurok (jangan suka bolos, jangan suka cabut sekolah, jangan banyak bermain, jangan banyak nonton ya dek penggunaan waktu belajar dengan baik agar mendapat nilai yang baik dan bisa naik kelas), dan Natalia Vameliani Samarurok (rajin-rajin belajar ya dek, jangan malu bertanya sama orang yang bisa dan tingkatkan prestasimu). Terima kasih telah memberikan dukungan, motivasi dan semangat sehingga penulisan skripsi ini berjalan dengan lancar.

Akhir kata dengan setulus hati penulis persembahkan skripsi ini semoga dapat bermanfaat bagi kita semua.

Amin ...

Padang, Juli 2011

Ika Nurhayati

ABSTRAK

Skripsi ini membahas tentang proyeksi populasi dan laju reproduksi pertumbuhan kutu daun (*Pea Afid*). Model populasi yang dapat digunakan untuk menghitung proyeksi populasi dan laju reproduksi serangga itu adalah Matriks Proyeksi Populasi (MPP). Sebelum mendapatkan model matriks populasi digunakan reduksi graf. Dengan mencari model matriks populasi (A) diperoleh jumlah proyeksi pada masa yang akan datang. Selain itu, dicari nilai eigen (R_0) yang terbesar sehingga diperoleh laju reproduksi pertumbuhan populasi.

Kata Kunci: Model Populasi, Matriks, Graf, Kutu Daun (*Pea Afid*).



DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	i
ABSTRAK	ii
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR GAMBAR	iv
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GRAFIK	vi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	2
1.4 Pembatasan Masalah.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Konsep Model Matematika	5
2.2 Matriks	7
2.2.1 Definisi Matriks.....	7
2.2.2 Definisi Perkalian Matriks.....	7
2.2.3 Definisi Invers Matriks.....	8
2.2.4 Definisi Operasi Matriks.....	8

2.2.5 Definisi Determinan Matriks.....	8
2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	9
2.3.1 Definisi Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	9
2.3.1 Teorema Nilai Eigen	11
2.3.2 Teorema Vektor Eigen	11
2.4 Teori Graf	11
2.4.1 Definisi Graf.....	11
2.4.2 Definisi Graf Tak-Berarah.....	12
2.4.3 Definisi Graf Berarah.....	13
2.4.4 Definisi Graf Berbobot.....	14
2.5 Aturan Mason.....	15
2.6 Pertumbuhan Populasi dan Organisme.....	16
BAB III Pertumbuhan Populasi Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>)	
3.1 Kutu Daun (<i>Pea Aphid</i>)	22
3.2 Digraf Siklus Hidup.....	24
3.3 Model Matriks Populasi.....	26
3.4 Menentukan Nilai Eigen (R_0) dengan reduksi Graf.....	28
3.5 Menentukan Nilai Eigen (R_0) dengan Matriks Proyeksi Populasi.....	31
3.6 Pertumbuhan Populasi.....	35
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	41
4.2 Saran	41

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.4.2 Graf Tak-Berarah	13
Gambar 2.4.3 Graf Berarah	14
Gambar 2.5 Aturan Mason	15
Gambar 3.2 Graf Siklus Hidup Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>)	25
Gambar 3.3 Digraf Siklus Kehidupan dengan Lima <i>Verteks</i> dan Enam <i>Arc</i>	27
Gambar 3.4 Reduksi Graf	30
Gambar 3.5 Model Proyeksi Populasi Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>)	32



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1.1 Kelompok Hewan yang Memakai Nama Kutu	22
Tabel 3.2.1 Jenis-Jenis Kutu dan Gambarnya.....	23
Tabel 3.6 Pertumbuhan populasi kutu daun (<i>Pea Afid</i>)	25



DAFTAR GRAFIK

Halaman

Grafik 3.6 Pertumbuhan Populasi Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>)	40
---	----



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Abstraksi suatu fenomena yang terjadi dalam kehidupan atau alam yang menggunakan bahasa dan kaedah matematika dapat dinyatakan dalam bentuk model matematika. Model matematika adalah suatu konsep yang digunakan untuk menggambarkan atau mengabstraksi suatu permasalahan atau fenomena.

Menurut Susanta dan Soedijono (1989), model adalah gambaran suatu obyek yang digunakan dengan tujuan tertentu sehingga obyek dapat berupa kejadian, proses, sistem dan sebagainya. Salah satu model yang dapat digunakan untuk menganalisis laju pertumbuhan populasi adalah model matriks. Model matriks digunakan terutama berkaitan antara laju pertumbuhan dengan umur individu atau siklus hidup dalam populasi.

Model matriks dapat dianalisis dengan menghitung laju pertumbuhan populasi λ dengan mencari nilai eigen yang dominan dari matriks proyeksi. Berikut $\lambda < 1$, maka populasi pada akhirnya akan menurun. Jika $\lambda = 1$, maka populasi akan stabil, dan jika $\lambda > 1$, maka populasi pada akhirnya akan meningkat (Caswell, 2001, Charles, 1993).

Populasi terdiri dari individu yang berbeda dalam umur, ukuran, dan tahap perkembangan (misalnya, proporsi relatif dari telur, remaja, sampai dewasa). Distribusi individu diantara kategori-kategori tersebut ini dikenal sebagai tahap distribusi laju pertumbuhan populasi. Tahap distribusi ini mempengaruhi laju

pertumbuhan populasi dengan waktu yang berbeda. Perubahan populasi ditunjukkan dengan bertambahnya jumlah populasi menurut waktu.

Pertumbuhan populasi dipengaruhi oleh faktor eksternal dan internal. Faktor eksternal diantaranya adalah pengaruh lingkungan, daya adaptasi, dan habitat yang meliputi diantaranya adalah suhu, cahaya, struktur tanah, aliran air, kimia, jenis Ph air, dan jenis makanan. Sedangkan faktor internal adalah kelahiran, kematian, penuaan (umur panjang) yang meliputi persaingan hidup dalam mencari makanan, menempati ruangan kapasitas reproduksi, dan masa reproduksi. Dalam mencari hasil perkalian matriks dan nilai eigen pada aplikasi kasus digunakan *Software Scientific WorkPlace (SWP)*. Hal ini untuk memudahkan perhitungan-perhitungan yang diperlukan.

Dalam skripsi ini, penulis membahas laju reproduksi kutu daun (*Pea Afid*). Pertumbuhan laju reproduksi hama pada daun itu dapat dihitung melalui model yang menggunakan matriks dan reduksi graf.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan yang dibahas adalah bagaimanakah menentukan model dalam menghitung laju reproduksi kutu daun (*Pea Afid*).

1.3 Tujuan Penelitian

Skripsi ini bertujuan untuk menentukan nilai eigen (R_0) baik dari matriks proyeksi maupun dari reduksi graf dan mengetahui populasi kutu daun (*Pea Afid*) apakah populasinya menurun, stabil, atau cenderung meningkat.

1.4 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah dalam skripsi ini adalah menentukan model dalam menghitung nilai eigen dari laju reproduksi populasi kutu daun (*Pea Afid*).

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin diperoleh dari penelitian ini adalah dengan mengetahui seberapa cepat laju pertumbuhan populasi kutu daun (*Pea Afid*), sehingga dengan demikian dilakukan suatu pengendalian terhadap tanaman ini guna untuk mengurangi penyebaran. Selain itu manfaat yang diharapkan adalah untuk memperkaya literatur yang berkaitan dengan model laju pertumbuhan populasi.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, pembatasan Masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Landasan Teori

Bab ini berisi konsep model matematika, matriks, nilai eigen dan vektor eigen, teori graf, aturan Mason, dan pertumbuhan populasi dan organisme.

Bab III Pembahasan

Bab ini berisi populasi kutu daun (*Pea Afid*), Digraf siklus hidup, model matriks populasi, menentukan nilai eigen (R_0) dengan reduksi graf, menentukan nilai eigen (R_0) dengan matriks proyeksi populasi, dan pertumbuhan populasi.

Bab IV Kesimpulan dan Saran

Bab ini diakhiri dengan penutup dan saran.



BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Konsep Model Matematika

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang matematika yang diharapkan mampu menerangkan dan menjawab berbagai permasalahan dalam situasi nyata dalam kehidupan manusia atau fenomena alam. Dari model matematika, permasalahan yang kompleks dapat disederhanakan ke dalam bentuk-bentuk yang disusun secara sistematis sehingga akan mempermudah dalam menganalisis masalah atau fenomena yang ada.

Menurut Susanta dan Soedijono (1998) terdapat enam langkah penyusunan model matematika sebagai berikut:

1. Identifikasi masalah sesungguhnya dan adanya penyederhanaan.

Ini dimaksudkan untuk menentukan masalah yang sesungguhnya agar dapat dianalisis dan pengelompokkan atau penyederhanaan faktor-faktor yang mirip untuk memperjelas permasalahan.

2. Perumusan masalah dalam bahasa matematika.

Langkah kedua ini dimaksudkan agar semua peubah atau faktor yang berkaitan dan relasi-relasinya dinyatakan dalam bentuk lambang matematika yang sesuai dengan masalah yang dibahas.

3. Menyelesaikan masalah dalam bahasa matematika dengan alat matematika yang sesuai.

Apabila masalah yang diangkat berupa suatu pembentukan model, maka alat matematika yang digunakan dapat berupa pemograman computer. Bahasa matematika diantaranya dapat dituangkan ke dalam pemograman komputer.

4. Tafsirkan kembali.

Setelah dirumuskan dalam bahasa matematika, sebaiknya rumusan tersebut dapat dijelaskan dalam keadaan yang sesungguhnya sehingga dapat dimengerti.

5. Kajian penyelesaian.

Hasil dari rumusan masalah dalam bahasa matematika dikaji kembali, apakah hasil dalam proses matematika sesuai dengan masalah sesungguhnya. Apabila tidak sesuai, maka dapat dilakukan identifikasi ulang terhadap masalah yang sesungguhnya.

6. Pelaksanaan

Hasil yang sudah dianggap menghampiri keadaan sesungguhnya dapat dilaksanakan atau digunakan untuk mencapai tujuan sehingga suatu model dapat dibentuk.

Suatu model dikatakan menjadi lebih baik apabila model tersebut mampu memberikan penjelasan yang menghampiri keadaan yang sesungguhnya sehingga tujuan penyusunan model tercapai. Adapun tujuan penyusunan model menurut Susanta dan Soedijono meliputi:

- a. Menganalisis perilaku obyek dengan cara mencari keterkaitan unsur-unsur.

- b. Mengadakan pendugaan untuk memperbaiki keadaan objek.
- c. Mengadakan optimasi dalam objek.

Jadi, fungsi suatu model adalah abstraksi permasalahan atau menggambarkan semirip mungkin perilaku atau keadaan objek yang diamati sesuai dengan tujuan penyusunan model.

2.2 Matriks

Dalam proses menentukan nilai eigen akan digunakan matriks. Sehingga dengan demikian diperlukan definisi dan teorema sebagai berikut:

Definisi 2.2.1

Matriks (*Matrix*) adalah susunan skalar elemen-elemen dari bentuk baris dan kolom.

Matriks A yang berukuran dari m dan n kolom ($m \times n$) adalah:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Entri a_{ij} disebut elemen matriks pada baris ke- i dan kolom ke- j . Jika $m = n$, maka matriks tersebut dinamakan juga matriks bujursangkar (*square matrix*). Matriks di atas dapat dituliskan dengan notasi ringkas $A = [a_{ij}]$.

Definisi 2.2.2

Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$ maka hasilkali (*product*) AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris i dan kolom j dari AB , pisahkanlah baris i dari matriks A dan kolom j

dari matriks B . Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

Definisi 2.2.3

Jika A adalah matriks bujursangkar, dan jika terdapat matriks B yang ukurannya sama sedemikian rupa sehingga $AB = BA = I$, maka A disebut dapat dibalik (*invertible*) dan B disebut invers (*inverse*) dari A . Jika matriks B tidak dapat didefinisikan, maka A dinyatakan sebagai matriks singular.

Definisi 2.2.4

Sebuah matriks dapat dinyatakan dalam bentuk eselon baris yang tereduksi (*reduced row-echelon form*) jika memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1. Jika suatu baris tidak seluruhnya terdiri dari nol, maka bilangan tak nol pertama pada baris itu adalah 1. Bilangan 1 ini disebut 1 utama (*leading 1*).
2. Jika terdapat baris yang seluruhnya terdiri dari nol, maka baris-baris ini akan dikelompokkan bersama pada bagian paling bawah dari matriks.
3. Jika terdapat dua baris berurutan yang tidak seluruhnya terdiri dari nol, maka 1 utama pada baris yang lebih terendah terdapat pada kolom yang lebih kanan dari 1 utama pada baris yang lebih tinggi.
4. Setiap kolom yang memiliki 1 utama memiliki nol pada tempat-tempat lainnya.

Definisi 2.2.5

Misalkan A adalah suatu matriks bujursangkar. Fungsi determinan (*determinant function*) dinotasikan dengan $\det$ dan kita mendefinisikan $\det(A)$ sebagai jumlah dari

semua hasil kali elementer bertanda dari A . Angka $\det(A)$ disebut determinan dari A (*determinant of A*).

2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Dalam memperkirakan suatu populasi apakah akan menurun, stabil, atau meningkat maka kita membutuhkan nilai eigen dan vektor eigen yang memiliki definisi-definisi yang perlu sebagai berikut:

Definisi 2.3.1

Jika A adalah sebuah matriks $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen (*eigenvector*) dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x jelasnya,

$$Ax = \lambda x$$

untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen (*eigenvalue*) dari A , dan x disebut sebagai vektor eigen dari A yang terkait dengan λ .

Untuk memperoleh nilai eigen dari suatu matriks A , $n \times n$, kita tulis kembali $Ax = \lambda x$ sebagai,

$$Ax = \lambda Ix$$

atau secara ekuivalen,

$$(\lambda I - A)x = 0 \quad \dots\dots\dots(2.3.1)$$

Agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat solusi tak nol dari persamaan (2.3.1).

Dari persamaan (2.3.1) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det (\lambda I - A) = 0 \quad \dots\dots\dots(2.3.2)$$

Persamaan (2.3.2) disebut persamaan karakteristik (*characteristic equation*) matriks A ; skalar-skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai-nilai eigen A . Apabila diperluas kembali, determinan $\det (\lambda I - A)$ adalah sebuah polinomial p dalam variabel λ yang disebut sebagai polinomial karakteristik (*characteristic polynomial*) matriks A . Jika A adalah matriks $n \times n$, maka polinomial karakteristik A memiliki derajat n dan koefisien variabel λ^n adalah 1; jelasnya, polinomial karakteristik $p(x)$ dari sebuah matriks $n \times n$ memiliki bentuk $p(\lambda) = \det (\lambda I - A) = \lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + \dots + c_n$. Berdasarkan teorema dasar aljabar bahwa persamaan karakteristik $\lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + \dots + c_n = 0$. Memiliki sebanyak-banyaknya n solusi yang berbeda, sehingga sebuah matriks $n \times n$ memiliki sebanyak-banyaknya n nilai eigen yang berbeda.

Teorema 2.3.1

Jika A adalah sebuah matriks $n \times n$ dan λ adalah sebuah bilangan real, maka pernyataan-pernyataan berikut ini adalah ekuivalen.

- (a) λ adalah sebuah nilai eigen dari A .
- (b) Sistem persamaan $(\lambda I - A)x = 0$ memiliki solusi nontrivial.
- (c) Terdapat sebuah vektor tak nol x pada R^n sedemikian rupa sehingga $Ax = \lambda x$.
- (d) λ adalah sebuah solusi dari persamaan karakteristik $\det (\lambda I - A) = 0$.
- (e)

Teorema 2.3.2

Jika k adalah bilangan bulat positif, λ adalah nilai eigen dari suatu matriks A , dan x adalah vektor eigen yang terkait dengan λ , maka λ^k adalah nilai eigen dari A^k dan x adalah vektor eigen yang terkait dengannya.

2.4 Teori Graf

Teori graf merupakan popok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Definisi 2.4.1

Graf G didefinisikan sebagai sepasang himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul.

Dari definisi di atas menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu. Graf yang hanya mempunyai satu buah simpul tanpa sebuah sisi pun dinamakan *graf trivial*.

Simpul pada graf dapat dinomori dengan huruf, seperti $a, b, c, \dots, v, w, \dots$, dengan bilangan asli $1, 2, 3, \dots$, atau gabungan keduanya. Sedangkan sisi yang

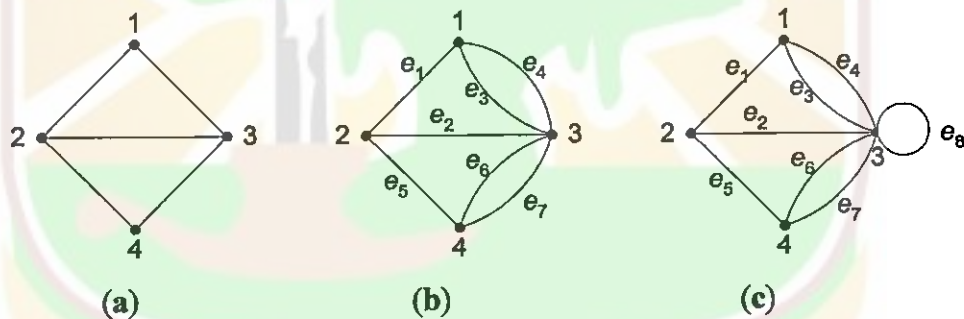
menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) atau dinyatakan dengan lambang $e_1, e_2, \dots$. Dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v , maka e dapat ditulis sebagai berikut :

$$e = (v, v)$$

secara geometri graf digambarkan sebagai sekumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi).

Definisi 2.4.2

Graf tak-berarah (*Undirected Graph*) adalah graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah. Pada graf ini urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi, $(u, v) = (v, u)$ adalah sisi yang sama.

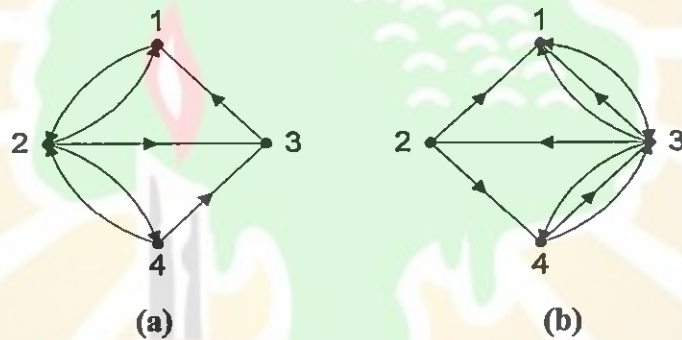


Gambar 2.4.2 Graf Tak-Berarah (*Undirected Graph*)

Definisi 2.4.3

Graf berarah (*Directed Graph*) adalah graf yang sisinya memiliki orientasi arah. Sisi berarah lebih dikenal dengan sebutan busur (*arc*). Pada graf ini (u, v) dan (v, u) menyatakan dua buah busur yang berbeda, dengan kata lain $(u, v) \neq (v, u)$. Untuk

busur (u, v) , simpul u dinamakan simpul asal (*initial vertex*) dan simpul v dinamakan simpul terminal (*terminal vertex*). Pada gambar (a) saluran telepon tidak dapat beroperasi pada dua arah. Saluran hanya beroperasi pada arah yang ditunjukkan oleh anak panah. Sebagai contoh saluran telepon $(1, 2)$ tidak sama dengan $(2, 1)$ berarah sering dipakai untuk menggambarkan aliran proses, petal atau lintasan suatu kota (jalan searah atau dua arah), dan sebagainya.



Gambar 2.4.3 Graf Berarah (*Directed Graph*)

Definisi 2.4.4

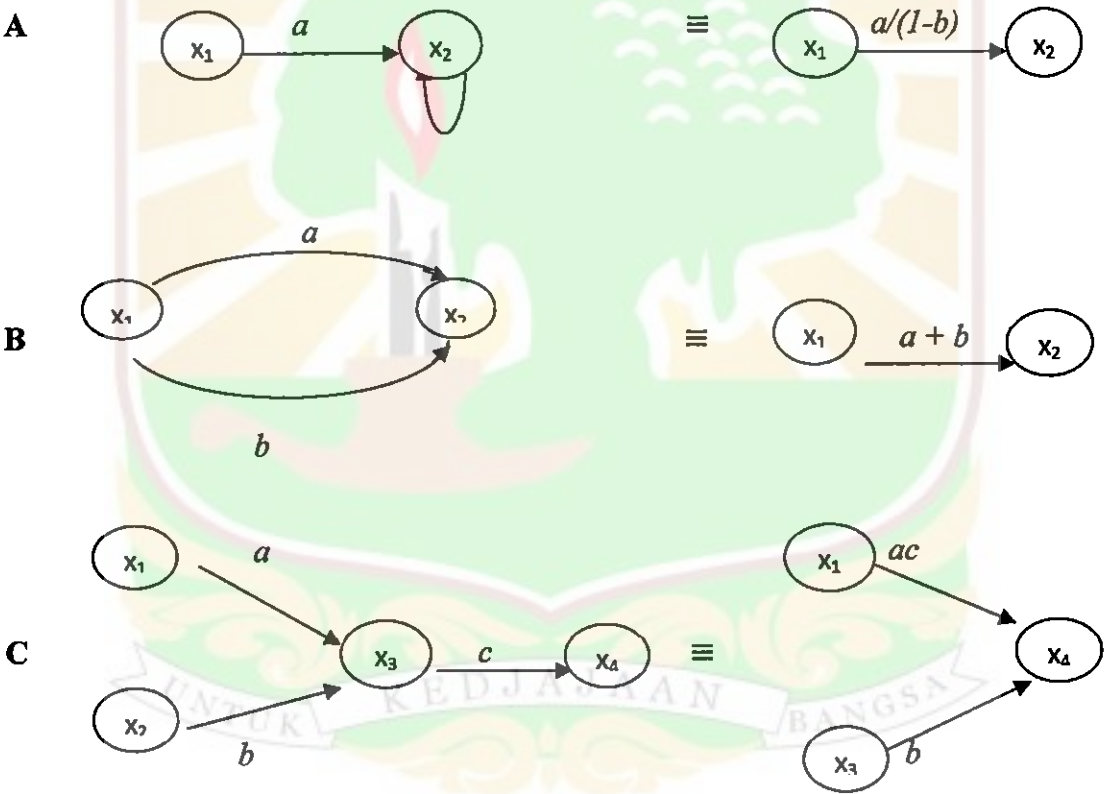
Graf berbobot (*Weighted Graph*) adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

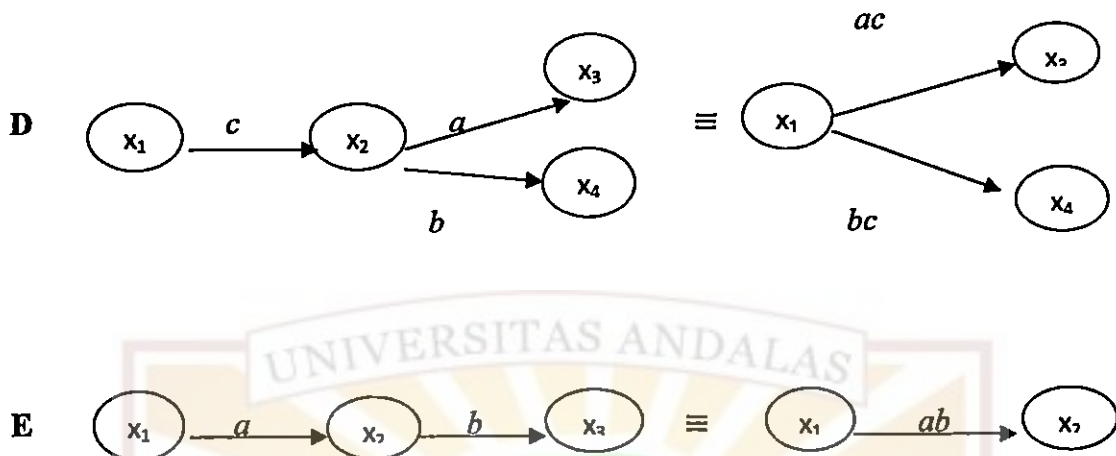
Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda tergantung pada masalah yang memodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antara dua buah kota, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah simpul

komunikasi ke simpul komunikasi lainnya (dalam jaringan komputer) dan ongkos produksi.

2.5 Aturan Mason

Ada beberapa aturan dalam mereduksi graf yang disebut dengan aturan Mason yaitu sebagai berikut:





Gambar 2.5 Aturan Mason (A) reduksi loop, (B) reduksi paralel, (C), (D), dan (E) reduksi simpul x_2

2.6 Pertumbuhan Populasi dan Organisme

Menurut Nurdin (2003) pertumbuhan populasi merupakan suatu perubahan dari suatu kondisi ke kondisi lainnya atau perpindahan status dari suatu titik ke titik berikutnya dengan perubahan dari waktu ke waktu (perubahan dinamis). Pada perubahan dalam suatu sistem yang dinamis dalam waktu t ditentukan oleh keadaan atau status sebelumnya. Keadaan kini ditentukan oleh waktu lampau dan waktu kini menentukan keadaan yang akan datang. Misalkan perubahan dari satu waktu ke waktu berikutnya adalah 1, maka yang dimaksud dengan perubahan itu adalah dalam selang waktu sejak $(t - 1)$ sampai saat memasuki waktu t , dan tidak termasuk waktu t itu sendiri.

Populasi mempunyai karakteristik, karakteristik dasarnya adalah kepadatan populasi. Ada empat peubah yang menentukan kepadatan populasi yaitu natalitas (kelahiran), mortalitas (kematian), imigrasi (masuknya anggota populasi dari daerah yang lain), dan emigrasi (keluarnya anggota populasi dari daerah yang lain). Resultan dari keempat peubah menentukan apakah pertumbuhan populasi menjadi positif atau negatif.

Bila pertumbuhan populasi positif maka kepadatan populasi jelas akan meningkat. Sebaliknya, bila pertumbuhan populasi negatif maka terjadi penurunan kepadatan populasi, malahan bisa terjadi kepunahan bila penurunan setelah melewati titik nol. Pertumbuhan populasi, selain ditentukan oleh empat peubah di atas juga ditentukan oleh peubah lain yaitu distribusi umur, komposisi genetik dan pola penyebaran (*distribution pattern*).

Faktor-faktor yang mempengaruhi organisme tumbuhan diantaranya sebagai berikut :

a) Suhu

Suhu adalah salah satu faktor utama penyebaran organisme, Karena suhu berpengaruh terhadap tiap tingkat dari siklus kehidupan organisme. Organisme mempunyai dua keadaan ideal berhubungan dengan kondisi suhu di habitatnya. Organisme tersebut dapat secara sederhana beradaptasi dengan suhu lingkungannya atau beradaptasi. Organisme ini memulai dengan melakukan keseimbangan pada pengaruh-pengaruh suhu dengan adanya toleransi suhu pada organisme tersebut dengan baik.

Pengaruh suhu terhadap organisme adalah terhadap daya tahannya, reproduksinya, pertumbuhan anaknya dan berhubungan dengan predasi, parasit dan penyakit. Respon hewan terhadap suhu berbeda antara hewan dewasa dengan anaknya. Walaupun selang suhu satu daerah memungkinkan tingkat dewasa suatu jenis hewan dapat hidup, tetapi pada selang suhu itu tidak memungkinkan anaknya dapat bertahan hidup, sehingga jelaslah di daerah itu hewan tidak dapat berketurunan sehingga populasinya tidak dapat bertahan.

Secara terperinci suhu mempunyai pengaruh terhadap fase yang sangat menentukan kelangsungan individu, yaitu :

- **Pengaruh terhadap daya tahan hidup**

Tinggi atau rendahnya suatu yang berlebihan dapat menyebabkan kematian organisme. Penyebaran spesies pada waktu dan ruang sering ditentukan oleh terbatasnya faktor lingkungan. Kebanyakan organisme hidup dan bereproduksi hanya pada kondisi yang cocok. Karenanya siklus hidup kebanyakan spesies adalah sejalan dengan musim dan periode panjang cuaca yang tidak cocok sering dihindari dengan dormansi ataupun migrasi. Contohnya populasi kupu-kupu (*Glaucopsyche Lygdamus*) punah karena badai salju, populasi Ngengat Cimabar (*Tyria Jacobaeau*) dihancurkan karena banjir, populasi Kadal (*Anolis Carolinensi*) dan sejenis Katak (*Rana Catesbiena*) punah karena kekeringan.

- **Pengaruh terhadap reproduksi**

Reproduksi suatu spesies dapat ditingkatkan atau dihambat oleh cuaca. Hadirnya individu baru melalui penetesan telur seringkali mengikuti keadaan cuaca sehari-hari. Cuaca yang tidak menyenangkan pada waktu reproduksi dapat mengurangi ukuran populasi sedangkan meningkatnya populasi dapat terjadi karena reproduksi yang tinggi akibat cuaca yang cocok.

- **Pengaruh terhadap habitat**

Daya tampung suatu habitat tidaklah tetap, tetapi fluktuasinya berkelanjutan dalam hal respon terhadap faktor lingkungan dan cuaca merupakan hal penting. Kebanyakan habitat untuk sementara waktu hanya cocok untuk hewan karena adanya variasi musim dalam cuaca. Karena cuaca sangat berperan penting dalam menentukan ketersediaan yang cocok untuk masing-masing spesies.

- **Pengaruh secara keseluruhan**

Variasi dalam cuaca mempunyai kaitan yang sesungguhnya terhadap keseluruhan aspek ekologi populasi pada umumnya organisme. Sering hanya pengaruh-pengaruh nyata saja yang dapat diukur yang dapat diketahui, tetapi sesungguhnya seluruh aktifitas dan tingkah laku bergantung pada cuaca. Beberapa aspek tekanan cuaca seperti pengaruh-pengaruh pada pemencaran populasi, sangat jarang diketahui.

Cara terbaik yang dapat dilakukan untuk melihat pengaruh cuaca secara kompleks terhadap suatu organisme diantaranya dengan mengamati secara

detail pengaruh cuaca pada satu spesies. Contohnya belalang Maroccan (*Dociastaurus Maroccanus*).

b) Cahaya

Cahaya merupakan salah satu pembatas yang menentukan penyebaran.

Cahaya digunakan sebagai ransangan yang menentukan waktu siang dan malam. Dengan adanya cahaya oleh hewan diartikan bahwa hari telah siang, dan dengan demikian maka hewan yang aktif siang hari (*diurnal*) akan mulai keluar dari sarang mencari makan, dan hewan yang aktif malam hari (*nocturnal*) akan mulai kembali ke sarangnya pada saat cahaya matahari mulai menampakkan dirinya. Musin kawin bagi beberapa jenis hewan terutama yang hidup di daerah empat musim hanya terjadi pada waktu tertentu dalam siklus musiman, dan untuk mereka membutuhkan stimulus yang menentukan datangnya musim tersebut dan stimulus itu adalah cahaya.

c) Struktur tanah dan Nutrien

Struktur dan nutrien yang terkandung dalam tanah mempengaruhi pertumbuhan tanaman dan dapat mempengaruhi susunan vegetasi alam. Struktur tanah yang mempengaruhi tergantung sekali pada formasi geologic yang ditempatkan tanaman tersebut. Sebagai contoh sejenis tumbuhan *Acer Rubrum* terlambat sadium pematangannya pada daerah rawa di daerah Amerika Utara dan Amerika Selatan, dan *Pinus Aristata* yang tumbuh pada daerah subalpine di Amerika bagian barat, dan dapat hidup sampai berumur 4000 tahun.

d) Kimia air, pH dan Salinitas

Penyebaran hewan air dan laut sangat dipengaruhi oleh faktor kimia air dan salinitas. Di laut lepas, salinitas tidak banyak variasinya sehingga faktor salinitas tidak begitu berpengaruh terhadap kehidupan hewan laut. Akan tetapi di daerah muara sungai dan estuary salinitas sangat berpengaruh terhadap penyebaran hewan air terutama terhadap zooplankton, dan jenisnya pun sangat berbeda karena tanggapan yang berbeda terhadap salinitas.

e) Aliran air, oksigen dan api

Aliran air atau arus juga sangat menentukan penyebaran hewan invertebrate di air. Di sungai kecepatan arus akan menentukan keadaan dasar perairan. Pada sungai deras dasarnya tidak mungkin berlumpur karena lumpurnya hanyut terbawa arus. Pada sungai yang berarus deras dasarnya biasanya berbatu. Pada sungai yang berarus berderas sangat jarang ditemukan bivalve, karena tidak punya lumpur untuk menguburkan diri. Jadi bivalve atau lokan hanya akan ditemukan pada sungai yang berarus tidak deras dan dasarnya berlumpur. Pada sungai yang dasarnya berbatu biasanya banyak ditemukan hewan sungai yang hidup menempel pada batuan. Salah satu spesies yang membutuhkan aliran air *Emerita Analoga* supaya menghanyutkan larvanya sehingga, dapat hidup pada tempat yang cukup plantonya, sampai menjadi dewasa. Api juga menjadi salah satu faktor yang penting bagi tanaman tertentu untuk dapat tumbuh. Contohnya *Pinus Banksiana* tanaman yang bijinya akan

terbuka secara spontan bila telah matang dan biji ini dibuangkus oleh resin.

Dan biji ini baru dapat tumbuh bila terbakar.



BAB III

MODEL PERTUMBUHAN POPULASI KUTU DAUN (*PEA AFID*)

3.1 Kutu Daun (*Pea Aphid*)

Kutu mengacu pada berbagai *Artropoda* berukuran kecil hingga sangat kecil. Nama ini dipakai untuk sejumlah *Crustacea* air kecil (seperti kutu air), serangga (seperti kutu kepala dan kutu daun). Semua disebut kutu karena ukurannya yang kecil. Dalam arti lebih sempit serangga yang tidak bersayap dan berukuran kecil. Dalam bahasa Inggris mencakup *flea* (kutu yang berlompat, *ordo Siphonaptera*) dan *Louse* (kutu yang lebih suka merayap, kebanyakan *ordo Phithiraptera* yang semauanya adalah parasit). Dalam bahasa Indonesia keduanya tidak dibedakan, malah mencakup juga sebagian dari kerabat wereng (*ordo Hemiptera*) dan beberapa anggota *ordo Coleoptera*.

Tabel 3.1.1 Kelompok Hewan Yang Memakai Nama Kutu

No	Kelompok Hewan Yang Memakai Nama Kutu
1	Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>), hama pada tumbuhan
2	Kutu Air (anggota <i>Crustacea</i>), hama pada kulit manusia
3	Kutu Beras, hama pada biji-bijian
4	Tuma atau Kutu Kepala, parasit pada kucing
5	Kutu Anjing, parasit pada burung atau unggas
6	Kutu Buku, hama pada kertas
7	Kutu Loncat, hama pada tumbuhan
8	Kutu Perisai, hama pada tumbuhan
9	Kutu Putih, hama pada tumbuhan
10	Kutu Bubuk, hama pada kayu

Tabel 3.1.2 Jenis-jenis Kutu dan Gambarnya

No	Jenis Kutu	Gambar
1	Kutu Air (<i>Cyclops Bicuspidatus</i>)	
2	Kutu Air (<i>Daphnia</i>)	
3	Kutu (<i>Flea</i>)	
4	<i>Fahrenholzia Pinnata</i> , Tuma (Louse) pada tikus	
5	Kutu Daun (<i>Pea Afid</i>)	
6	Wereng (<i>Metcalfa Pruinosa</i>)	
7	Kutu loncat (<i>Psylla Alni</i>)	
8	Kutu Beras Biasa (<i>Tribolium Confusum</i>)	

9	Tungau (<i>Trombidium</i>) bintik-bintik merah, berkerumun dibunga	
---	--	--

Kutu daun (*Pea Afid*) adalah salah satu hama serangga yang paling merusak tanaman yang dibudidayakan di daerah beriklim sedang. Kerusakan yang dilakukannya mengakibatkan hilangnya pendapatan para petani. Kutu daun dapat bermigrasi jarak besar, terutama melalui penyebaran pasif dengan menunggang angin dan memiliki tubuh yang lunak, yang mungkin hijau, hitam, coklat, pink atau hamper tidak berwarna serta memiliki enam segmen dan cara makannya dengan mengisap.

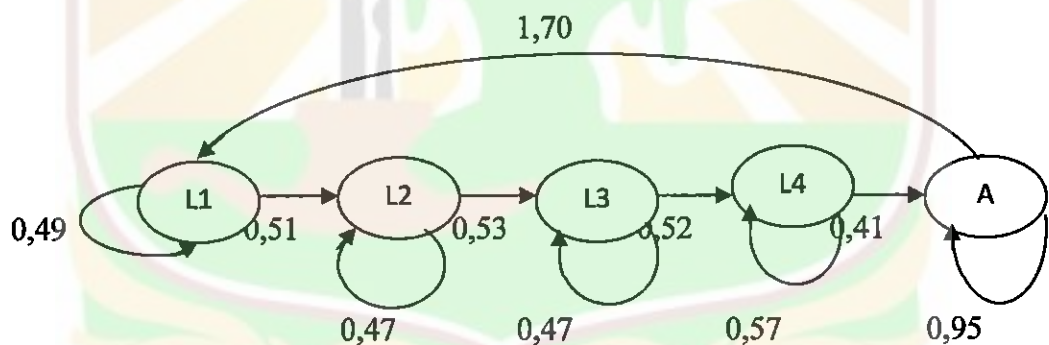
Kutu daun (*Pea Afid*) memperoleh kemampuan untuk mensintesis karotenoid oleh transfer gen horizontal dari jamur. Reproduksi kutu daun melalui parthenogenesis. Di mana betina memproduksi sel telur yang berkembang tanpa melalui proses fertilisasi.

3.2 Digraf Siklus Hidup

Siklus hidup adalah rangkaian aktivitas secara alami yang dialami oleh individu-individu dalam populasi berkaitan dengan perubahan-perubahan tahapan-tahapan dalam kehidupan. Suatu digraf siklus hidup adalah suatu gambaran secara grafikal mengenai siklus hidup suatu populasi. Verteks-vertiks pada digraf menggambarkan tahap-tahap pada kehidupan, garis penghubung disebut (*arc*) dari vertex j ke verteks i mengindikasikan bahwa suatu individu pada tahap j diwaktu t dapat berkontribusi individu ke tahap i pada waktu $t + 1$.

Dalam suatu siklus hidup pasti ditemukan beberapa hal yang memiliki pengaruh terhadap perkembangan suatu populasi. Pengaruh itu antara lain berkenaan dengan masalah natalis (kelahiran), mortalitas (kematian), kemampuan bertahan hidup hingga kepunahan. Pengaruh-pengaruh yang telah diuraikan di atas merupakan suatu bentuk bagian dari demografi yang dapat digunakan untuk menghitung kontribusi terpisah dari tipe-tipe sejarah kehidupan yang berbeda dari pertumbuhan populasi.

Secara matematis, semua hal di atas dapat digambarkan dalam suatu representasi grafis berupa graf berarah dan berbobot. Suatu siklus hidup merupakan objek yang diskrit, sehingga siklus hidup dapat direpresentasikan dalam suatu bentuk digraf yaitu digraf siklus hidup sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar (Gambar 3.2).



Gambar 3.2 Graf siklus kehidupan Kutu daun (*Pea Afid*)

L₁ adalah larva tahap pertama, L₂ adalah larva tahap kedua, L₃ adalah larva tahap ketiga, L₄ adalah larva tahap keempat, dan A adalah larva tahap dewasa. L₁-L₄ menyatakan yang pertama melalui *instar* ke empat dan A berdiri untuk dewasa. Panah

menunjukkan semua transisi antara tahapan dan tingkat transisi yang sesuai yang tercantum di samping anak panah tersebut.

Misalnya kutu daun (*Pea Afid*) dewasa hanya menghasilkan larva instar pertama dan rata-rata kutu daun dewasa yang tunggal menghasilkan 1,7 anak setiap hari. Model ini mengasumsikan bahwa semua larva instar pertama bertahan hidup. Setiap hari, rata-rata 51% dari meranggas larva instar pertama ke instar kedua dan sisanya (51%) tetap larva instar pertama. Secara ringkas dapat dilihat dalam bentuk matriks proyeksi populasi seperti yang digambarkan dalam gambar (3.3) yang lebih rendah.

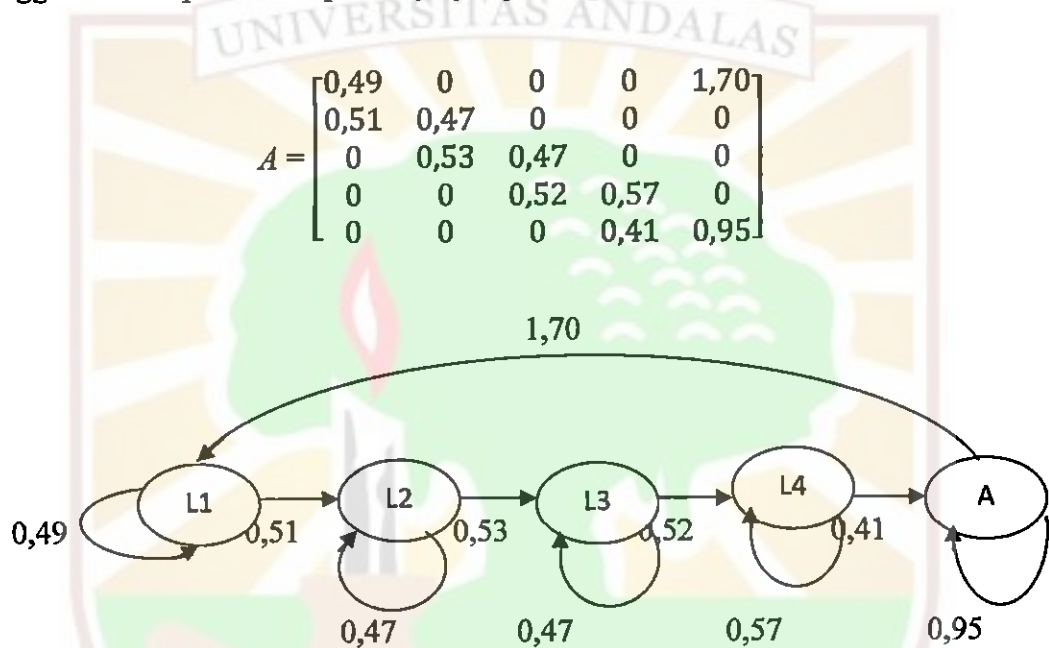
3.3 Model Matriks Populasi

Model matriks populasi dapat mengklasifikasikan siklus kehidupan baik menggunakan usia atau tahap-tahap dalam kehidupan yang dilaluinya. Model pengklasifikasian berdasarkan usia menyatakan dinamika populasi dengan membagi variabel usia yang kontinu menjadi stadium-stadium usia yang diskrit, masing-masing dalam rentang yang sama. Model pengklasifikasian berdasarkan tahapan yang dilaluinya biasanya lebih fleksibel, dan memungkinkan analisis untuk pola siklus kehidupan yang lebih kompleks.

Tahapan-tahapan tersebut mungkin menggambarkan status sosial (seperti keturunan dengan kemapanan), tahapan-tahapan yang terus berkembang atau lokasi-lokasi yang renggang (seperti daerah dengan kualitas tinggi dengan daerah kualitas rendah). Transisi-transisi antar tahapan tersebut dikembangkan oleh laju vital yang

menggambarkan proses-proses seperti pertumbuhan, fertilitas, kemampuan untuk bertahan hidup bahkan peluang menjadi suatu yang menghasilkan keturunan atau memperoleh suatu daerah dengan kualitas tinggi.

Berikut ini diberikan matriks A yang berkaitan dengan gambar yang menggambarkan posisi setiap arc-nya yang merupakan matriks model populasi.



Gambar 3.3 Digraf siklus kehidupan dengan lima *verteks* dan enam *arc*.

Pada model matriks yang didasarkan pada tahap yang dilaluinya (*stage based matrix model*), ukuran suatu populasi dihitung dari waktu t ke waktu $t + 1$ dengan mengalikan suatu matriks A dengan suatu vektor n (dengan n adalah populasi mula-mula) dengan persamaan:

$$n(t+1) = A \times n(t) \dots\dots\dots (3.3)$$

Nilai eigen pada matriks proyeksi merupakan laju pertumbuhan populasi yaitu nilai yang diperoleh setelah tahapan yang dilaluinya mencapai kestabilan dimana nilai eigen tetap dari satu waktu ke waktu yang lainnya. Model matriks populasi dapat ditulis yaitu sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Di mana matriks *T* matriks transisi dan *F* adalah fekunditas.

Setiap matriks transisi berkaitan dengan matriks Leslie yang biasanya menggunakan parameter usia untuk mengklasifikasikan individu serta berdasarkan kelamin untuk model demografinya sedangkan matriks elastisitas biasanya dinyatakan dalam persentasi.

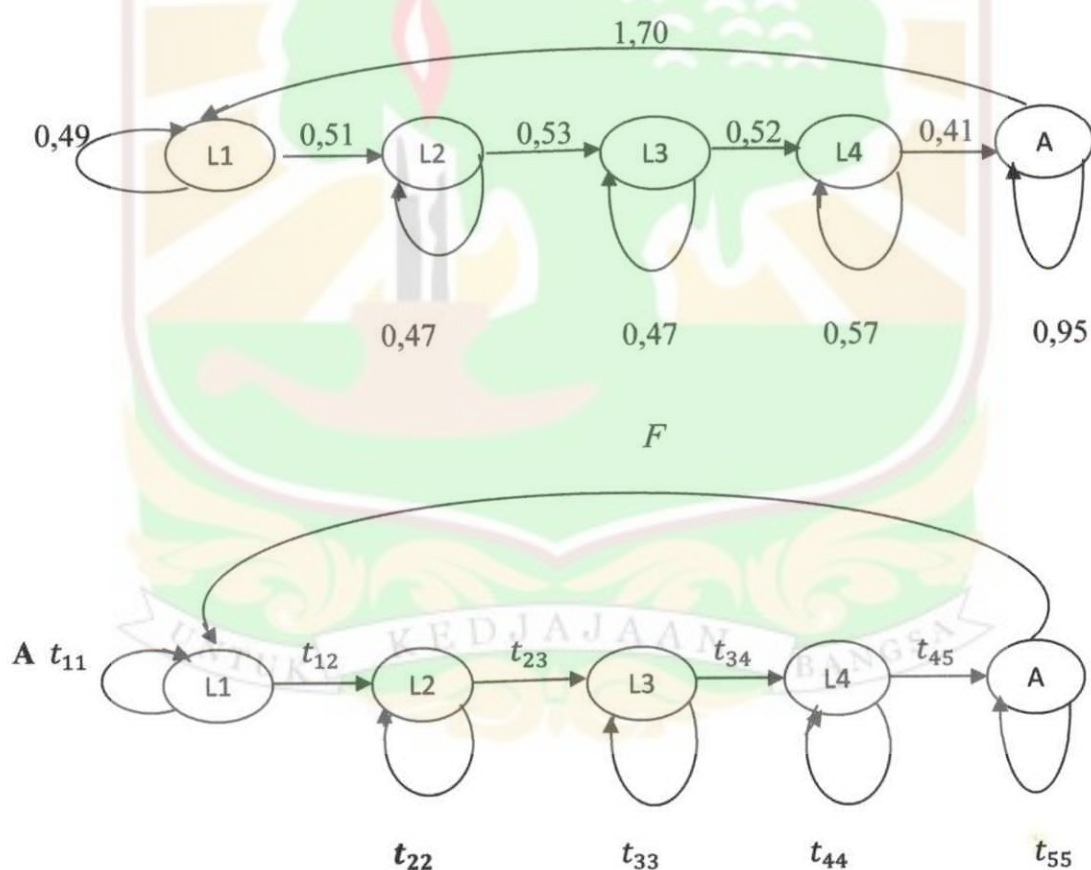
3.4 Menentukan Nilai Eigen (*R*₀) dengan Reduksi Grafik

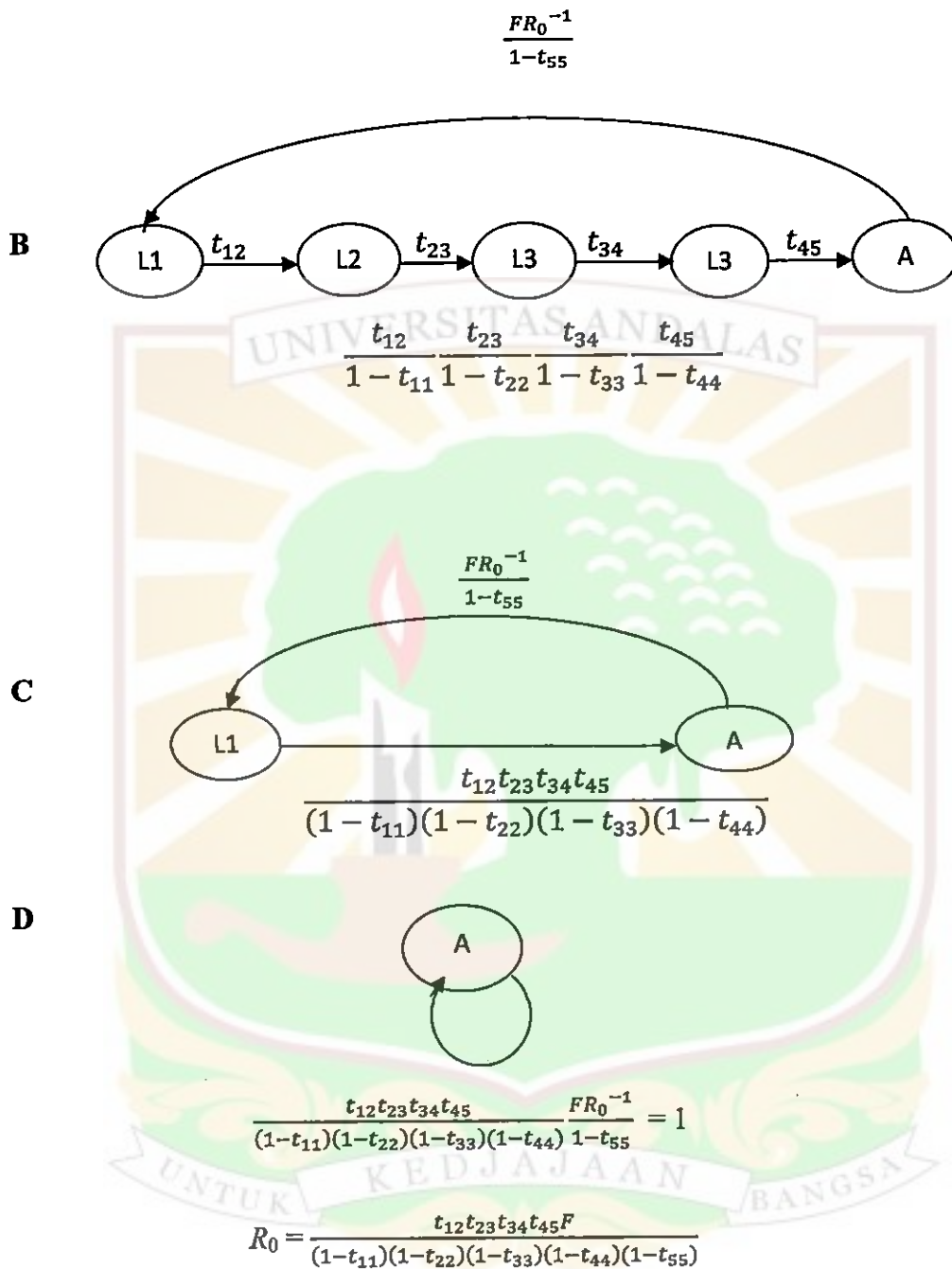
Laju reproduksi dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (3.2.2). Untuk menghubungkan perhitungan *R*₀ dengan pengurangan grafik, motode pertama-tama kita mengamati bahwa laju reroduksi dapat didefinisikan sebagai:

$$R_0 = \rho (R_0 T + F) \dots\dots\dots (3.4.)$$

di mana ρ adalah radius spectral pada matriks $F (I - T)^{-1}$.

Dari persamaan (3.4) dimisalkan $B = R_0 T + F$ dan nilai eigen dominan pada B yaitu $G_B (R_0)$. Hubungkan antara $G_B (R_0)$ matriks A pada G_A adalah sebagai entri masing-masing $a_{ij} = t_{ij} + f_{ij}$ di G_A , dengan mengganti $b_{ij}R_0^{-1} = (R_0 t_{ij} + f)R_0^{-1} = t_{ij} + f R_0^{-1}$. Dengan kata lain, nilai eigen dominan $G_B (R_0)$ dikalikan dengan fekunditas (F) di G_A dengan R_0^{-1} . Dapat ditunjukkan pada graf dibawah sebagai berikut :





Gambar 3.4 Reduksi Graf (A) graf Awal, (B) reduksi loop pada $t_{11}t_{22}t_{33}t_{44}t_{55}$, (C) reduksi loop pada $t_{12}t_{23}t_{34}t_{45}$, (D) kutu dewasa

Sehingga dari persamaan (3.4) maka diperoleh R_0 yaitu sebagai berikut :

$$(R_0) = \frac{(0.51)(0.53)(0.52)(0.41)(1.70)}{(1-1.70)(1-0.47)(-0.47)(1-0.57)(1-0.95)}$$

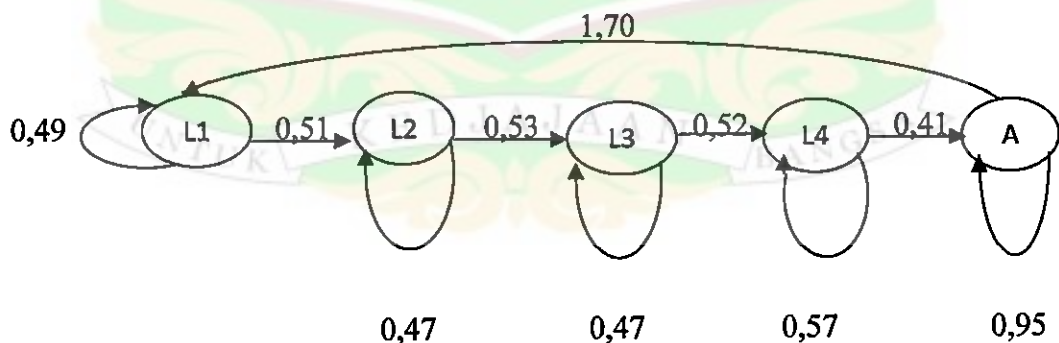
$$= 31.807$$

3.5 Menentukan Nilai Eigen (R_0) dengan Matriks Proyeksi Populasi

Pada model matriks yang didasarkan pada tahap yang dilaluinya (*stage based matrix model*), ukuran suatu populasi dihitung dari waktu t ke waktu $t + 1$ dengan mengalikan suatu matriks A dengan suatu vektor n (dengan n adalah populasi mula-mula) dengan persamaan:

$$n(t+1) = A \times n(t) \dots\dots\dots(3.5)$$

matriks model populasi adalah suatu tipe matriks transisi untuk proses *Markov*. Nilai eigen pada matriks proyeksi merupakan laju pertumbuhan populasi yaitu nilai yang diperoleh setelah tahapan yang dilaluinya mencapai kestabilan dimana nilai eigen tetap dari satu waktu ke waktu yang lainnya.



$$A = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix}$$

Gambar 3.5 Model Proyeksi Populasi Kutu Daun (*Pea Afid*)

Untuk menghitung (R_0) dari matriks transisi didefinisikan sebagai $A = T + F$, di mana $T [\tau_{ij}]$ dengan $\tau_{ij} \in [0,1]$ dan $\sum_j \tau_{ij} \leq 1$ disebut matriks transisi dan $F [f_{ij}]$ dengan $f_{ij} \geq 0$ disebut sebagai fekunditas.

$$A = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Secara matematis perhitungan laju reproduksi didefinisikan sebagai berikut:

$$R_0 = \rho (F(I-T)^{-1}) \dots\dots\dots(3.5)$$

dimana, I adalah identitas dan ρ jari-jari spektral dari matriks $F (I - T)^{-1}$. R_0 adalah nilai eigen yang dominan dan $F (I - T)^{-1}$. Jika $R_0 < 1$ maka populasi pada akhirnya akan menurun, jika $R_0 = 1$ maka populasi akan stabil, dan jika $R_0 > 1$ maka populasi pada akhirnya akan meningkat. Dengan kata lain. $\lambda > 1 \Leftrightarrow R_0 > 1$, di mana λ adalah

nilai eigen dominan dari matriks A . Karena R_0 adalah nilai eigen dari $F(I - T)^{-1}$

dimana matriks F , matriks I , dan matriks T ditulis sebagai berikut :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat dihitung matriks $(I - T)$ sebagai berikut :

$$(I - T) = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \right)$$

Maka dari pengurangan matriks di atas, maka diperoleh hasil matriksnya sebagai berikut :

$$= \begin{bmatrix} 0,51 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,51 & 0,53 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,53 & 0,53 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,52 & 0,43 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,41 & 0,05 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan *software SWP*, diperoleh $(I - T)^{-1}$ sebagai berikut:

$$(I-T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,9608 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,8868 & 1,8868 & 0 & 0 & 0 \\ 1,8868 & 1,8868 & 1,8868 & 0 & 0 \\ 2,287 & 2,287 & 2,287 & 2,3256 & 0 \\ 18,71 & 18,71 & 18,71 & 19,07 & 20,0 \end{bmatrix}$$

Dari perhitungan $(I - T)$ hingga diinverskan dengan menggunakan *Software SWP*

dapat dihitung matriks $F(I - T)$ sebagai berikut :

$$F(I-T)^{-1} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1,9608 & 0 & 0 & 0 & 0,71 \\ 1,8868 & 1,8868 & 0 & 0 & 0 \\ 1,8868 & 1,8868 & 1,8868 & 0 & 0 \\ 2,287 & 2,287 & 2,287 & 2,3256 & 0 \\ 18,71 & 18,71 & 18,71 & 19,07 & 20,0 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat diperoleh nilai $F(I - T)$ sebagai berikut :

$$= \begin{bmatrix} 31,807 & 31,807 & 31,807 & 32,419 & 34,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka dengan menggunakan persamaan (3.5) diperoleh nilai eigen (R_0) sebagai berikut :

$$R_0 = \rho(F(I-T)^{-1}) = \begin{bmatrix} 31,807 & 31,807 & 31,807 & 32,419 & 34,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Jadi, nilai eigen (R_0) maksimum dari matriks $F(I-T)^{-1}$ yaitu :

$$R_0 = 31,807$$

Dari nilai eigen (R_0) baik dari reduksi graf maupun dari matriks proyeksi dapat diperoleh nilai yang sama, yaitu ($R_0 = 31,807$). Dengan demikian dapat diinterpretasikan bahwa nilai laju reproduksi dari kutu daun (*Pea Afid*) akan meningkat dari jumlah sebelumnya.

3.6 Pertumbuhan Populasi

Untuk mengetahui pertumbuhan populasi dapat digunakan aplikasi kasus. Dimana dapat digunakan persamaan (3.2.1) dan dimulai pada tahap distribusi stabil. Dalam mengetahui tingkat pertumbuhan yang dimulai dengan distribusi tahap yang berbeda sehingga dapat melibatkan simulasi. Misalkan diberikan suatu matriks proyeksi A dari kutu daun (*Pea Afid*) sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix}$$

Di mana N_0 adalah jumlah populasi awal dan t adalah waktu dalam suatu populasi. Dari waktu t ke waktu $t + 1$, dan N_t adalah vector usia dan A merupakan matriks tereduksi nonnegative. Jumlah individu dalam berbagai tahap berubah, begitu pula tingkat pertumbuhan populasi jumlah individu dalam tahapan berbeda. Misalkan nilai

$t = 0, 1, 2, \dots, 15$ dan populasi kutu daun (*Pea Afid*) dimulai dari $N(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, dengan

alternatif lain dari persamaan (3.5) sebagai berikut:

$$N(1) = A N(0)$$

$$N(2) = A N(1) = A A N(0) = A^2 N(0)$$

:

$$A(t+1) = A N(t) = A^t N(0)$$

Dengan menggunakan *Software SWP* dapat dihitung nilai pertumbuhan populasi kutu daun (*Pea Afid*) sebagai berikut :

$$N(1) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 1,70 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,95 \end{bmatrix}$$

$$N(2) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,95 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,448 \\ 0,867 \\ 0 \\ 0 \\ 0,9025 \end{bmatrix}$$

$$N(3) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,448 \\ 0,867 \\ 0 \\ 0 \\ 0,9025 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,7338 \\ 1,656 \\ 0,45951 \\ 0 \\ 0,85738 \end{bmatrix}$$

$$N(4) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,7338 \\ 1,656 \\ 0,45951 \\ 0 \\ 0,85738 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,7971 \\ 2,1726 \\ 1,0936 \\ 0,23895 \\ 0,81451 \end{bmatrix}$$

$$N(5) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,7971 \\ 2,1726 \\ 1,0936 \\ 0,23895 \\ 0,81451 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,7552 \\ 2,4476 \\ 1,6655 \\ 0,70487 \\ 1,1172 \end{bmatrix}$$

$$N(6) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,7552 \\ 2,4476 \\ 1,6655 \\ 0,70487 \\ 1,1172 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,832 \\ 2,5555 \\ 2,08 \\ 1,2678 \\ 1,1172 \end{bmatrix}$$

$$N(7) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,832 \\ 2,5555 \\ 2,08 \\ 1,2678 \\ 1,1172 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,2869 \\ 2,6454 \\ 2,332 \\ 1,8042 \\ 1,5811 \end{bmatrix}$$

$$N(8) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3,2869 \\ 2,6454 \\ 2,332 \\ 1,8042 \\ 1,5811 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,2985 \\ 2,9197 \\ 2,4981 \\ 2,241 \\ 2,2418 \end{bmatrix}$$

$$N(9) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,2985 \\ 2,9197 \\ 2,4981 \\ 2,241 \\ 2,2418 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,9173 \\ 3,5645 \\ 2,7215 \\ 2,5764 \\ 3,0485 \end{bmatrix}$$

$$N(10) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5,9173 \\ 3,5645 \\ 2,7215 \\ 2,5764 \\ 3,0485 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,0819 \\ 4,6931 \\ 3,1683 \\ 2,8837 \\ 3,9524 \end{bmatrix}$$

$$N(11) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8,0819 \\ 4,6931 \\ 3,1683 \\ 2,8837 \\ 3,9524 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,679 \\ 6,3275 \\ 3,9764 \\ 3,28837 \\ 3,9524 \end{bmatrix}$$

$$N(12) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10,679 \\ 6,3275 \\ 3,9764 \\ 3,28837 \\ 3,9524 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,679 \\ 6,3275 \\ 3,9764 \\ 3,2912 \\ 4,9371 \end{bmatrix}$$

$$N(13) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10,679 \\ 6,3275 \\ 3,9764 \\ 3,2912 \\ 4,9371 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,626 \\ 8,4202 \\ 5,2225 \\ 3,9437 \\ 6,0396 \end{bmatrix}$$

$$N(14) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13,626 \\ 8,4202 \\ 5,2225 \\ 3,9437 \\ 6,0396 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,944 \\ 10,907 \\ 6,9173 \\ 4,9636 \\ 7,3545 \end{bmatrix}$$

$$N(15) = \begin{bmatrix} 0,49 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0,47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,53 & 0,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,41 & 0,95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16,944 \\ 10,907 \\ 6,9173 \\ 4,9636 \\ 7,3545 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,805 \\ 13,768 \\ 9,0318 \\ 6,4262 \\ 9,0219 \end{bmatrix}$$

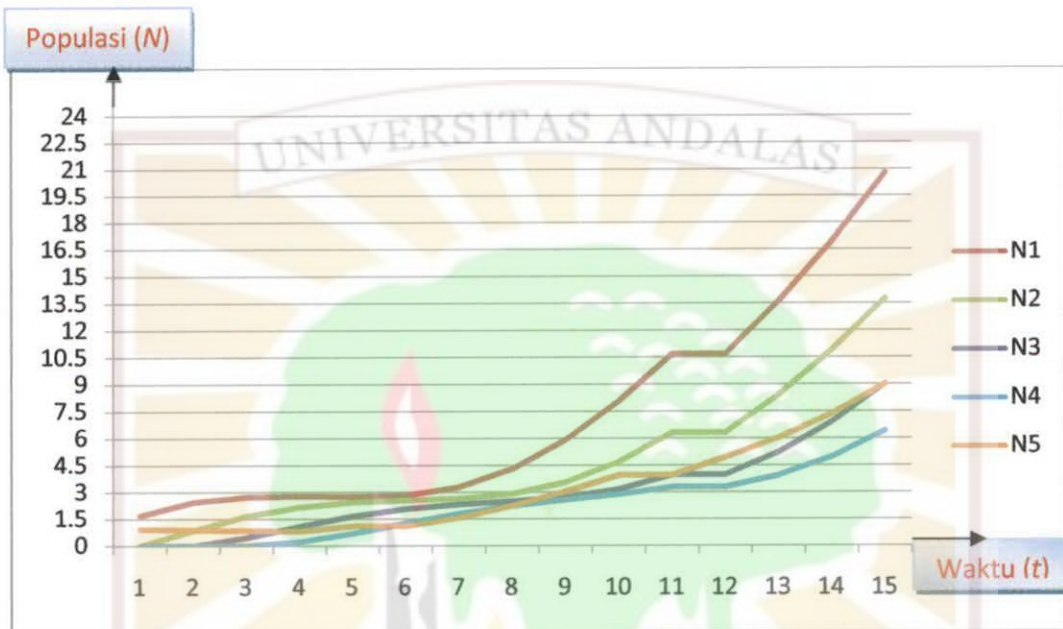
Penghitungan di atas dapat diringkas dalam tabel berikut:

Tabel 3.6 Pertumbuhan Populasi Kutu Daun (*Pea Afid*)

t	N₁	N₂	N₃	N₄	N₅
1	1.7	0	0	0	0.95
2	2.448	0.862	0	0	0.9025
3	2.7338	1.656	0.45951	0	0.85738
4	2.7971	2.1726	1.0936	0.23895	0.81451
5	2.7552	2.4476	1.6655	0.70487	1.1172
6	2.832	2.5555	2.08	1.2678	1.1172
7	3.2869	2.6454	2.332	1.8042	1.5811
8	34.2985	2.9197	2.4981	2.241	2.2418
9	5.9173	3.5645	2.7215	2.5764	3.0485
10	8.0819	4.6931	3.1683	2.8837	3.9524
11	10.679	6.3275	3.9764	3.28837	3.9524
12	10.679	6.3275	3.9764	3.2912	4.9371
13	13.626	8.4202	5.2225	3.9437	6.0396
14	16.944	10.907	6.9173	4.9636	7.3545
15	20.805	13.768	9.0318	6.4262	9.0219



Dari Tabel 3.6 dengan mudah kita dapat melihat grafik pertumbuhan populasi kutu daun (*Pea Afid*) pada gambar 3.6 di bawah ini:



Grafik 3.6 Pertumbuhan Populasi Kutu Daun (*Pea Afid*)

Berdasar grafik pertumbuhan populasi, terlihat bahwa pada saat N_1 dengan t_5 dan t_6 memperoleh nilai yang sama yaitu 1,1172. Dari grafik N_2 dengan t_{11} dan t_{12} memperoleh nilai yang sama yaitu 10,679. Dari N_3 dengan t_{11} dan t_{12} memperoleh nilai yang sama yaitu 6,3275. Grafik N_4 dengan t_{11} dan t_{12} memperoleh nilai yang sama yaitu 3,9764 dan grafik N_5 dengan t_{10} dan t_{11} memperoleh nilai yang sama yaitu 3,9524. Nilai eigen $R_0 > 1$ atau $\lambda > 1$, maka populasi kutu daun (*Pea Afid*) akan meningkat.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan karakteristik tahap pertumbuhan kutu daun (*Pea Afid*), yakni mulai dari telur, remaja, hingga dewasa maka model pertumbuhan yang dapat digunakan untuk menganalisis pertumbuhan populasi adalah matriks proyeksi populasi (MPP). Hal ini karena terdapat fase-fase perkembangan organisme. Selain itu, terdapat probabilitas transisi serta probabilitas fekunditas antar fase atau ke fase itu sendiri. Dari matriks proyeksi ini kemudian dapat diketahui jumlah populasi dari model matriks dan laju reproduksi dari nilai eigen (R_0) pada masa yang akan datang.

4.2 Saran

Pembahasan pada skripsi ini hanya menyelidiki laju reproduksi pada digraf siklus kehidupan populasi kutu daun (*Pea Afid*) dengan menggunakan reduksi graf dan matriks proyeksi serta memberikan simulasi pada model pertumbuhan kutu daun berdasarkan informasi-informasi kualitatif. Oleh sebab itu, penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk mengkaji atau menganalisis laju pertumbuhan hewan atau organisme lainnya, diantaranya populasi semut, bakteri, dan populasi serangga.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H dan C, Rorres. 2004. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Jilid 1 dan 2*. Jakarta: Erlangga.
- Anton, H dan C. Rorres. 1987. *Penerapan Aljabar Linear*. Jakarta: Erlangga.
- Cullen. G, Charles. 1993. *Aljabar Linear dengan Penerapannya*. Jakarta : PT Gramedia Pustaka Utama.
- Caswell, H. 2001. *Matrix population models: construction, analysis, and interpretation*, 2nd edn. Sinauer Associates.
- [http// id.wikipedia. org// partegonesis](http://id.wikipedia.org/partegonesis). Diakses pada 9 Mei 2011, jam 01.33 wib.
- Nurdin, M. 2003. *Ekologi Populasi*. Padang: Universitas Andalas Press.
- Mason, S and H. Zimmermann. 1960. *Electronic Circuits, Signals, and System*. Wiley.
- Susanta dan Soedijono. 1989. *Model Matematika*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.

RIWAYAT DATA PENULIS



Penulis dilahirkan pada tanggal 06 Juni 1987 di Sakelo Muara Siberut Selatan Kabupaten Kepulauan Mentawai. Penulis anak ke 2 dari 8 bersaudara, 4 cewek, 4 cowok. Anak dari ayah bernama Besli Samarurok, dan ibu bernama Margaretha Saruruk. Penulis tamat SDN 09 Puro Muara Siberut Selatan pada tahun 2001. Penulis pernah mendapatkan Piagam Juara II Putri Lari Maraton dengan jarak 1500 m dan Piagam Juara II Putri Lari Maraton dengan jarak 3000 meter yang diadakan pada tanggal 12-22 Oktober 2002 bertempat di Sikakap Kecamatan Pagai Utara Selatan. Tamat SLTP Yos Sudarso 2 Muara Siberut Selatan pada tahun 2004 dan tamat di SMAN 1 Muara Siberut Selatan pada tahun 2007. Setelah tamat SMA, penulis melanjutkan kuliah melalui beasiswa Program S1 *Basic Science* Ikatan Dinas Berasrama Jurusan Matematika di Universitas Andalas. Penulis menamatkan pendidikan S1 pada tahun 2011.

