



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar Unand.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Unand.

**PERBANDINGAN METODE KUADRAT DENGAN METODE  
REGRESI KOMPONEN UTAMA PADA KASUS  
MULTIKOLINEARITAS**

**SKRIPSI**



**WIWIK ARIES TANTI  
0810433068**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG  
2012**

## TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

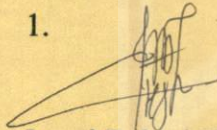
Dengan ini menyatakan bahwa :

Nama : Wiwik Aries Tanti  
No. Buku Pokok : 0810433068  
Jurusan : Matematika  
Bidang : Statistika  
Judul Skripsi : **Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dengan Metode Regresi Komponen Utama pada Kasus Multikolinearitas**

telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal **9 Agustus 2012** berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing,

1.



Izzati Rahmi HG, M.Si  
NIP. 19740928 199903 2 002

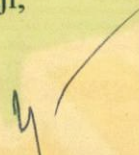
2.



Hazmira Yozza, M.Si  
NIP. 19690308 199403 2 002

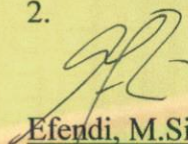
Penguji,

1.



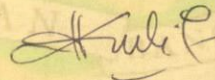
Dr. Maiyastri  
NIP.19650531 199103 2 001

2.



Efendi, M.Si  
NIP. 19780717 200212 1 002

3.



Dr. Lyra Yulianti  
NIP. 19750706 199903 2 003

Mertgetahui,  
Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unand



Dr. Syafrizal Sy  
NIP.19670807 199309 1 001

Juga kepada atinda tercinta Wahyu Karwo dan Widya Diana yang memberikan supportnya dan penghiburan supaya ku kembali semangat lagi di saat ku down. Dan makasih

untukmu orang tua ku tercinta

Wise ya ma. We jadi seperti saat ini berkat papa dan mama, makasih yang tak hingga kesedihan terdalam wise belum da apapun yang diberikan tuk membahagiakan mama. Maaf tuk ama2, tak mau membuang uang tuk keperluan mama selalu ama2 yang ulama. Ini lah mama menutup mata pun belum da mama menerima kesenangan di dunia ini. Tetap giat bekerja berkar, selalu memertingkaan kebutahaan dan keperluan anak mu di atas kepentingamu, sampai bersama. Ma, makasih atas kasih sayang mama, pengorbanan tak terhingga yang kamu mendapatkan kita disana, papa harus selalu kuat, ada ama2 mu disini selalu mengayakimu dan sedih terus ya walaupun mama tidak bersama kita tapi mama selalu da di hati kita dan memberikan harapan itu untuk papa. Makasih pa, sangat bersyukur memiliki papa dan janggan akhirnya wise benen-bener memberikan harapan yang nyata, maaf atas keterlambatan wise penulisan ini wise memberikan papa harapan selanjutnya kekecewaan, berulangk kali begitu, tapi perdana ini untukmu sahabat pertamaku semenghatku lahir ke dunia ini. Ma, maaf saat proses dikirimkan sang Khalik untuk menuntun jalan ku di dunia ini. Ku persembahkan tulisan dalam setiap langkah ku pengayang termulia setlah sang Khalik, malakai pelindungku yang Belum Ada had yang dapat ku lakukan untukmu wahai orang tuaku pembeding terbaik

(Wahik Aries Canti)

karena Allah SWT selalu bersama mu dan tidak akan melepas mu.

tetap yakin dan lanjutkan perjalananmu

Jangan gentir

Walaupun jalannmu sangat gelap jelas dihadang batu besar



untuk adinda widy yang menggarntikan pekerjaan rumah kakatemu ini selama menyelesaikan

tulisan ini

kepada "Lencit sayang" terima kasih untuk semua pengorbakan, support dan juga kesabaran yang besar karena selama sebulan lebih tak dapat perhatian penuh dari wae malahan sering jadi tempat buang amarah wae. Dan juga makasih tuk waktu "uncit" yang selalu ada untuk menghibur disaatku mulai lelah dalam studi dan penulisan skripsi. Semoga "uncit" selalu da setiap waktu untuk wae. Amieen.

Terima kasih untuk adik ipar muhammad citra yang membantu awal-awal penulisan skripsi ini.

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pembimbing srpsiku tersayang ibu Ozaa dan Ibu Ozaa yang dengan sabar membimbing dan mengajarkanku. Buk, terima kasih atas semua waktu yang ibuk berikan kepada kami, yang sampai kapanpun takkan bisa kami balas buk. Dan juga kepada ibuk dan bapak pengyuku yang baik, terima kasih ibuk mag, ibuk lya, dan pak ejenti atas semua saran dan nasehat yang bapak berikan.

Dan takkan pernah kulupakan sahabat-sahabatku Amak ule, Amak Ruri, Amak Osa, Amak Oni, Amak Rha2, dan Amak Obari, Ante Ria, Oha, Ririn, Kelli, Oina ir, Oina pel, Mata mets, Rika, Alri, Wili, dan semua teman @Laplace. Terima kasih teman atas waktunya yang selalu ada buat wae dalam susah maupun senang.

kepada senior yang sama-sama berjuang bersamaku supaya bisa wisuda septem ber terimakasih atas semangat dan bantuannya. Terutama tuk @ak ipat makasih ya tuk semuanya. Akhirnya wisuda juga kita.

Terimakasih kepada Pak Dyansti, Wama Thun, @ak @pi, @uk Eli dll Mohon maaf pak, buk telah begitu banyak merepotkan.

Terimakasih kepada semua yang telah banyak membantu namun tak dapat disebutkan satu-persatu. Semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dengan balasan yang berlipat ganda. Amin.

Write Aries Cami

## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur Penulis ucapkan kehadiran ALLAH S.W.T yang telah menyertai Penulis dengan rahmat dan karunia-Nya sehingga Penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dengan Metode Regresi Komponen Utama pada Kasus Multikolinearitas”**. Salawat serta salam bagi kekasih Allah, Muhammad Rasulullah SAW yang telah menjadi tauladan dan mengantarkan umat manusia dari abad kegelapan menuju abad terang dan berilmu pengetahuan.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, banyak kendala-kendala yang Penulis hadapi, namun berkat dukungan, bimbingan, pengarahan, bantuan serta doa dari berbagai pihak segala kendala dan hambatan yang penulis hadapi dapat terselesaikan. Untuk itu dengan segala hormat dan ketulusan hati, Penulis menyampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang tinggi kepada :

1. Kedua orang tua Penulis, Ayahanda Parjono dan Ibunda Yunimar tercinta yang selalu berkorban dan telah memberikan do'a, motivasi, semangat dan dorongan yang luar biasa dan tiada henti. Walaupun pada saat menyelesaikan ini ibunda tidak dapat melihatnya karena sudah berada di sisi Yang Maha Kuasa. Tapi Penulis yakin ibunda selalu menyertai setiap langkah Penulis.
2. Bapak Dr. Syafrizal Sy, sebagai ketua jurusan pada jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.

3. Ibu Izzati Rahmi HG, M.Si sebagai dosen Pembimbing I yang telah sabar dan bersedia meluangkan waktu dan pikiran sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Ibu Hazmira Yozza, M.Si sebagai dosen Pembimbing II yang telah sabar dan bersedia meluangkan pikiran dan waktu sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.
5. Ibu Dr. Maiyastri, Bapak Efendi, M.Si, dan Ibu Dr. Lyra Yulianti yang telah bersedia membaca, menelaah, memberi saran dan menguji naskah skripsi ini.
6. Bapak Yudiantri Asdi, M.Sc selaku pembimbing akademis yang telah memberikan nasehat dan motivasi kepada penulis.
7. Semua Dosen di Fakultas MIPA UNAND khususnya di Jurusan Matematika yang telah membagi ilmu kepada penulis selama studi.
8. Semua pihak yang turut membantu hingga selesainya skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan namanya satu persatu, terima kasih.

Penulis sangat menyadari bahwa dalam skripsi ini masih banyak sekali kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk penyempurnaan skripsi ini.

Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan sesuatu yang bermanfaat bagi pihak yang membacanya.

Padang, Agustus 2012

Wiwik Aries Tanti

## ABSTRAK

Dalam analisis regresi berganda sering terjadi masalah multikolinearitas antara peubah-peubah bebas. Apabila dilakukan pendugaan dengan MKT akan terlihat efeknya yaitu penduga takbias tapi mempunyai ragam yang besar sehingga pengujian hipotesis cenderung menerima  $H_0$  dan tingginya koefisien determinasi ( $R^2$ ) tidak diikuti oleh kesignifikan dugaan koefisien regresinya. Keadaan ini akan mempengaruhi dalam penafsiran model regresi bila dilakukan kajian lebih lanjut.

Salah satu pendekatan yang sering digunakan dalam mengatasi multikolinearitas adalah metode RKU. Untuk melihat kebaikan metode tersebut akan dibandingkan dengan Metode MKT. Dengan menggunakan beberapa kriteria yaitu rataan  $R^2$ , nilai standar deviasi dugaan parameter, dan nilai bias dugaan parameter. Metode yang baik apabila memiliki rataan  $R^2$  yang tinggi, nilai standar deviasi penduga yang minimum dan nilai bias penduga yang minimum. Akan dilihat pengaruh ukuran contoh  $n$  dan pengaruh penambahan komponen pada metode RKU dalam perbandingan kedua metode. Hasil penelitian menunjukkan metode RKU merupakan metode yang lebih baik dibandingkan MKT pada kondisi terjadi multikolinearitas dengan nilai standar deviasi dugaan parameter yang kecil walaupun nilai bias tidak selalu terkecil.

**Kata kunci :** *multikolinearitas, MKT, dan Metode RKU.*



## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>iii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>iv</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN.....</b>	<b>ix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	3
1.3 Pembatasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Sistematika Penulisan .....	4
<b>BAB II LANDASAN TEORI .....</b>	<b>6</b>
2.1 Simulasi .....	5
2.2 Analisis Regresi .....	6
2.3 Multikolinieritas .....	12
2.4 Analisis Komponen Utama .....	15
2.5 Analisis Regresi Komponen Utama .....	22
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>28</b>
3.1 Data dan Pembangkitan Data Induk .....	28
3.2 Metode Analisis .....	29
<b>BAB IV PEMBAHASAN .....</b>	<b>31</b>
4.1 Analisis Data Untuk Mendeteksi Multikolinieritas .....	31

4.2 Analisis Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama (RKU .....	32
<b>BAB V KESIMPULAN .....</b>	<b>77</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>79</b>



## DAFTAR TABEL

No	Halaman
4.1.1 Korelasi antara Peubah Bebas .....	30
4.1.2 Nilai VIF Peubah Bebas .....	31



## DAFTAR GAMBAR

No	Halaman
4.2.1	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=1$ ..... 33
4.2.2	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=2$ ..... 34
4.2.3	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=3$ ..... 35
4.2.4	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=4$ ..... 36
4.2.5	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=5$ ..... 36
4.2.6	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=6$ ..... 37
4.2.7	Nilai rataan $R^2$ untuk $k=7$ ..... 38
4.2.8	Nilai rataan $R^2$ untuk $n=10$ ..... 39
4.2.7	Nilai rataan $R^2$ untuk $n=20$ ..... 39
4.2.9	Nilai rataan $R^2$ untuk $n=30$ ..... 40
4.2.10	Nilai rataan $R^2$ untuk $n=40$ ..... 41
4.2.11	Nilai rataan $R^2$ untuk $n=50$ ..... 41
4.2.11	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=1$ ..... 43
4.2.13	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=2$ ..... 44
4.2.14	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=3$ ..... 46
4.2.15	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=4$ ..... 48
4.2.16	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=5$ ..... 49
4.2.17	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=6$ ..... 51
4.2.18	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk $k=7$ ..... 52
4.2.19	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=10$ ..... 54
4.2.20	Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=20$ ..... 55

4.2.21 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=30$ .....	56
4.2.22 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=40$ .....	58
4.2.23 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=50$ .....	59
4.2.24 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=1$ .....	61
4.2.25 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=2$ .....	62
4.2.26 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=3$ .....	64
4.2.27 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=4$ .....	65
4.2.28 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=5$ .....	67
4.2.29 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=6$ .....	68
4.2.30 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk $k=7$ .....	70
4.2.31 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=10$ .....	71
4.2.32 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=20$ .....	72
4.2.33 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=30$ .....	74
4.2.34 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=40$ .....	75
4.2.35 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel $n=50$ .....	76



## DAFTAR LAMPIRAN

No	Halaman
1. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=1$ .....	81
2. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=2$ .....	82
3. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=3$ .....	83
4. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=4$ .....	84
5. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=5$ .....	85
6. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=6$ .....	86
7. Nilai rataan $R^2$ nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk $k=7$ .....	87



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Analisis regresi adalah salah satu dari teknik statistika yang digunakan untuk menentukan bentuk hubungan antara peubah bebas dan peubah tak bebas. Dalam analisis regresi terdapat beberapa asumsi, diantaranya adalah galat menyebar saling bebas, menurut sebaran normal dengan rata-rata nol dan  $\sigma_\epsilon^2$ , serta tidak terdapat multikolinearitas antar peubah bebas.

Masalah multikolinearitas muncul bila terdapat ketergantungan linier antara peubah-peubah bebas. Hal ini ditunjukkan dengan tingginya korelasi antara peubah. Masalah multikolinearitas penting diperhatikan dan perlu diatasi karena akan berdampak terhadap pendugaan dan pengujian koefisien regresi. Apabila terdapat multikolinearitas diantara peubah bebas maka pendugaan parameter model regresi dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil akan tetap menghasilkan penduga yang tak bias tetapi mungkin mempunyai ragam yang besar. Ragam yang besar ini akan mengakibatkan pengujian hipotesis cenderung menerima  $H_0$ , yang berarti koefisien regresi tersebut tidak berbeda nyata dengan nol.[11]

Multikolinearitas dapat diatasi melalui berbagai pendekatan, diantaranya dengan menggunakan regresi himpunan terbaik (*best subset regression*) dan regresi stepwise (*stepwise regression*).[1] Namun demikian, jika seluruh peubah bebas berkorelasi tinggi pendekatan-pendekatan tersebut sulit dilakukan dan tidak

akan memperoleh solusi yang baik. Pendekatan lain dalam mengatasi multikolinearitas dapat digunakan regresi gulud (*ridge regression*), regresi akar laten (*latent root regression*), regresi komponen utama (*principal component regression*), dan regresi faktor (*faktor regression*). Diantara metode-metode tersebut, regresi komponen utama merupakan metode yang dikenal dengan baik dan sering digunakan.[4]

Analisis regresi komponen utama bermula dari analisis komponen utama pada peubah-peubah bebas yang akan menghasilkan komponen-komponen utama yang saling bebas (ortogonal). Skor komponen utama kemudian diperlakukan sebagai peubah bebas untuk menggantikan peubah bebas asal.

Hal yang menarik untuk diketahui adalah bagaimana perbandingan analisis regresi komponen utama dengan Metode Kuadrat Terkecil pada kondisi terdapatnya multikolinearitas antara peubah. Penelitian tentang analisis regresi komponen utama sebelumnya sudah pernah dilakukan oleh Khairat (2007).

Yang membedakan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah, perbandingan antara kedua metode dilakukan terhadap data simulasi. Selain itu dalam penelitian ini juga ingin dilihat bagaimana pengaruh ukuran contoh dan jumlah komponen yang diambil terhadap perbandingan hasil analisis regresi untuk kedua metode tersebut.

## **1.2. Perumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka masalah yang menjadi pusat perhatian dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana pengaruh ukuran contoh terhadap perbandingan hasil Metode Regresi Komponen Utama dan Metode Kuadrat Terkecil pada kondisi multikolinearitas.
2. Bagaimana pengaruh penambahan komponen utama terhadap hasil perbandingan Metode Regresi Komponen Utama dan Metode Kuadrat Terkecil dalam kondisi terdapat multikolinieritas.

## **1.2 Pembatasan Masalah**

Pada penelitian ini, perbandingan kedua metode dilakukan berdasarkan rata-rata  $R^2$ , nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi dan nilai bias dugaan koefisien regresi.

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan penelitian ini adalah

1. Melihat pengaruh ukuran contoh terhadap perbandingan hasil Metode Regresi Komponen Utama dan Metode Kuadrat Terkecil pada kondisi multikolinearitas.
2. Melihat pengaruh penambahan komponen utama terhadap hasil perbandingan Metode Regresi Komponen Utama dan Metode Kuadrat Terkecil dalam kondisi terdapat multikolinieritas.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari lima bab, yakni :

### BAB : PENDAHULUAN

Bab ini berisikan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan.

### BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini berisikan teori-teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas pada penulisan ini.

### BAB III : METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan metode-metode yang dilakukan dalam penelitian, yaitu: identifikasi masalah, menentukan solusi, dan mengambil kesimpulan.

### BAB IV : PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang pemeriksaan multikolinearitas dan perbandingan hasil antara Metode Kuadrat Terkecil dengan Metode Regresi Komponen Utama.

### BAB V : KESIMPULAN

Bab ini berisi tentang kesimpulan.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Simulasi [7]

Simulasi merupakan teknik mempelajari atau memprediksi sesuatu yang belum terjadi dengan data operasi sistem tiruan (imitasi) yaitu dengan cara meniru atau membuat model sistem yang dipelajari selanjutnya mengadakan eksperimen secara numerik dengan menggunakan komputer. Simulasi dilakukan sebagai bahan solusi persoalan ataupun sebagai bahan masukan dalam rangka pengembangan dan perbaikan struktur dan operasi sistem riil. Penggunaan sistem maya sebagai imitasi dari suatu sistem riil dapat memberikan keleluasaan dan kemudahan dalam melakukan penyelidikan dan percobaan penelitian dalam rangka penyelesaian persoalan. Simulasi dapat dirancang untuk menghasilkan output mengenai kemampuan dan kehandalan sistem serta karakteristik dan keadaan sistem sebagai masukan dalam rangka pengkajian pengembangan sistem dan optimasi hasil operasi sistem. Simulasi dapat diterapkan untuk menggantikan dan mewakili pelaksanaan penyelidikan dan percobaan penelitian riil yang dihadapkan dengan masalah biaya yang mahal, resiko fatal, waktu yang terbatas dan, sarana yang tidak memadai.

Simulasi berlangsung dalam bentuk pengolahan data operasi sistem imitasi. Simulasi pada umumnya berlangsung dalam bentuk rangkaian operasi dengan iterasi perhitungan dalam jumlah ulangan yang relatif besar sehingga simulasi layak dan efektif dilakukan dengan menggunakan komputer dan program

simulasi. Untuk itu prosedur pengoperasian sistem maya dalam bentuk program atau dalam bentuk aplikasi haruslah disediakan. Dengan menggunakan program atau perangkat lunak aplikasi, simulasi berlangsung dalam waktu yang relatif singkat dengan presisi hasil pengolahan data yang relatif tinggi.

Pada penggunaan komputer sebagai perangkat pengolah data simulasi, pemakai umumnya dapat menggunakan perangkat lunak simulasi siap pakai. Namun cara ini haruslah didukung dengan pengenalan sistem perangkat lunak dan cara-cara penggunaannya.

Cara lainnya adalah dengan penyusunan dan penggunaan program atau *worksheet* aplikasi simulasi yang dirancang untuk persoalan yang dihadapi. Dengan cara ini simulasi umumnya lebih efektif dan bermanfaat karena penyusunan program berdasarkan pemodelan sistem dan operasi sistem memberikan peluang untuk melakukan koreksi dan perbaikan atas model dan program simulasi. Pemakai juga dapat mengikuti jalannya pengolahan data operasi sistem serta mengecek kesalahan atau penyimpangan yang terjadi. Hal ini tidak mudah diperoleh pada penggunaan perangkat lunak simulasi yang dirancang dengan sistem yang tidak terbuka untuk dimodifikasi. Penyusunan program dan *worksheet* aplikasi simulasi sangat memerlukan pemahaman dan penguasaan teknik simulasi.

## **2.2 Analisis Regresi**

Salah satu dari teknik statistika yang digunakan untuk menentukan bentuk hubungan antara peubah bebas dan peubah tak bebas adalah analisis regresi.

Istilah regresi ini pertama kali diperkenalkan oleh Galton tahun 1885. Perkembangan selanjutnya, Gauss dan Legendre secara terpisah memperkenalkan Metode Regresi Kuadrat Terkecil di dalam analisisnya. Dalam penggunaannya, metode kuadrat terkecil ini sangat terikat dengan asumsi-asumsi, sehingga bila asumsi tersebut tidak dipenuhi, maka metode ini menjadi tidak valid. Dalam perkembangan berikutnya, banyak sekali muncul metode regresi yang dapat digunakan untuk menangani data yang tidak memenuhi asumsi-asumsi tersebut.

Secara khusus, analisis regresi merupakan suatu teknik statistika yang digunakan untuk menarik kesimpulan mengenai hubungan antara beberapa peubah di dalam suatu sistem. Peubah yang nilainya tergantung dari nilai peubah lainnya dinamakan peubah terikat (peubah tak bebas/*dependent variable*) atau sering juga disebut peubah respon. Peubah yang nilainya tidak tergantung dari nilai peubah lainnya dinamakan peubah bebas (*independent variable*) atau sering juga disebut peubah penjelas (prediktor/*explanatory variable*) atau *regressor*. Peubah respon sering dikenal sebagai peubah *dependent* karena peneliti tidak bisa bebas mengendalikannya. Peubah prediktor digunakan untuk memprediksi nilai peubah responden sering disebut peubah *independent* karena peneliti bebas mengendalikannya.

Bila analisis regresi mengkaji hubungan antara satu peubah bebas dengan satu peubah tak bebas, maka analisis regresi tersebut dinamakan analisis regresi sederhana. Model pada analisis regresi sederhana adalah sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2.2.1)$$

Bila permasalahan analisis regresi tersebut mengkaji hubungan antara satu peubah tak bebas dengan beberapa peubah bebas, maka analisis regresi dinamakan analisis regresi berganda. Model pada analisis regresi berganda adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_j X_{ij} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \dots\dots\dots(2.2.2)$$

dengan:

$Y_i$  : nilai respon pengamatan ke- $i$  ;  $i = 1, 2, \dots, n$

$X_{ij}$  : nilai peubah ke- $j$  pada pengamatan ke-  $i$  ;  $j = 1, 2, \dots, p$

$\beta_j$  : koefisien regresi ke-  $j$

$\varepsilon_i$  : galat pengamatan ke-  $i$

Persamaan (2.2.2) dapat ditulis dalam notasi matriks, yaitu

$$Y = X\beta + \varepsilon \dots\dots\dots(2.2.3)$$

dengan:

$Y$  : vektor peubah tak bebas dengan  $Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$ ,

$X$  : matriks peubah bebas dengan  $X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \dots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \dots & X_{np} \end{bmatrix}$ ,

$\beta$  : vektor parameter regresi dengan  $\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_p]^T$ ,

$\varepsilon$  : vektor sisaan dengan  $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]^T$ .

Terdapat beberapa asumsi yang mendasari analisis regresi berganda antara lain :

- a.  $\epsilon_i$  merupakan peubah acak.
- b. Galat  $\epsilon_i$  menyebar menurut sebaran normal dengan nilai tengah nol dan ragam konstan dan nilainya tidak diketahui, dengan kata lain  $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .
- c. Tidak ada korelasi serial (*autocorrelation*) antara galat  $\epsilon_i$ , berarti  $cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0, i \neq j$ .
- d. Tidak ada multikolinearitas diantara peubah bebas.

Model dugaan bagi persamaan regresi (2.2.3) adalah

$$Y = X\hat{\beta} + e \quad \dots\dots\dots(2.2.4)$$

dimana,

$\hat{\beta}$  : vektor dugaan dari  $\beta$  (parameter regresi) dengan  $\hat{\beta} = [\hat{\beta}_0 \hat{\beta}_1 \dots \hat{\beta}_k]^T$

$e$  : vektor sisaan dengan  $e = [e_0 e_1 \dots e_n]^T$

Salah satu cara menduga koefisien regresi adalah menggunakan Metode Kuadrat Terkecil. Pendugaan ini dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (JKS), yang dinyatakan sebagai

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2 = (e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n) \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix} = e^T e \quad \dots\dots\dots(2.2.5)$$

Dari Persamaan (2.2.4) diperoleh  $e = Y - X\hat{\beta}$  Persamaan ini kemudian disubstitusikan ke Persamaan (2.2.5) sehingga diperoleh

$$e^T e = (Y - X\hat{\beta})^T (Y - X\hat{\beta})$$



$$\begin{aligned}
&= (Y^T - (X\hat{\beta})^T)(Y - X\hat{\beta}) \\
&= Y^T Y - Y^T X\hat{\beta} - (X\hat{\beta})^T Y + (X\hat{\beta})^T (X\hat{\beta}) \\
&= Y^T Y - Y^T X\hat{\beta} - \hat{\beta}^T X^T Y + \hat{\beta}^T X^T X\hat{\beta}
\end{aligned}$$

Karena  $\hat{\beta}^T X^T Y$  merupakan skalar, maka sesuai dengan sifat transpos matriks diperoleh:

$$\hat{\beta}^T X^T Y = (\hat{\beta}^T X^T Y)^T = ((X\hat{\beta})^T Y)^T = Y^T X\hat{\beta}$$

Dengan demikian diperoleh

$$e^T e = Y^T Y - 2Y^T X\hat{\beta} + \hat{\beta}^T X^T X\hat{\beta} \dots\dots\dots(2.2.6)$$

Nilai  $e^T e$  yang minimum didapatkan dengan menentukan turunan parsial dari Persamaan (2.2.3) terhadap koefisien regresi  $\hat{\beta}$  dan disamakan dengan nol, yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(e^T e)}{\partial \hat{\beta}} &= 0 \\
\frac{\partial(Y^T Y - 2Y^T X\hat{\beta} + \hat{\beta}^T X^T X\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} &= 0 \\
-2X^T Y + 2X^T X\hat{\beta} &= 0
\end{aligned}$$

Akibatnya

$$X^T X\hat{\beta} = X^T Y \dots\dots\dots(2.2.7)$$

Dari Persamaan (2.2.7) diperoleh penduga kuadrat terkecil dari  $\hat{\beta}$ , yaitu:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \dots\dots\dots(2.2.8)$$

dengan syarat  $(X^T X)^{-1}$  ada.

Dalam hubungan satu peubah bebas  $X$  dan peubah tak bebas  $Y$ , koefisien determinasi ( $R^2$ ) digunakan untuk mengukur tingkat ketepatan (*Goodness of Fit*) dari regresi linier, yang merupakan persentase pengaruh peubah bebas  $X$  terhadap variansi naik turunnya peubah tak bebas  $Y$ . Pengertian tersebut dapat diperluas untuk regresi linier berganda. Dalam hubungan peubah  $X_1, X_2, \dots, X_p$  yang diregresikan terhadap peubah tak bebas  $Y$ , dapat diketahui berapa besar persentase pengaruh peubah bebas terhadap variansi naik turunnya persentase peubah tak bebas  $Y$ . Besarnya persentase pengaruh ini disebut koefisien determinasi berganda (*coefficient of determination*) yang dilambangkan dengan  $R^2$  dan dirumuskan sebagai

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} = \frac{JKT - JKS}{JKT} = 1 - \frac{JKS}{JKT} \dots\dots\dots(2.2.9)$$

dimana :

$$JKR : \text{Jumlah kuadrat regresi} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$JKS : \text{Jumlah kuadrat Sisaan} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$$JKT : \text{Jumlah Kuadrat Total} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

JKR digunakan untuk menentukan variansi peubah nilai rata-rata peubah tak bebas  $Y$ , sedangkan JKS digunakan untuk mengukur keragaman data yang tak dapat diterangkan oleh model regresi.  $R^2$  merupakan besaran non-negatif dimana nilainya terletak antara 0 dan 1 ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ). Semakin besar nilai  $R^2$  berarti model semakin mampu menerangkan perilaku peubah tak bebas  $Y$ . [3]

### 2.3 Multikolinieritas

Sifat penduga yang baik adalah takbias dan ragam penduga parameter minimum. Dibawah asumsi yang ketat, sifat penduga seperti ini dimiliki oleh Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square*, OLS). Dalam pendugaan parameter dengan OLS,  $\hat{\beta}$  bersifat takbias, berarti  $E(\hat{\beta}) = \beta$ . Dengan demikian nilai mutlak bias dugaan parameter regresi adalah  $|E(\hat{\beta}_i) - \beta_i|$ . [9] Namun pendugaan parameter dalam analisis regresi berganda sering timbul masalah yang dapat menyebabkan penduga koefisien regresi tidak memiliki sifat-sifat seperti yang diharapkan. Salah satunya adalah masalah multikolinieritas.

Pada mulanya multikolinieritas berarti adanya hubungan linear yang sempurna atau pasti diantara beberapa atau semua peubah bebas dari model regresi, atau terjadi karena terdapatnya korelasi yang cukup tinggi diantara peubah bebas. Istilah multikolinier berkembang tidak hanya dalam pengertian sempurna tapi juga dalam pengertian kurang sempurna.

Masalah multikolinieritas akan membuat ragam dari penduga koefisien regresi menjadi besar atau dengan kata lain  $E(\hat{\beta}^T \hat{\beta})$  akan bernilai lebih besar dari sebenarnya. Ragam yang besar akan menyebabkan selang kepercayaan dari parameter yang diduga menjadi lebar sehingga mengakibatkan pengujian hipotesis mengenai signifikansi koefisien regresi cenderung menerima  $H_0$ , yang berarti koefisien regresi tersebut tidak berbeda nyata dengan nol. Pemeriksaan adanya masalah multikolinieritas dapat dilakukan dengan beberapa metode, diantaranya:

1. Pemeriksaan elemen matriks korelasi dari peubah-peubah bebas

Pemeriksaan elemen matriks korelasi dari peubah-peubah bebas dapat dijadikan sebagai salah satu cara dalam mengidentifikasi ada atau tidaknya masalah multikolinieritas. Jika didapati elemen-elemen matriks korelasi yang besar yaitu mendekati 1, maka dicurigai terdapat masalah multikolinieritas pada data.

2. VIF (*Variance Inflation Factor*)

Multikolinieritas dalam peubah bebas dapat diperiksa dengan melihat nilai *Variance Inflation Factors* (VIF), yang didefinisikan sebagai

$$(VIF)_i = \frac{1}{(1-R_i^2)} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, p \quad \dots\dots\dots(2.3.1)$$

dimana  $R_i^2$  adalah koefisien determinasi dengan meregresikan  $X_i$  ( $i= 1, 2, \dots, p$ ) dengan  $p-1$  peubah  $X$  lain dalam model. Jika diantara peubah bebas tersebut terdapat korelasi yang tinggi, maka nilai VIF akan besar. Nilai VIF dapat juga diperoleh dari diagonal utama hasil perhitungan matriks  $(X^T X)^{-1}$ . Apabila salah satu dari nilai VIF lebih dari 10, maka dapat diidentifikasi bahwa peubah  $X_i$  berhubungan erat dengan peubah-peubah  $X$  lainnya atau dengan kata lain dalam peubah bebas terdapat masalah multikolinieritas.[6]

Selain cara-cara diatas ada satu hal yang dapat dijadikan acuan untuk melihat keberadaan multikolinieritas, yaitu dengan melihat koefisien determinasi  $R^2$ . [3] Apabila nilai  $R^2$  tinggi tetapi tidak satupun parameter dugaannya signifikan, maka hal ini menunjukkan adanya kasus multikolinieritas.



Jika multikolinearitas tinggi, maka akibatnya adalah :

1. Meskipun penaksir dengan OLS mungkin bisa diperoleh, tetapi kesalahan cenderung semakin besar dengan tingginya korelasi antara peubah bebas.
2. Karena besarnya kesalahan standar, selang kepercayaan untuk parameter populasi yang relevan cenderung untuk lebih besar.
3. Selama multikolinearitas tidak sempurna, penaksiran koefisien regresi adalah mungkin tetapi taksiran dan kesalahan standarnya menjadi sangat sensitif terhadap sedikit perubahan dalam data.
4. Jika multikolinearitas tinggi, maka mungkin diperoleh  $R^2$  yang tinggi tetapi tidak satupun atau sangat sedikit koefisien yang ditaksir yang penting secara statistik.

Banyak metode yang dapat digunakan untuk mengatasi multikolinearitas. Dan dalam melihat kebaikan metode-metode tersebut digunakan nilai bias, ragam dan kuadrat tengah galat (KTG) penduga parameter sebagai kriterianya. Kriteria nilai bias dan ragam penduga parameter untuk melihat metode terbaik adalah nilai yang minimum, tetapi kadang-kadang kedua kriteria ini terjadi baku timbang (*trade off*) dimana bias yang kecil menghasilkan ragam yang besar. Kedua kriteria tersebut kemudian digabungkan menjadi nilai kuadrat tengah galat yang merupakan kriteria relevan dalam menentukan suatu metode pendugaan adalah mempunyai bias, ragam dan MSE penduga parameter yang minimum.[8]

## 2.4 Analisis Komponen Utama [10]

Analisis komponen utama (AKU) diperkenalkan pertama kali oleh Karl Pearson tahun 1901, tetapi Pearson belum memberikan metode praktis perhitungan untuk kasus dengan lebih dari dua peubah. Selanjutnya AKU dikembangkan oleh Hotelling tahun 1930, dengan memberikan metode perhitungan praktis dalam menentukan komponen utama (KU) walaupun dalam prakteknya masih terbatas untuk sedikit peubah. Analisis komponen utama merupakan suatu analisis statistika yang berguna untuk menerangkan struktur keragaman data melalui transformasi peubah asal menjadi peubah baru yang merupakan kombinasi linier dari peubah asal. Peubah baru tersebut harus bersifat ortogonal dan tetap mempertahankan total keragaman data.

AKU merupakan salah satu metode *multivariat* sederhana. Dengan AKU akan dihasilkan  $p$  komponen utama yang merupakan kombinasi linear dari peubah asal dan tidak saling berkorelasi satu sama lain. Dalam AKU peubah-peubah  $X_1, X_2, \dots, X_p$  ditransformasikan menjadi peubah-peubah baru yaitu  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  dengan syarat-syarat sebagai berikut :

1. Peubah – peubah baru  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  masing-masing merupakan kombinasi linier dari peubah  $X_1, X_2, \dots, X_p$ , dimana

$$Y_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p$$

$$Y_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2p}X_p$$

⋮

$$Y_p = a_{p1}X_1 + a_{p2}X_2 + \dots + a_{pp}X_p$$

$Y_i$  dinamakan sebagai komponen utama ke- $i$ . Secara umum bentuk komponen utama ke- $i$  ( $Y_i$ ) dari  $p$  peubah yang diamati adalah

$$Y_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ip}X_p = \mathbf{a}_i^T \mathbf{X}, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad \dots\dots\dots(2.4.1)$$

dimana,

$Y_i$  = peubah acak hasil transformasi

$\mathbf{X}$  = vektor peubah acak

$X_i$  = peubah acak asal

2. Komponen Utama yang dihasilkan tidak saling berkorelasi.

$$\text{Corr}(Y_i, Y_j) = 0 \text{ jika dan hanya jika } \text{Cov}(Y_i, Y_j) = 0, \quad i \neq j$$

3. KU yang dihasilkan tertata menurut besar nilai ragam

$$\text{Var}(Y_1) > \text{Var}(Y_2) > \dots > \text{Var}(Y_p) > 0$$

Dengan syarat seperti itu, maka akan diperoleh KU- $i = \mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$  dengan  $\mathbf{a}_i$  adalah vektor eigen yang berpadanan dengan nilai eigen terbesar ke- $i$  dari matriks peragam atau korelasi antar peubah.

Dalam prakteknya,  $k$  cukup diambil komponen utama ( $k \leq p$ ) saja. Diharapkan  $k$  komponen utama pertama ( $k$  sekecil mungkin) sudah mampu menjelaskan sebahagian besar keragaman data.

#### 2.4.1 Tahap – Tahap Pembentukan Komponen Utama [10]

Komponen utama pertama  $Y_1$  diperoleh dengan memilih  $\mathbf{a}_1$ , sehingga  $Y_1$  memiliki keragaman terbesar atau  $\text{Var}(Y_1) = \mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1$  maka nilai  $\mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1$  tidak pernah maksimum, jika vektor  $\mathbf{a}_1$  normalnya tidak dibatasi. Hal seperti ini tentunya tidak dikehendaki. Salah satu kendala yang disarankan adalah panjang

vektor  $\mathbf{a}_1$  adalah satu satuan, atau  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 1$ . Perumusan masalah secara matematika adalah :

$$\text{Maks Var}(Y_1) = \mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1$$

$$\text{Kendala } \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 1 \text{ atau } \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 - 1 = 0$$

Untuk mendapatkan  $\mathbf{a}_1$  (vektor koefisien pembobot komponen utama dengan kendala  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 1$  dapat digunakan fungsi langrange. Bentuk fungsi Langrange untuk masalah tersebut adalah :

$$L = (\mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda_1 (\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 - 1))$$

Agar L maksimum maka haruslah :  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_1} = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_1} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_1} (\mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda_1 (\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 - 1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_1} (\mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_1} (\lambda_1 (\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_1} (\lambda_1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \Sigma \mathbf{a}_1 - 2\lambda_1 \mathbf{a}_1 + 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(\Sigma - \lambda_1 I) \mathbf{a}_1$$

Agar  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_1} = 0$  maka haruslah  $2(\Sigma - \lambda_1 I) \mathbf{a}_1 = 0$  , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$(\Sigma - \lambda_1 I) \mathbf{a}_1 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.4.1.1)$$

Persamaan (2.4.1.1) dikenal sebagai persamaan karakteristik dari matriks peragam  $\Sigma$  ,  $\lambda_1$  adalah akar karakteristik dari matriks  $\Sigma$  dan  $\mathbf{a}_1$  adalah vektor karakteristik dari matriks  $\Sigma$  yang berpadanan dengan akar karakteristik  $\lambda_1$ , sedangkan I adalah matriks identitas. Agar  $\mathbf{a}_1 \neq 0$  maka haruslah matriks  $(\Sigma - \lambda_1 I)$  merupakan matriks

singular yaitu matriks yang tidak mempunyai invers. Jadi haruslah  $|\Sigma - \lambda_1 I| = 0$ . Dengan demikian akan diperoleh solusi  $\mathbf{a}_1$  yang tidak trivial. Persamaan (2.4.1.1) dapat diubah menjadi  $\Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda_1 I \mathbf{a}_1 = 0$  atau  $\Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda_1 I \mathbf{a}_1$ . Jika dikalikan disebelah kiri dengan  $\mathbf{a}_1^T$  maka diperoleh

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1 &= \mathbf{a}_1^T \lambda_1 \mathbf{a}_1 \\ &= \lambda_1 \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 \end{aligned}$$

Karena diberikan kendala  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 1$  maka  $\text{Var}(Y_1) = \mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda_1$  sehingga  $\text{Var}(Y_1)$  akan maksimum jika  $\lambda_1$  juga maksimum.

Jadi tampak bahwa agar ragam komponen utama pertama maksimum, maka haruslah dipilih  $\mathbf{a}_1$  yang merupakan vektor karakteristik yang berpadanan dengan yang merupakan akar karakteristik terbesar dari matriks ragam peragam  $\Sigma$ .

Komponen utama kedua adalah kombinasi linier peubah asal yang tidak berkorelasi dengan komponen utama pertama serta memaksimalkan keragaman data yang belum diterangkan oleh komponen utama pertama. Komponen utama kedua  $Y_2$  diperoleh dengan memilih  $\mathbf{a}_2$  sehingga  $\text{Var}(Y_2) = \mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_2$  maksimum dan  $\text{Cov}(Y_1, Y_2) = \mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_1 = 0$ , selain itu juga diinginkan  $\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 = 1$ .

Sebelumnya telah diperoleh bahwa  $\Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda_1 I \mathbf{a}_1$ . Jika kedua ruas dikalikan dengan  $\mathbf{a}_2^T$  maka diperoleh  $\mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2^T \lambda_1 \mathbf{a}_1$ . Karena  $\mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_1 = 0$  maka haruslah  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 = 0$ . Permasalahan ini juga dapat dipecahkan dengan fungsi langrange.

Perumusan masalah secara matematika sebagai berikut :

$$\text{Maks Var}(Y_2) = \mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_2$$

$$\text{Kendala } \mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 = 1 \text{ atau } \mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 - 1 = 0$$

$$\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_1 = 0$$

Fungsi Langrange dari masalah ini berbentuk sebagai berikut :

$$L = (\mathbf{a}_2^T \sum \mathbf{a}_2 - \lambda_2(\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 - 1) - \delta (\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_1))$$

Agar L maksimum maka haruslah :  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_2} = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_2} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_2} (\mathbf{a}_2^T \sum \mathbf{a}_2 - \lambda_2(\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 - 1) - \delta (\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_2} (\mathbf{a}_2^T \sum \mathbf{a}_2) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_2} (\lambda_2(\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_2} (\lambda) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}_2} (\delta (\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sum \mathbf{a}_2 - 2\lambda_2 \mathbf{a}_2 + \delta \mathbf{a}_1$$

Agar  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_2} = 0$  maka haruslah  $2 \sum \mathbf{a}_2 - 2\lambda_2 \mathbf{a}_2 + \delta \mathbf{a}_1 = 0$ . Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$2 \sum \mathbf{a}_2 - 2\lambda_2 \mathbf{a}_2 + \delta \mathbf{a}_1 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.4.1.2)$$

Bila persamaan (2.6.1.2) dikalikan di kiri dengan  $\mathbf{a}_1^T$ , diperoleh

$$\mathbf{a}_1^T 2 \sum \mathbf{a}_2 - 2\mathbf{a}_1^T \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \delta \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 0$$

karena diberi kendala  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_1 = 1$ ,  $\mathbf{a}_2^T \mathbf{a}_2 = 1$ ,  $\mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 = 0$ , maka  $2\mathbf{a}_1^T \sum \mathbf{a}_2 - 0 + \delta = 0$ , sehingga diperoleh  $2\mathbf{a}_1^T \sum \mathbf{a}_2 = \delta$ . Perhatikan persamaan (2.4.1.1),

$$\sum \mathbf{a}_1 = \lambda_1 \mathbf{a}_1$$

$$\mathbf{a}_2 \sum \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 \lambda_1 \mathbf{a}_1$$

$$= \lambda_1 \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2$$

$$= 0$$

$\mathbf{a}_1^T \Sigma \mathbf{a}_2 = 0$  maka  $\delta = 0$ , sehingga persamaan (2.4.1.2) dapat ditulis kembali sebagai :

$$2\Sigma \mathbf{a}_2 - 2\lambda_2 \mathbf{a}_2 = 0$$

$$\Sigma \mathbf{a}_2 - \lambda_2 \mathbf{a}_2 = 0$$

atau

$$(\Sigma - \lambda_2 I) \mathbf{a}_2 = 0$$

Kalikan dengan  $\mathbf{a}_2^T$  diperoleh  $\mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_2^T \lambda_2 \mathbf{a}_2 = 0$  sehingga diperoleh  $\mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_2 = \lambda_2$ . Jadi  $\text{Var}(Y_2) = \mathbf{a}_2^T \Sigma \mathbf{a}_2 = \lambda_2$ . Jadi  $\text{Var}(Y_2)$  juga akan bernilai kedua terbesar jika  $\lambda_2$  juga bernilai kedua terbesar. Cara yang sama juga dilakukan dalam membentuk KU ke-3, ke-4 hingga KU ke- $p$ .

Peranan KU dapat diukur dari persentase keragaman total yang mampu diterangkan oleh KU tersebut sebagaimana rumusnya pada persamaan berikut :

$$P_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^b \lambda_i} \dots\dots\dots(2.4.1.3)$$

dimana :  $P_i$  = peranan KU ke- $i$

$\lambda_i$  = akar karakteristik

Analisis KU sangat bergantung pada data asal yang digunakan. Jika peubah asal memiliki satuan yang sama dan ragam yang homogen maka AKU didasarkan pada akar karakteristik dan vektor karakteristik yang didapat dari matriks ragam  $\Sigma$ . Sedangkan jika peubah asal tidak memiliki satuan yang sama

maka peubah asal perlu ditransformasi terlebih dahulu ke dalam peubah baku sebagai berikut :

$$X_i^* = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_{ii}} \dots\dots\dots(2.4.1.4)$$

dimana :

$X_i$  = nilai pengamatan dari peubah asal ke- $i$

$\mu_i$  = rata-rata peubah ke- $i$

$\sigma_{ii}$  = ragam dari peubah  $X_i$

Komponen utama (KU) dari peubah yang telah dibakukan ( $X_i^*$ ) dapat diperoleh dari matriks korelasi peubah asalnya.

Skor KU- $i$  dari setiap pengamatan ke  $j$  adalah

$$Y_{ij} = a_i^T X_{ij}, i = 1, 2, \dots, p \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots(2.4.1.5)$$

### 2.4.2 Menentukan Banyak KU [10]

Ada tiga metode utama yang umum digunakan untuk penentuan banyaknya komponen utama. Metode pertama didasarkan pada kumulatif proporsi keragaman total yang mampu dijelaskan. Minimum persentase keragaman yang mampu dijelaskan ditentukan terlebih dahulu, dan selanjutnya banyaknya komponen yang paling kecil hingga batas itu terpenuhi yaitu 70% - 90%. Jika

$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$  adalah akar ciri dari matriks ragam peragam (atau korelasi) maka proporsi kumulatif dari  $k$  komponen utama pertama adalah :

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}, k = 1, \dots, p$$

Metode yang kedua hanya bisa diterapkan pada penggunaan matriks korelasi, dimana peubah asal ditransformasi menjadi peubah yang memiliki ragam yang sama yaitu satu. Pemilihan komponen utama didasarkan pada ragam komponen utama, yang tidak lain adalah akar ciri. Komponen yang berpadanan dengan akar ciri kurang dari satu atau terkecil tidak digunakan

Metode ketiga adalah penggunaan grafik yang disebut plot scree. Plot scree digunakan ketika titik awalnya matriks korelasi maupun matriks ragam peragam. Plot scree merupakan plot antara akar ciri  $\lambda_k$  dengan  $k$ . Dengan menggunakan metode ini, banyaknya komponen utama yang pilih, yaitu  $k$ , adalah jika pada titik  $k$  tersebut plotnya curam ke kiri tapi tidak curam ke kanan. Ide yang ada dibelakang metode ini adalah bahwa banyaknya komponen utama yang dipilih sedemikian rupa sehingga selisih antara akar ciri yang berurutan tidak besar lagi. Interpretasi terhadap plot ini sangat subjektif.

## 2.5 Analisis Regresi Komponen utama

Pada dasarnya regresi komponen utama merupakan teknik analisis regresi yang dikombinasikan dengan teknik analisis komponen utama, dimana analisis komponen utama dijadikan sebagai tahap analisis antara. Untuk itu, sebelum

melakukan regresi komponen utama terlebih dahulu lakukan analisis komponen utama untuk mendapatkan komponen-komponen utama dan skor komponen utama yang berguna sebagai peubah-peubah bebas dalam regresi komponen utama.

Untuk skala pengukuran yang sama atau ragam yang sama, komponen utama diturunkan dari matriks peragam maka skor komponen dari setiap objek pengamatan ke- $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) dimana  $n$  adalah ukuran contoh, ditentukan sebagai berikut :

$$K_{1j} = a_1^T (X_j - \bar{X})$$

$$K_{2j} = a_2^T (X_j - \bar{X})$$

⋮

$$K_{pj} = a_p^T (X_j - \bar{X})$$

dimana :

$K_{1j}$  = skor komponen utama ke-1 dari objek pengamatan ke- $j$

$K_{pj}$  = skor komponen utama ke- $p$  dari objek pengamatan ke- $j$

$a_1^T$  = vektor eigen dari matriks peragam yang berpadanan dengan nilai eigen terbesar ke-1

$a_p^T$  = vektor eigen dari matriks peragam yang berpadanan dengan nilai eigen ke- $p$

$X_j$  = vektor data pengamatan dari objek ke- $j$

$\bar{X}$  = vektor nilai rata-rata dari peubah asal.

Untuk skala pengukuran yang tidak sama atau ragam yang tidak sama, komponen utama diturunkan dari matriks korelasi  $R$ , maka skor komponen dari unit pengamatan ke- $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) ditentukan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} K_{1j} &= a_1^T Z_n \\ K_{2j} &= a_2^T Z_n \dots\dots\dots(2.5.1) \\ &\vdots \\ K_{pj} &= a_p^T Z_n \end{aligned}$$

Dengan  $Z_n = \begin{pmatrix} Z_{1j} \\ Z_{2j} \\ \vdots \\ Z_{pj} \end{pmatrix}$ ,  $Z_n$  adalah vektor skor baku peubah yang diamati dari unit

pengamatan ke- $j$ , dan  $a_1, a_2, \dots, a_p$  adalah vektor eigen dari matriks korelasi.

Berdasarkan Persamaan (2.5.1) maka dapat dihitung skor-skor komponen dan apabila skor komponen-komponen itu diregresikan dengan peubah tak bebas maka model analisis ini dikenal sebagai model regresi komponen utama. Analisis regresi komponen utama merupakan analisis regresi dari peubah tak bebas terhadap komponen-komponen utama yang merupakan kombinasi linier dari semua peubah bebas asalnya. Karena yang menjadi peubah-peubah bebas dalam analisis regresi komponen utama adalah komponen-komponen yang tidak saling berkorelasi maka tidak ada lagi masalah multikolinearitas dari penduga parameter model regresi berdasarkan *OLS* menjadi benar. Disamping mampu mengatasi masalah multikolinearitas regresi komponen utama juga mampu meningkatkan derajat bebas galat (*error degree of freedom*).

Misalkan ada  $K_1, K_2, \dots, K_m$  sebagai komponen utama yang dilibatkan dalam analisis regresi, serta  $Y$  sebagai peubah tak bebas maka model regresi komponen utama dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Y = w_0 + w_1K_1 + w_2K_2 + \dots + w_mK_m + \varepsilon \quad \dots\dots\dots(2.5.2)$$

dimana :

$Y$  = peubah tak bebas

$K_i$  = peubah bebas KU yang merupakan komninas linier dari semua peubah bebas baku,  $i = 1, 2, \dots, m$

$w_0$  = koefisien regresi ke-0

$w_i$  = koefisien regresi ke- $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$

$\varepsilon$  = bentuk galat

Setiap komponen utama dalam Persamaan (2.5.2) memiliki hubungan dengan semua peubah-peubah  $Z$ , karena komponen utama merupakan kombinasi linier dari semua peubah baku  $Z$ . Hubungan tersebut dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} K_1 &= a_{11}Z_1 + a_{21}Z_2 + \dots + a_{p1}Z_p \\ K_2 &= a_{12}Z_1 + a_{22}Z_2 + \dots + a_{p2}Z_p \\ &\vdots \\ K_m &= a_{1m}Z_1 + a_{2m}Z_2 + \dots + a_{mp}Z_p \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.5.3)$$

$p$  adalah banyaknaya peubah asli yang dispesifikasikann sejak awal dalam model analisis, sedangkan  $m$  adalah banyaknaya komponen utama yang dipilih untuk dilibatkan dalam analisis regresi komponen utama. Jadi persamaan regresi komponen utama di atas dapat dibuat sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 Y &= w_0 + w_1(a_{11}Z_1 + a_{21}Z_2 + \dots + a_{p1}Z_p) + w_2(a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2 + \dots + a_{p2}Z_p) + \\
 &\quad \dots + w_m(a_{1m}Z_1 + a_{2m}Z_2 + \dots + a_{pm}Z_p) + \varepsilon \\
 &= w_0 + (a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + \dots + a_{1m}w_m)Z_1 + (a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{2m}w_m)Z_2 + \\
 &\quad \dots + (a_{p1}w_1 + a_{p2}w_2 + \dots + a_{pm}w_m)Z_p
 \end{aligned}$$

atau dapat ditulis,

$$Y = v_0 + v_1Z_1 + v_2Z_2 + \dots + v_pZ_p + \varepsilon \dots\dots\dots(2.5.4)$$

dimana :

$$\begin{aligned}
 v_0 &= w_0 \\
 v_1 &= a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + \dots + a_{1m}w_m \\
 v_2 &= a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{2m}w_m \\
 &\vdots \\
 v_p &= a_{p1}w_1 + a_{p2}w_2 + \dots + a_{pm}w_m
 \end{aligned} \dots\dots\dots(2.5.5)$$

Dari Persamaan (2.5.5) terlihat adanya hubungan antara koefisien regresi dari peubah asli (peubah baku  $Z$ ) dan koefisien pembobot dari setiap komponen utama. Pendugaan Persamaan (2.5.5) struktural yang asli (koefisien regresi  $v$ ) dapat dilakukan berdasarkan koefisien regresi komponen utama ( $w$ ).

Menurut [2] ragam dari koefisien regresi komponen utama dapat ditentukan berdasarkan rumus :

$$\text{Var}(w_j) = \frac{1}{\lambda_j} s^{*2}$$

dimana  $\lambda_j$  adalah nilai eigen ke- $j$  dan :

$$s^{*2} = \frac{s^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

$s^2$  adalah ragam galat dari model regresi asli (regresi yang dibangun langsung menggunakan peubah bebas asli) atau dapat diduga dari ragam galat untuk model regresi komponen utama. Selanjutnya ragam koefisien regresi  $v$  dapat ditentukan sebagai berikut :

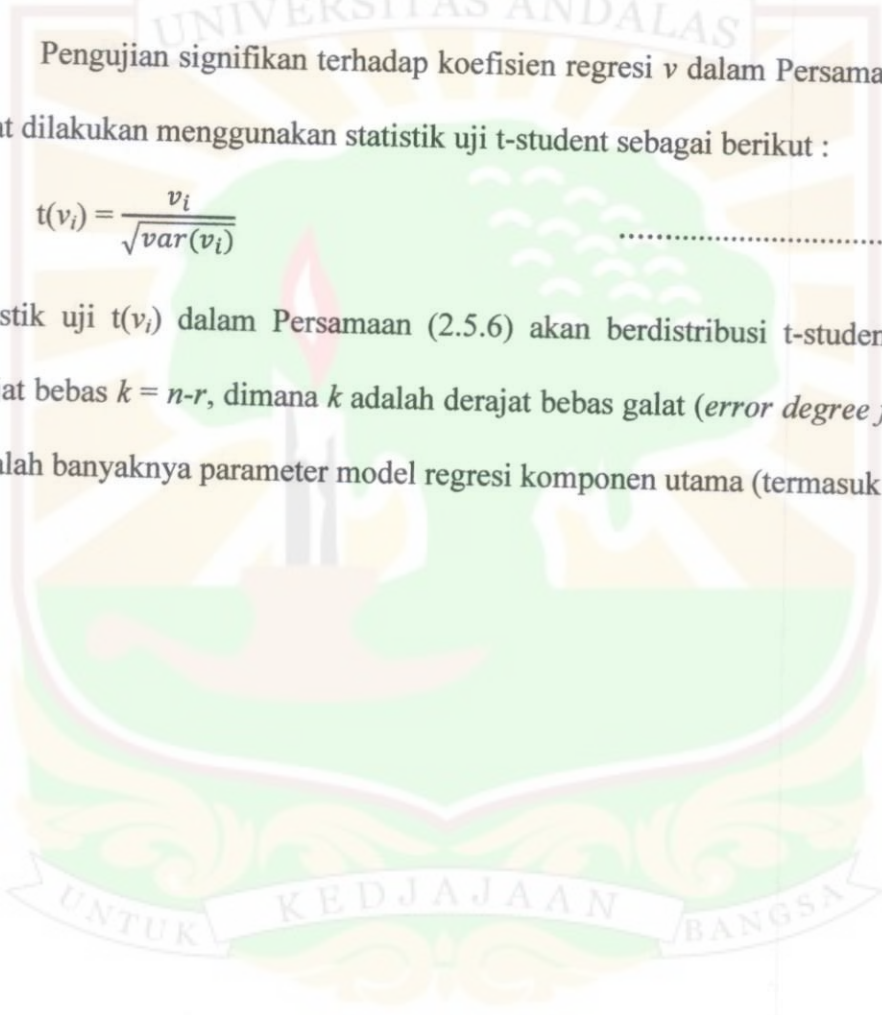
$$\text{Var}(v_i) = s^2 \sum_{j=1}^m \frac{a_{ij}^2}{\lambda_j}, \quad i = 1, 2, \dots, p \text{ dan } j = 1, 2, \dots, m$$

Pengujian signifikan terhadap koefisien regresi  $v$  dalam Persamaan (2.5.4)

dapat dilakukan menggunakan statistik uji t-student sebagai berikut :

$$t(v_i) = \frac{v_i}{\sqrt{\text{var}(v_i)}} \dots\dots\dots(2.5.6)$$

Statistik uji  $t(v_i)$  dalam Persamaan (2.5.6) akan berdistribusi t-student dengan derajat bebas  $k = n - r$ , dimana  $k$  adalah derajat bebas galat (*error degree freedom*),  $n$  adalah banyaknya parameter model regresi komponen utama (termasuk intercept  $w_0$ ).



## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Data dan Pembangkitan Data Induk

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang dibangkitkan dengan menggunakan paket program Minitab 14. Data terdiri dari 500 data dengan peubah bebas  $X_1$ - $X_7$  dan peubah tak bebas  $Y$ . Peubah bebas  $X_1$  dibangkitkan dari sebaran UNIF(0,10). Peubah  $X_i$  ( $i=2,\dots,7$ ) dibentuk dari peubah yang lain dengan suatu cara sehingga terdapat korelasi yang tinggi antar peubah. Selanjutnya, peubah  $X_1$ - $X_7$  dibakukan. Peubah tak bebas  $Y$  ditentukan melalui persamaan  $Y = X_1 - X_2 + 2X_3 + 3X_4 - 3X_5 + X_6 - 2X_7 + \varepsilon$ , dengan  $\beta_1=1, \beta_2=-1, \beta_3=-2, \beta_4=-3, \beta_5=-3, \beta_6=1, \beta_7=-2$ , dan  $\varepsilon \sim N(0,1)$ . Berikut proses pembangkitan data induk peubah-peubah bebas  $X_1$ - $X_7$  dan peubah tak bebas  $Y$ .

$$X_1 \sim \text{UNIF}(0,10)$$

$$X_2 = 3 * X_1 + \varepsilon$$

$$X_3 = X_1 - X_2 + \varepsilon$$

$$X_4 = X_1 + 2 * X_3 + \varepsilon$$

$$X_5 = 2 * X_3 - X_4 + \varepsilon$$

$$X_6 = X_5 - X_1 + \varepsilon$$

$$X_7 = X_2 + X_4 - 2 * X_6 + \varepsilon$$

$$Y = X_1 - X_2 + 2 * X_3 + 3 * X_4 - 3 * X_5 + X_6 - 2 * X_7 + \varepsilon$$

dimana,

$$\varepsilon \sim N(0,1)$$

### 3.2 Metode analisis

Pada penelitian ini dibandingkan Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square*, OLS) dan Metode Regresi Komponen utama pada kondisi terjadinya multikolinearitas yang tinggi antara peubah bebas. Perbandingan dilakukan dengan menghitung nilai rata-ran  $R^2$ , nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi, dan nilai bias dugaan koefisien regresi dari kedua metode.

Penelitian dilakukan dengan metode simulasi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Lakukan untuk  $n = 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, \text{ dan } 50$ .

1. Bangkitkan  $n$  data dari data induk dengan teknik sampling resampling dengan pengembalian data.
2. Metode Kuadrat Terkecil (OLS)
  - a. Regresikan  $Y$  dengan  $X_1-X_7$ .
  - b. Simpan  $b_1- b_7$  dan  $R^2$  dari model yang terbentuk.
3. Metode Regresi Komponen Utama
  - a. Lakukan Analisis Komponen Utama terhadap  $X_1-X_7$ , diperoleh hasil komponen utama KU-1 sampai komponen utama KU-7.
  - b. Regresikan  $Y$  dengan  $k$  komponen utama pertama.
  - c. Kembalikan model dalam  $X_1-X_7$
  - d. Simpan nilai  $b_1- b_7$  dan  $R^2$  dari model yang terbentuk.
4. Ulangi langkah 1-3 sebanyak 500 kali ulangan.
5. Untuk masing-masing metode tentukan :
  - a. Nilai rata-ran  $R^2$ ,  $E(R^2) = \frac{\sum_{j=1}^{500} R^2}{500}$ .

b. Nilai  $E(\hat{\beta}_i) = \bar{\beta}_i$  dan bias penduga  $\hat{\beta}_i$ , dimana  $\text{bias}(\hat{\beta}_i) = |E(\hat{\beta}_i) - \beta_i|$ , dengan  $\beta_1=2, \beta_2=5, \beta_3=-1, \beta_4=-4, \beta_5=2, \beta_6=3, \beta_7=-7$ .

c. Nilai standar deviasi dari penduga  $\hat{\beta}_i$ , dimana  $S(\hat{\beta}_i) = \frac{\sum_{j=1}^{500} \bar{\beta}_{ij} - \bar{\beta}_i}{500 - 1}$ .

6. Lakukan perbandingan kedua metode, untuk :

a. Komponen yang berbeda.

b. Untuk contoh  $n$  yang berbeda.



## BAB IV

### PEMBAHASAN

#### 4.1. Analisis Data Untuk Mendeteksi Multikolinearitas

Langkah pertama, akan diperiksa apakah terdapat multikolinearitas di antara peubah bebas pada data induk. Pendeteksian multikolinieritas dilakukan dengan beberapa cara, diantaranya koefisien korelasi dan VIF. Koefisien korelasi dan VIF dicari dengan menggunakan paket program Minitab 14. Hasilnya dapat dilihat sebagai berikut :

##### 1. Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi antara peubah bebas dapat di lihat pada Tabel 4.1.1.

Tabel 4.1.1 Korelasi antara Peubah Bebas

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
X2	0,947					
X3	0,647	0,708				
X4	0,662	0,695	0,974			
X5	0,661	0,695	0,973	1,000		
X6	0,766	0,785	0,970	0,977	0,977	
X7	0,671	0,704	0,995	0,990	0,989	0,978

Dari matriks korelasi terlihat bahwa cukup banyak peubah yang memiliki korelasi yang tinggi, seperti pada  $X_1$  dan  $X_2$ ,  $X_3$  dan  $X_4$ ,  $X_5$  dan  $X_6$ , dan  $X_6$  dan  $X_7$ . Ini menunjukkan terjadinya multikolinearitas antara peubah bebasnya.

##### 2. VIF

VIF dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.3.1) dan hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.1.2.

Tabel 4.1.2 Nilai VIF Peubah Bebas

Prediktor	VIF
X1	11,9
X2	10,7
X3	203,9
X4	2184,1
X5	2032,0
X6	58,3
X7	511,7

Dapat dilihat bahwa ke-7 peubah memiliki faktor variansi inflasi yang melebihi 10. Hal ini merupakan sebuah indikator yang baik bahwa terjadi multikolinieritas sangat serius atau sempurna.

#### 4.2. Analisis Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama (RKU)

Dalam perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen akan dilihat pengaruh ukuran contoh terhadap kedua metode dengan melihat beberapa kriteria untuk melihat kebaikan kedua metode. Kriteria yang digunakan, yaitu rataan  $R^2$ , nilai standar deviasi dugaan parameter dan nilai bias dugaan parameter. Perbandingan akan dilakukan pada saat Metode Regresi Komponen Utama memasukkan 1 KU, 2 KU, 3 KU, 4 KU, dan 5 KU.

Selain membandingkan kedua metode dan mengetahui pengaruh ukuran contoh dalam perbandingan tersebut, akan dilihat juga bagaimana perbandingan metode dengan melihat pengaruh banyaknya KU yang dimasukkan pada Metode Regresi Komponen Utama. Perbandingan akan dilakukan pada  $n= 10, 20, 30, 40,$  dan 50.

Berikut hasil simulasi data Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama :

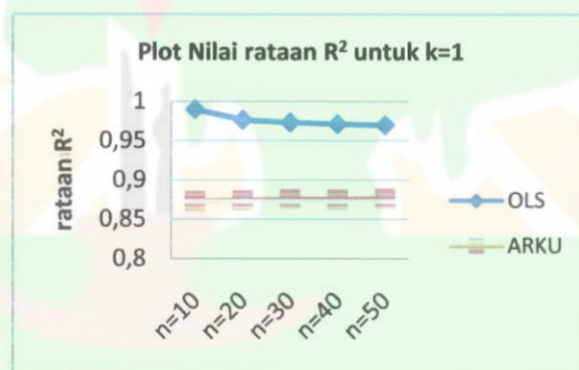
## 4.2.1 Nilai Rataan $R^2$ dari Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama

### 1. Menurut Pengaruh ukuran contoh.

#### a. Satu Komponen Utama ( $k=1$ )

Nilai rataan  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan I KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 1.

Gambar 4.2.1 menunjukkan nilai rataan  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan I KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



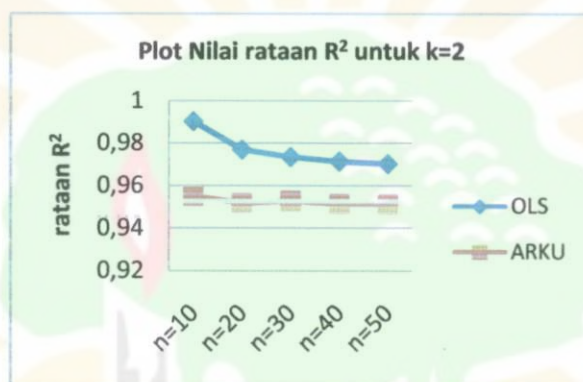
Gambar 4.2.1 Nilai rataan  $R^2$  untuk  $k=1$

Gambar 4.2.1 menunjukkan bahwa nilai rataan  $R^2$  pada Metode Kuadrat Terkecil terlihat semakin kecil jika ukuran contohnya semakin besar  $n$ . Metode Regresi Komponen Utama terlihat nilai nilai rataan  $R^2$  semakin besar dengan bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Pada gambar ini juga terlihat semakin besar ukuran contoh  $n$  maka nilai rataan  $R^2$  Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama makin saling mendekat.

### b. Dua komponen ( $k=2$ )

Nilai rata-ran  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 2 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 2.

Gambar menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 2 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



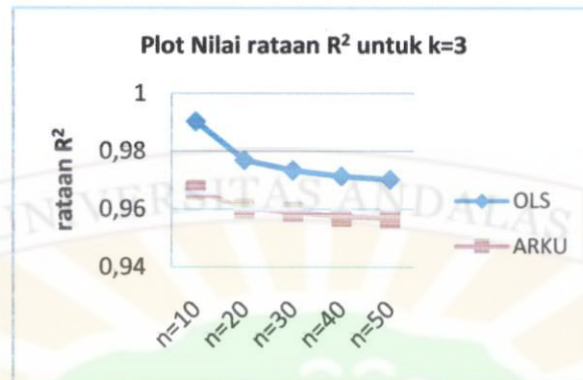
Gambar 4.2.2 Nilai rata-ran  $R^2$  untuk  $k=2$

Dapat terlihat pada Gambar 4.2.2 nilai rata-ran  $R^2$  dari semua dugaan koefisien regresi untuk kedua metode semakin kecil dengan bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Pada Gambar 4.2.2 terlihat juga nilai rata-ran  $R^2$  Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama semakin hampir sama dengan bertambahnya ukuran contoh  $n$ .

### c. Tiga komponen ( $k=3$ )

Nilai rata-ran  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 3 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 3.

Gambar 4.2.3 menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 3 KU pada Metode Regresi Komponen Utama .



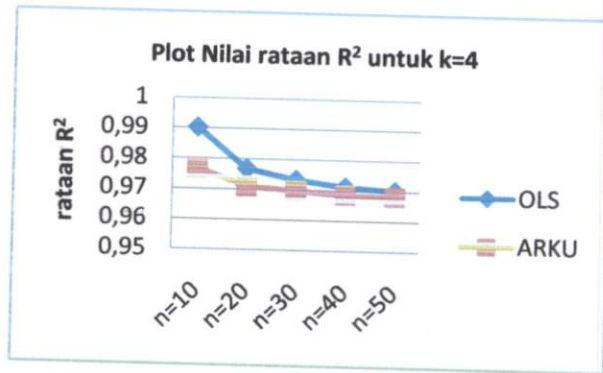
Gambar 4.2.3 Nilai rata-ran  $R^2$  untuk  $k=3$

Terlihat bahwa pada saat 3 KU hampir sama polanya dengan gambar 4.2.2 (2 KU). Dimana semakin besar ukuran contoh  $n$  Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai rata-ran  $R^2$  semakin kecil. Terlihat juga nilai rata-ran  $R^2$  hampir sama untuk setiap metode dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ .

**d. Empat komponen ( $k=4$ )**

Nilai rata-ran  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 4 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 4.

Gambar 4.2.4 menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 4 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



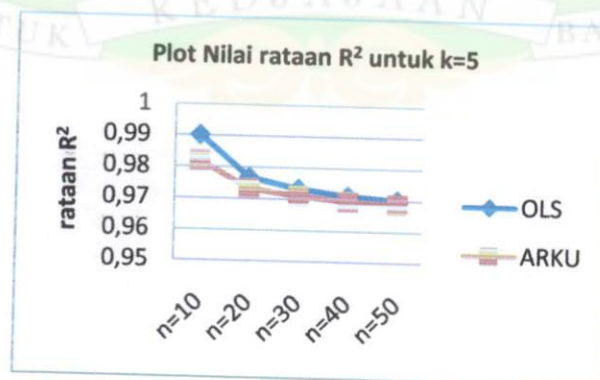
Gambar 4.2.4 Nilai rataan R<sup>2</sup> untuk k=4

Terlihat pada Gambar 4.2.4 nilai rataan R<sup>2</sup> semua dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan Metode Regresi Komponen Utama untuk 4 KU hampir sama dan semakin bertambah ukuran contoh  $n$  semakin mirip nilainya.. Untuk setiap metode semakin besar ukuran contoh  $n$  nilai rataan R<sup>2</sup> semakin kecil.

**e. Lima komponen (k=5)**

Nilai rataan R<sup>2</sup> dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 5 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 5.

Berikut Gambar yang menunjukkan nilai rataan R<sup>2</sup> pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 5 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



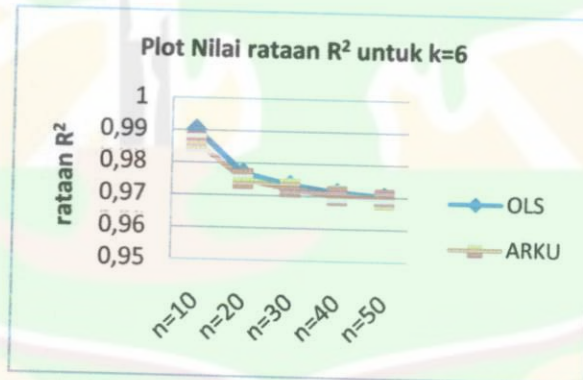
Gambar 4.2.5 Nilai rataan R<sup>2</sup> untuk k=5

Gambar 4.2.5 menunjukkan kedua metode memiliki nilai rataaan  $R^2$  yang semakin kecil dengan bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Terlihat juga pada Gambar 4.2.5 nilai rataaan  $R^2$  hampir sama untuk Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama. Semakin bertambahnya ukuran  $n$  nilai rataaan  $R^2$  semakin mirip untuk kedua metode.

**f. Enam komponen ( $k=6$ )**

Nilai rataaan  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 6 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 6.

Gambar berikut menunjukkan nilai rataaan  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 6 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



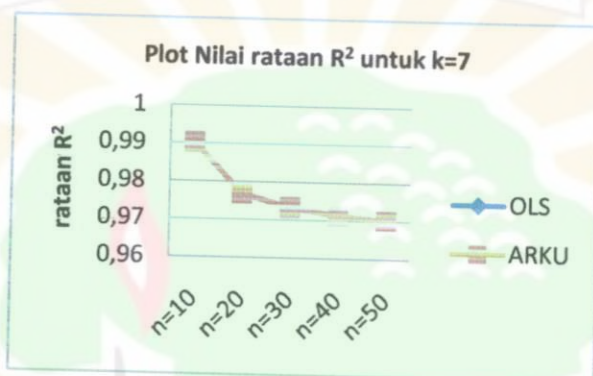
Gambar 4.2.6 Nilai rataaan  $R^2$  untuk  $k=6$

Terlihat Gambar 4.2.6 menunjukkan nilai rataaan  $R^2$  hampir sama untuk Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama. Semakin bertambahnya ukuran  $n$  nilai rataaan  $R^2$  semakin mirip untuk kedua metode. Semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$  kedua metode memiliki nilai rataaan  $R^2$  semakin kecil.

### g. Tujuh komponen ( $k=7$ )

Nilai rata-ran  $R^2$  dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 7 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 7.

Berikut Gambar yang menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  pada dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 7 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



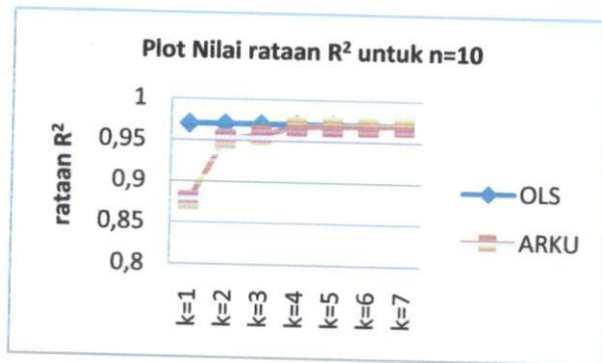
Gambar 4.2.7 Nilai rata-ran  $R^2$  untuk  $k=5$

Gambar 4.2.7 menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  mirip untuk Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama pada saat dimasukkan 7 KU pada Metode Regresi Komponen Utama. Terlihat juga pada gambar nilai rata-ran  $R^2$  semakin kecil untuk setiap metode dengan semakin bertambahnya ukuran  $n$ .

## 2. Menurut Pengaruh Penambahan Komponen

### a. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 10

Gambar 4.2.8 menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada Metode Regresi Komponen Utama untuk ukuran sampel  $n=10$ .

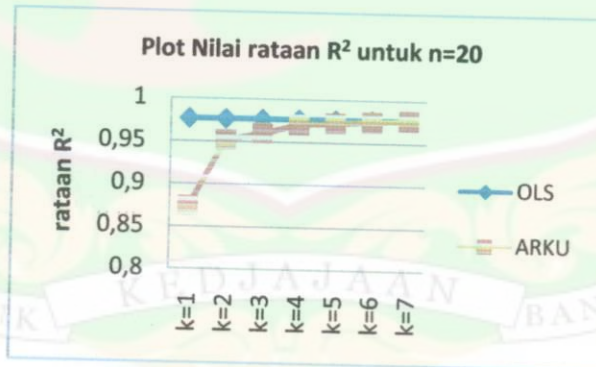


Gambar 4.2.8 Nilai rataan R<sup>2</sup> untuk n=10

Terlihat pada Gambar 4.2.8 bahwa nilai rataan R<sup>2</sup> semakin mirip apabila dilakukan penambahan komponen untuk n=10. Terlihat juga pada gambar Metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai rataan R<sup>2</sup> semakin besar dengan dilakukan penambahan komponen.

**b. Untuk Ukuran n-Sampel 20**

Berikut Gambar menunjukkan nilai rataan R<sup>2</sup> dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode regresi komponen utama untuk ukuran sampel n=20.



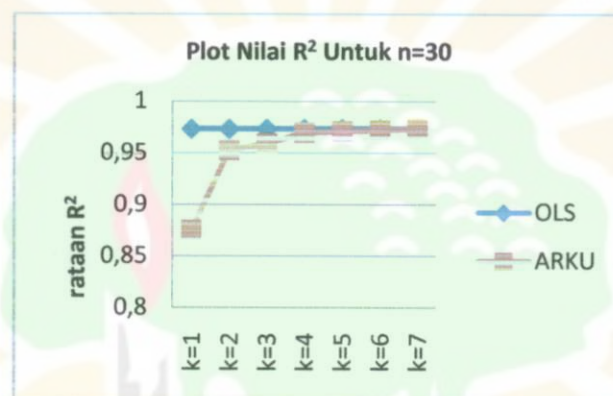
Gambar 4.2.9 Nilai rataan R<sup>2</sup> untuk n=20

Pada saat n=20 Gambar 4.2.9 menunjukkan bahwa kedua metode memiliki nilai rataan R<sup>2</sup> semakin mirip apabila dilakukan penambahan komponen pada Metode Regresi Komponen Utama. Artinya, kedua metode hampir sama baiknya jika

dilakukan penambahan komponen pada metode RKU. Semakin dilakukan penambahan komponen nilai rata-ran  $R^2$  metode RKU semakin besar.

### c. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 30

Berikut Gambar menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada metode regresi komponen utama untuk ukuran sampel  $n=30$ .

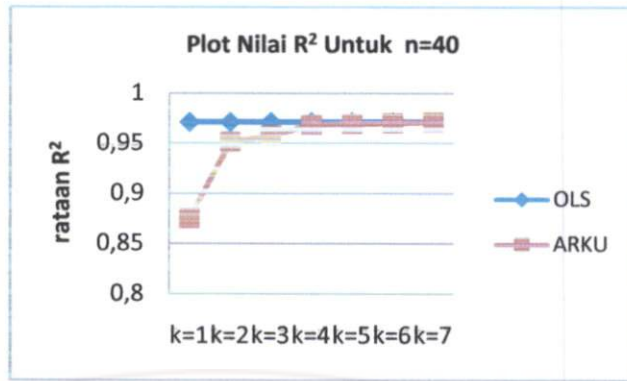


Gambar 4.2.10 Nilai rata-ran  $R^2$  untuk  $n=30$

Pada gambar ini, pola yang hampir sama dengan gambar sebelumnya ( $n=10$  dan  $20$ ) yaitu semakin dilakukan penambahan komponen pada metode RKU nilai rata-ran  $R^2$  untuk ukuran contoh  $n=30$  memiliki nilai yang semakin mirip untuk kedua metode. Pada gambar juga dapat terlihat semakin dilakukan penambahan komponen nilai rata-ran  $R^2$  pada metode RKU memiliki nilai semakin besar.

### d. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 40

Gambar berikut menunjukkan nilai rata-ran  $R^2$  dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada metode regresi komponen utama untuk ukuran  $n$ -sampel 40.

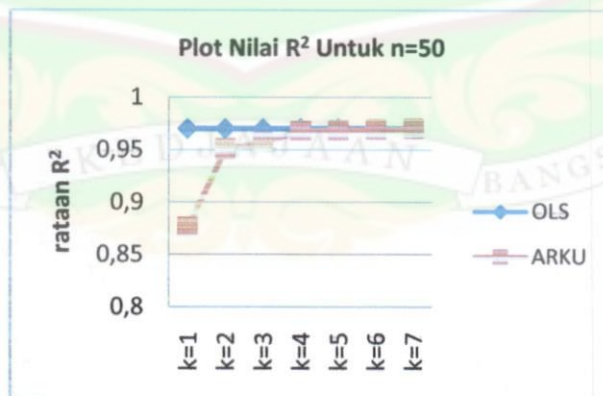


Gambar 4.2.11 Nilai rataan  $R^2$  untuk  $n=40$

Pada Gambar 4.2.11 menunjukkan bahwa nilai rataan  $R^2$  Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama untuk ukuran contoh  $n=40$  memiliki nilai yang semakin mirip sejalan dengan penambahan komponen yang dilakukan pada metode RKU. Dapat juga terlihat nilai rataan  $R^2$  metode RKU semakin besar dengan semakin dilakukan penambahan komponen.

**e. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 50**

Berikut Gambar Yang memperlihatkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  diperoleh dari metode OLS, metode regresi komponen utama, dan metode regresi faktor untuk ukuran  $n$ -sampel 50.



Gambar 4.2.12 Nilai rataan  $R^2$  untuk  $n=50$

Pada Gambar 4.2.12 menunjukkan bahwa semakin dilakukan penambahan komponen metode RKU memiliki nilai yang semakin besar. Pada Gambar 4.2.12

dapat terlihat nilai rata-ran  $R^2$  kedua metode untuk ukuran contoh  $n=50$  memiliki nilai yang semakin mirip dengan semakin dilakukan penambahan komponen pada metode RKU.

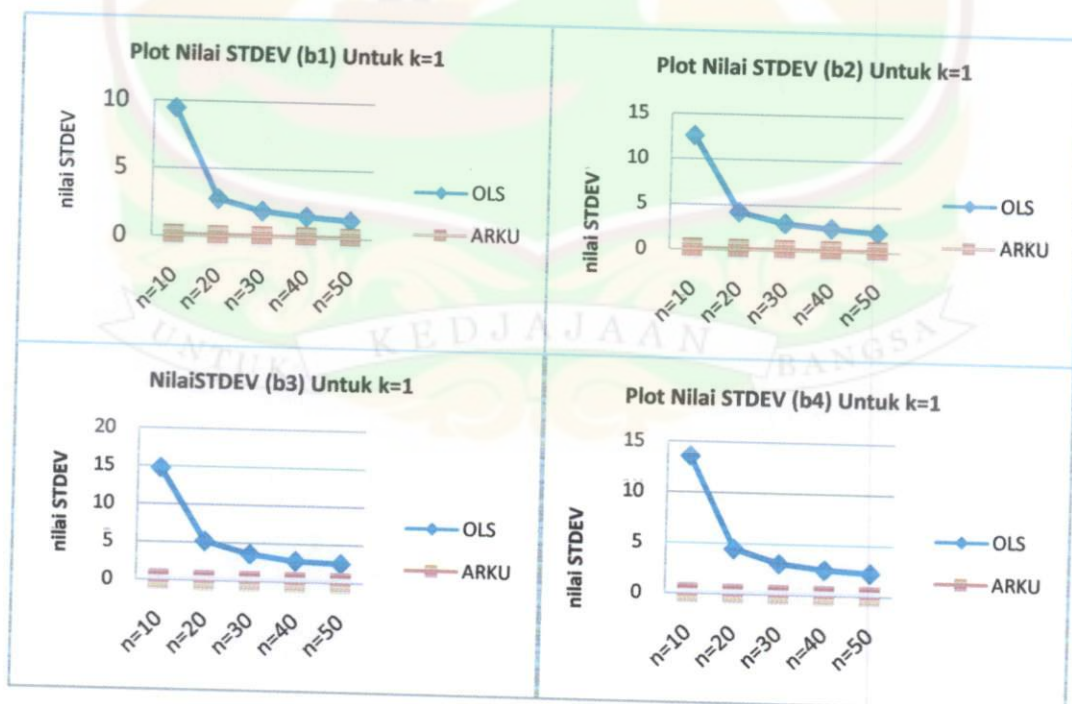
#### 4.2.2 Nilai Standar Deviasi Dugaan Koefisien Regresi dari Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama

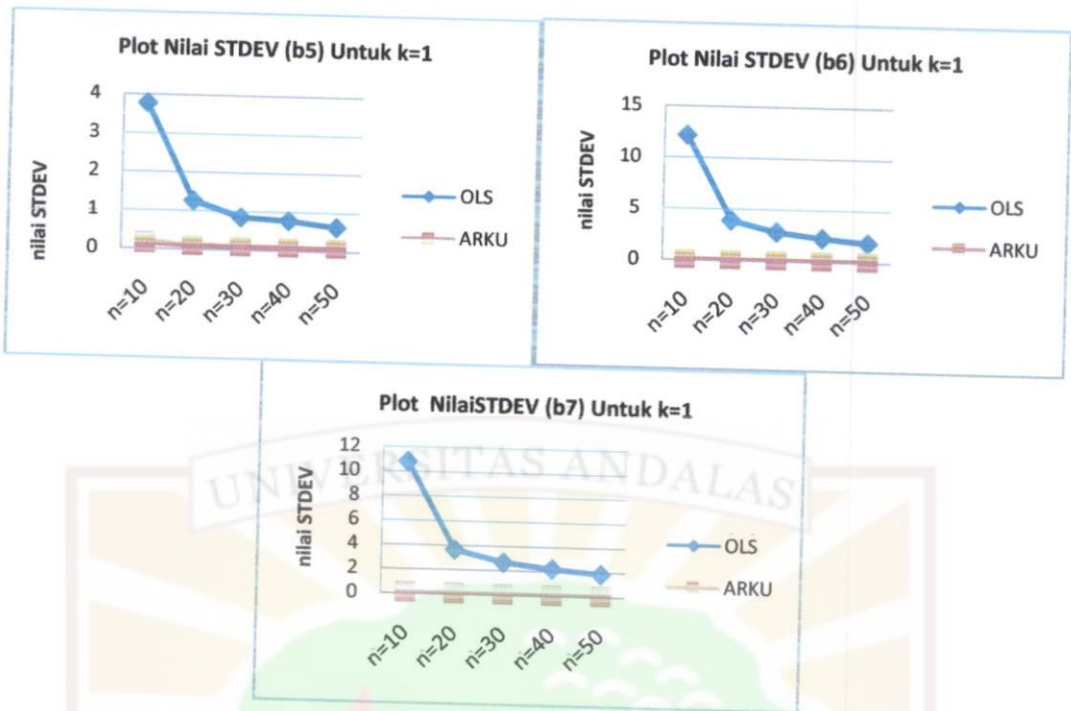
##### 1. Menurut Pengaruh Ukuran contoh

##### a. Satu Komponen Utama ( $k=1$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan I KU Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 1.

Berikut gambar yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan I KU Metode Regresi Komponen Utama.





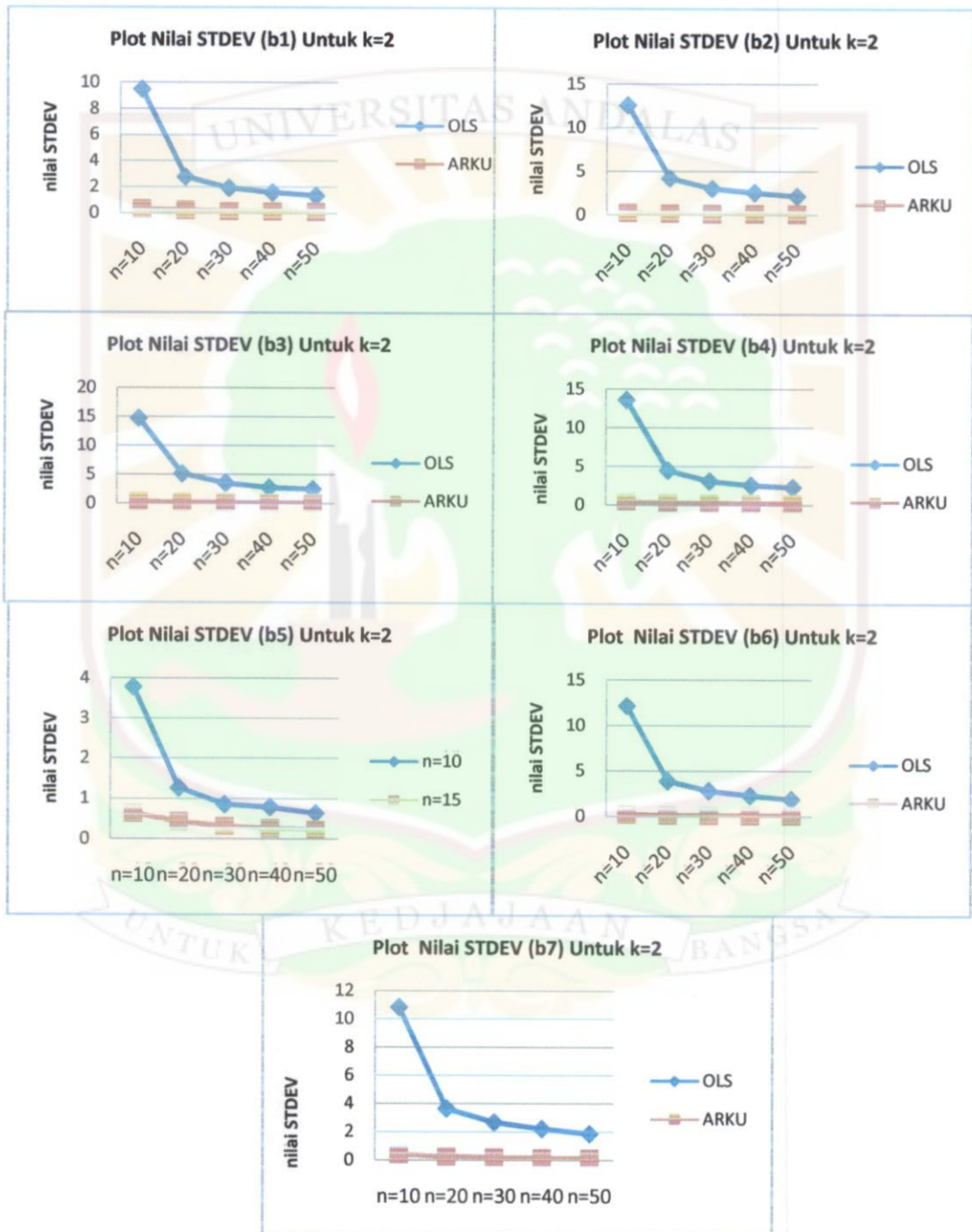
Gambar 4.2.13 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=1$

Terlihat pada Gambar 4.2.13 nilai standar deviasi dari semua dugaan koefisien regresi untuk Metode Regresi Komponen Utama hampir sama untuk setiap ukuran contoh  $n$ . Untuk ukuran contoh  $n$  kecil nilai standar deviasi dari semua dugaan koefisien regresi untuk Metode Kuadrat Terkecil besar dibandingkan Metode Regresi Komponen Utama. Semakin besar ukuran contoh  $n$  maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi metode OLS dan metode RKU hampir sama. Artinya, berdasarkan nilai standar deviasi penduga koefisien regresi, kedua metode tersebut memberikan hasil yang sama baiknya untuk ukuran contoh  $n$  yang semakin besar.

#### b. Dua Komponen Utama ( $k=2$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 2 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 2.

Berikut Gambar yang memperlihatkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 2 KU pada Analisis Regresi Komponen Utama.



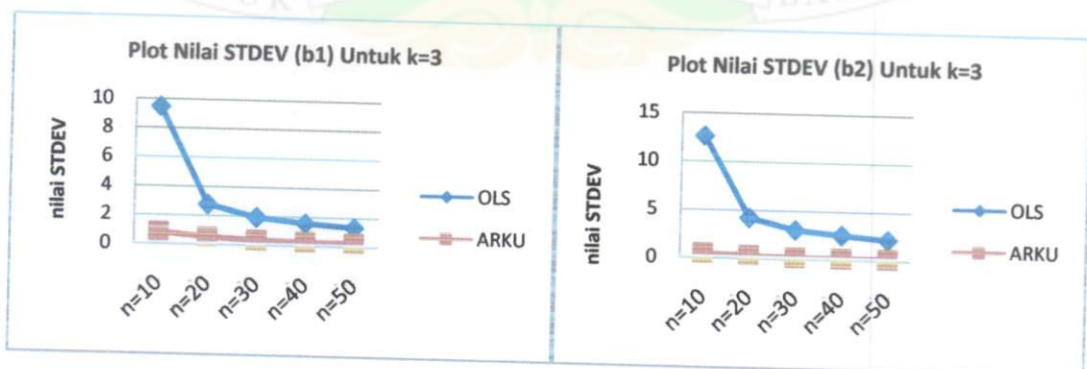
Gambar 4.2.14 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=2$

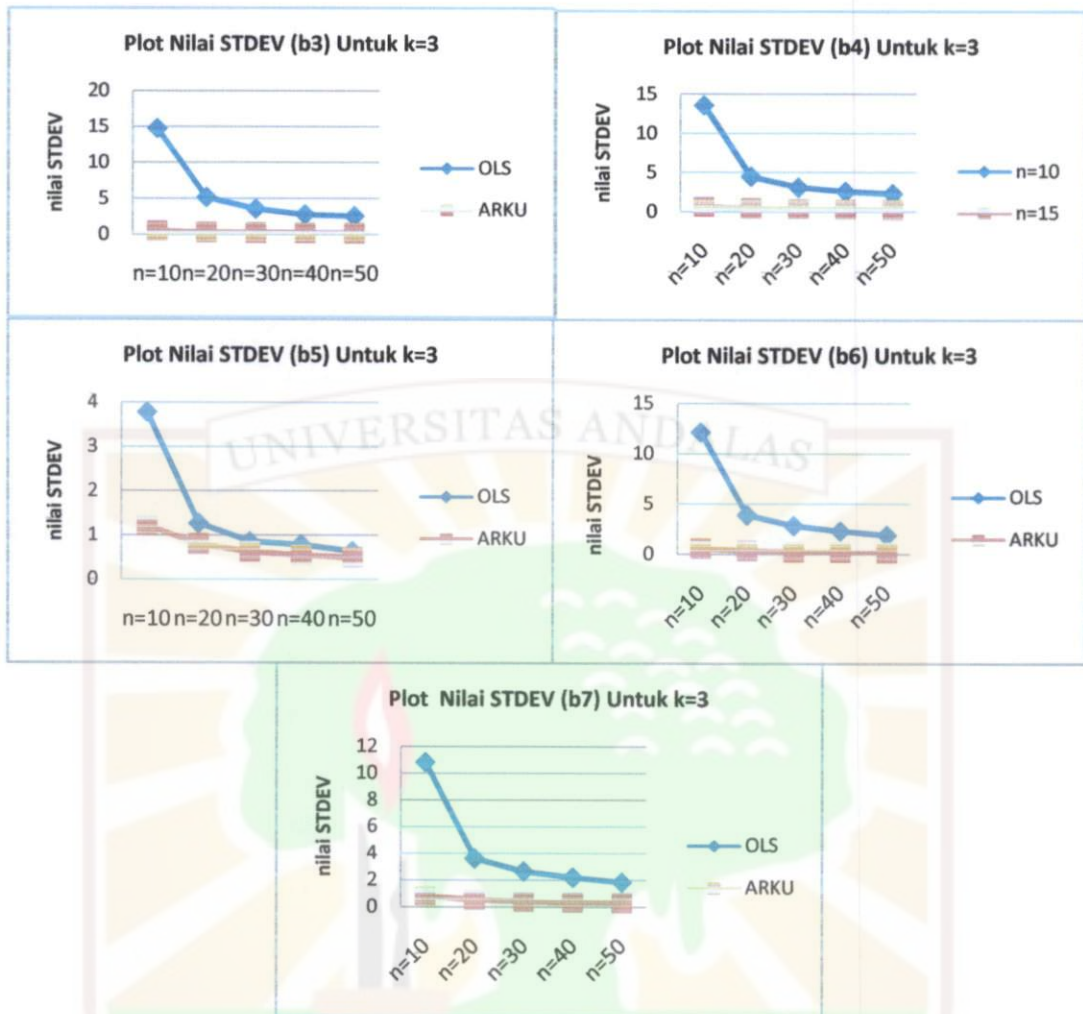
Seperti halnya dengan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk 1 KU, untuk 2 KU juga memberikan gambaran yang sama tentang kedua metode tersebut. Yang mana Gambar 4.2.14 menunjukkan bahwa nilai standar deviasi dari semua dugaan koefisien regresi terlihat bahwa semakin kecil jika ukuran contohnya  $n$  semakin besar untuk setiap metode. Pada Gambar 4.2.14 untuk ukuran contoh  $n$  kecil nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi dari Metode Kuadrat Terkecil besar dibandingkan Metode Regresi Komponen Utama. Semakin besar ukuran contoh  $n$  maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi metode OLS dan metode RKU hampir sama. Artinya, berdasarkan nilai standar deviasi penduga koefisien regresi, kedua metode tersebut memberikan hasil yang sama baiknya dengan semakin besarnya ukuran contoh  $n$ .

### c. Tiga Komponen Utama ( $k=3$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 3 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 3.

Dapat dilihat Gambar 4.2.15 menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 3 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.





Gambar 4.2.15 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=3$

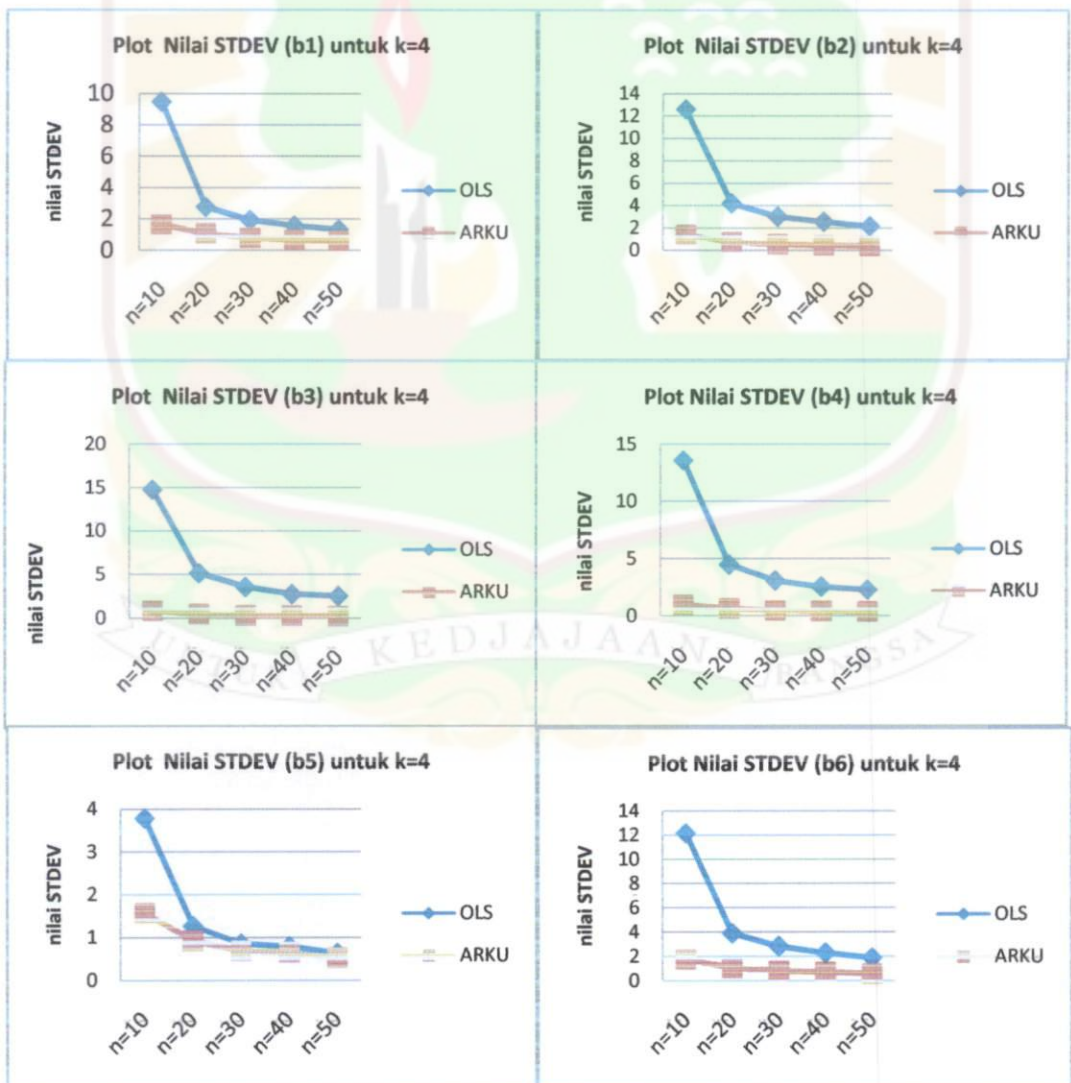
Ketika memasukkan 3 KU, Gambar 4.2.15 menunjukkan nilai standar deviasi semua dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) kedua metode memiliki nilai standar deviasi semakin kecil dengan semakin besar ukuran contoh  $n$ . Pada gambar juga terlihat bahwa untuk ukuran contoh  $n$  kecil nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) dari Metode Regresi Komponen Utama (RKU) sangat kecil dibandingkan Metode Kuadrat Terkecil. Semakin besar ukuran contoh  $n$  maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi metode OLS dan RKU hampir sama. Dapat terlihat bahwa untuk 3 KU memiliki pola yang

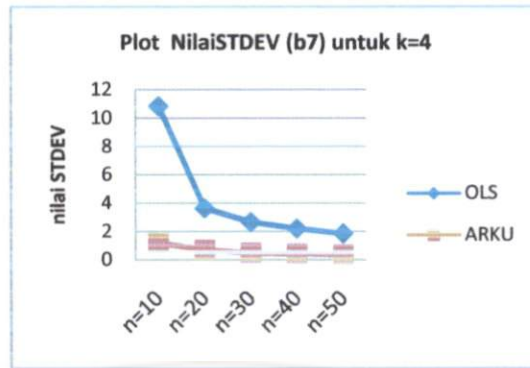
sama dengan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi dengan 1 KU dan juga 2 KU untuk kedua metode.

**d. Empat Komponen Utama ( $k=4$ )**

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 4 KU pada Metode Regresi Komponen Utama diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 4.

Gambar 4.2.16 menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 4 KU pada Analisis Regresi Komponen Utama.





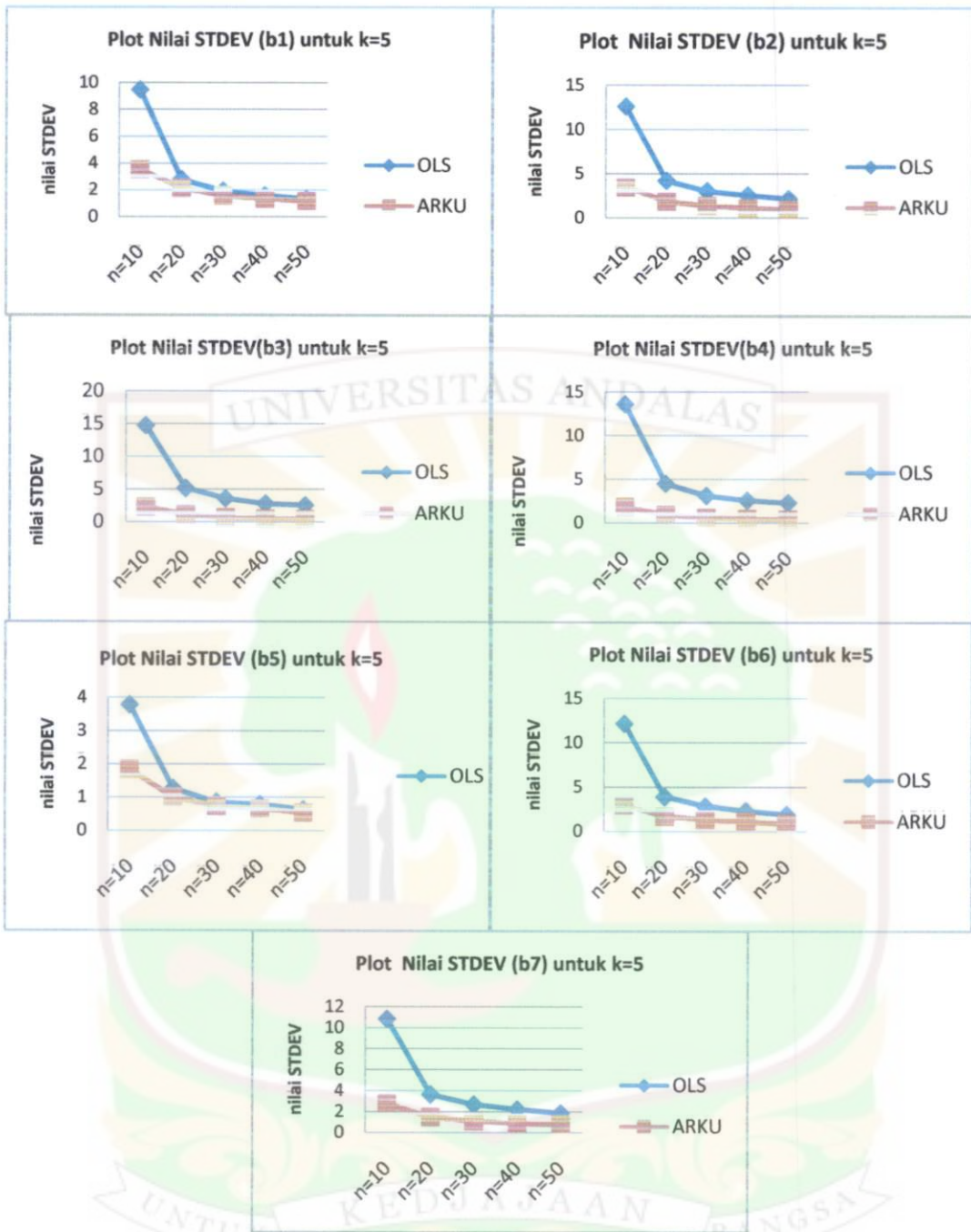
Gambar 4.2.16 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=4$

Terlihat Gambar 4.2.16 bahwa untuk ukuran contoh  $n$  kecil nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi dengan metode OLS lebih besar dibandingkan RKU. Dan semakin besar  $n$  maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi metode OLS dan RKU hampir sama. Dan pada Gambar 4.2.16 menunjukkan nilai standar deviasi semua dugaan koefisien regresi terlihat bahwa semakin besar  $n$  maka nilai standar deviasinya semakin mengecil. Artinya, kedua metode memiliki kontribusi yang sama baiknya dengan semakin bertambah ukuran contoh  $n$ .

#### e. Lima Komponen Utama ( $k=5$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 5 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan 5 KU diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 5.

Berikut gambar yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 5 pada KU Metode Regresi Komponen Utama.



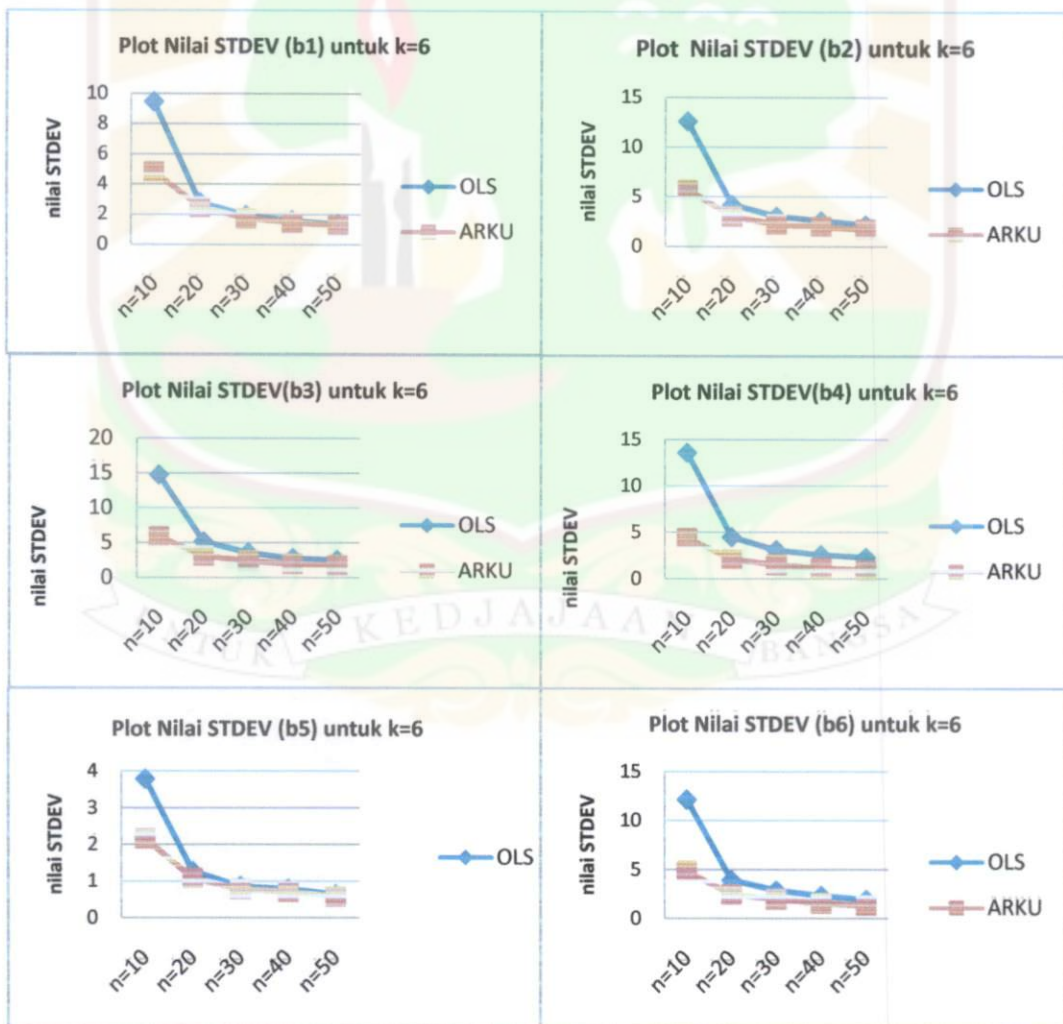
Gambar 4.2.17 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=5$

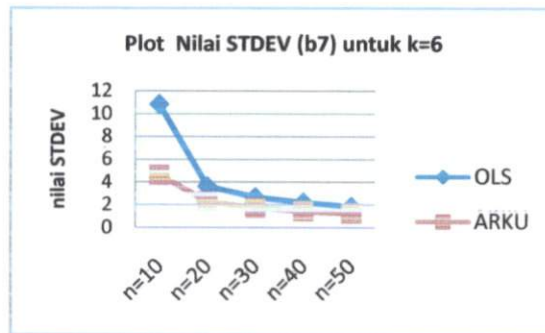
Gambar 4.2.17 menunjukkan kedua metode memiliki nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi semakin mengecil dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Pada gambar terlihat jelas bahwa nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai yang semakin mirip seiring dengan semakin besar ukuran contoh  $n$ .

### f. Enam Komponen Utama ( $k=6$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 6 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan 6 KU diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 6.

Gambar berikut memperlihatkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 6 pada KU Metode Regresi Komponen Utama.





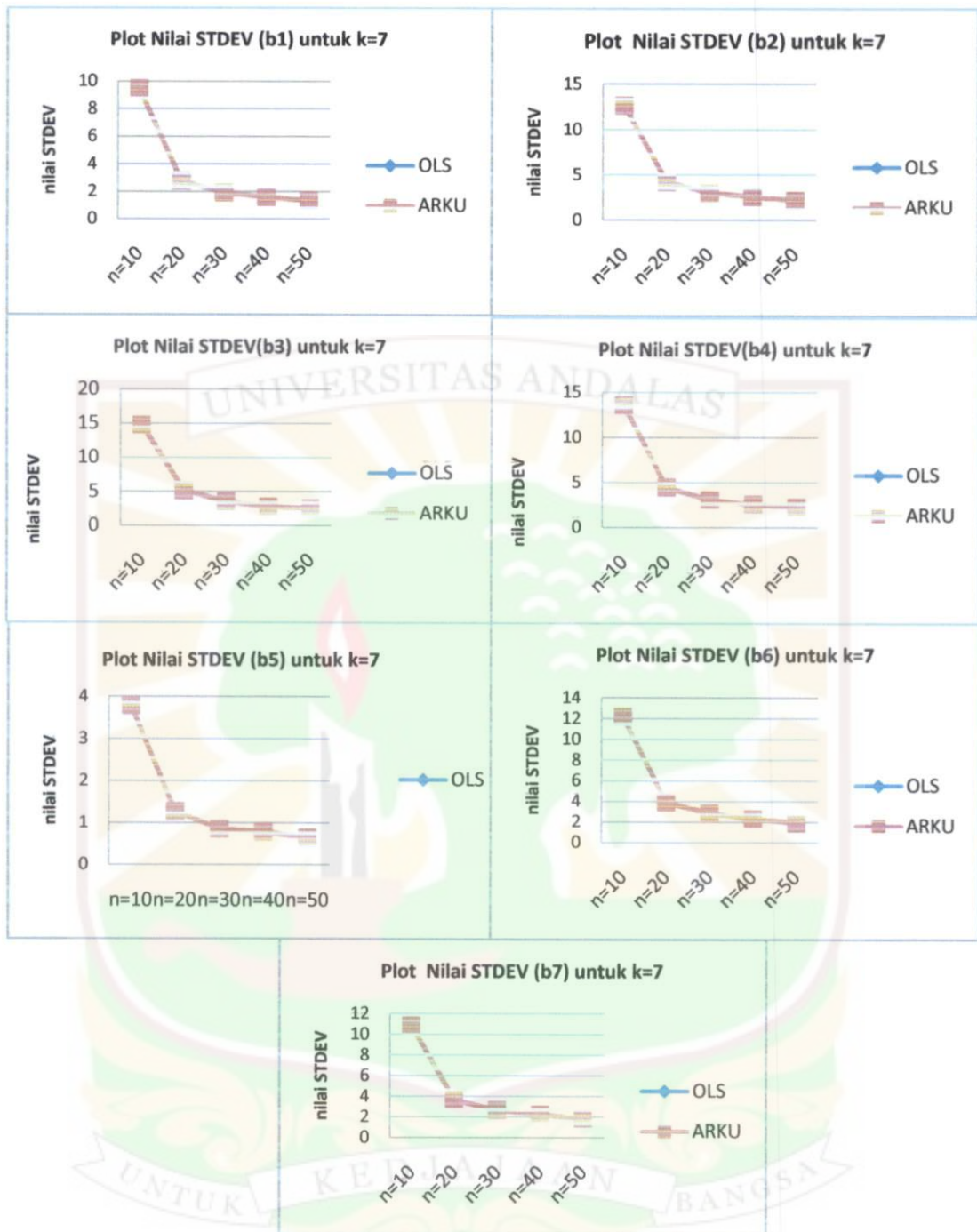
Gambar 4.2.18 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=5$

Pada Gambar 4.2.18 terlihat jelas bahwa nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai yang semakin mirip seiring dengan semakin besar ukuran contoh  $n$ . Dapat terlihat juga pada gambar bahwa kedua metode memiliki nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi semakin mengecil dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ .

#### g. Tujuh Komponen Utama ( $k=7$ )

Nilai standar deviasi penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 7 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan 7 KU diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 7.

Berikut Gambar 4.2.19 yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 7 pada KU Metode Regresi Komponen Utama.



Gambar 4.2.19 Nilai Standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk  $k=5$

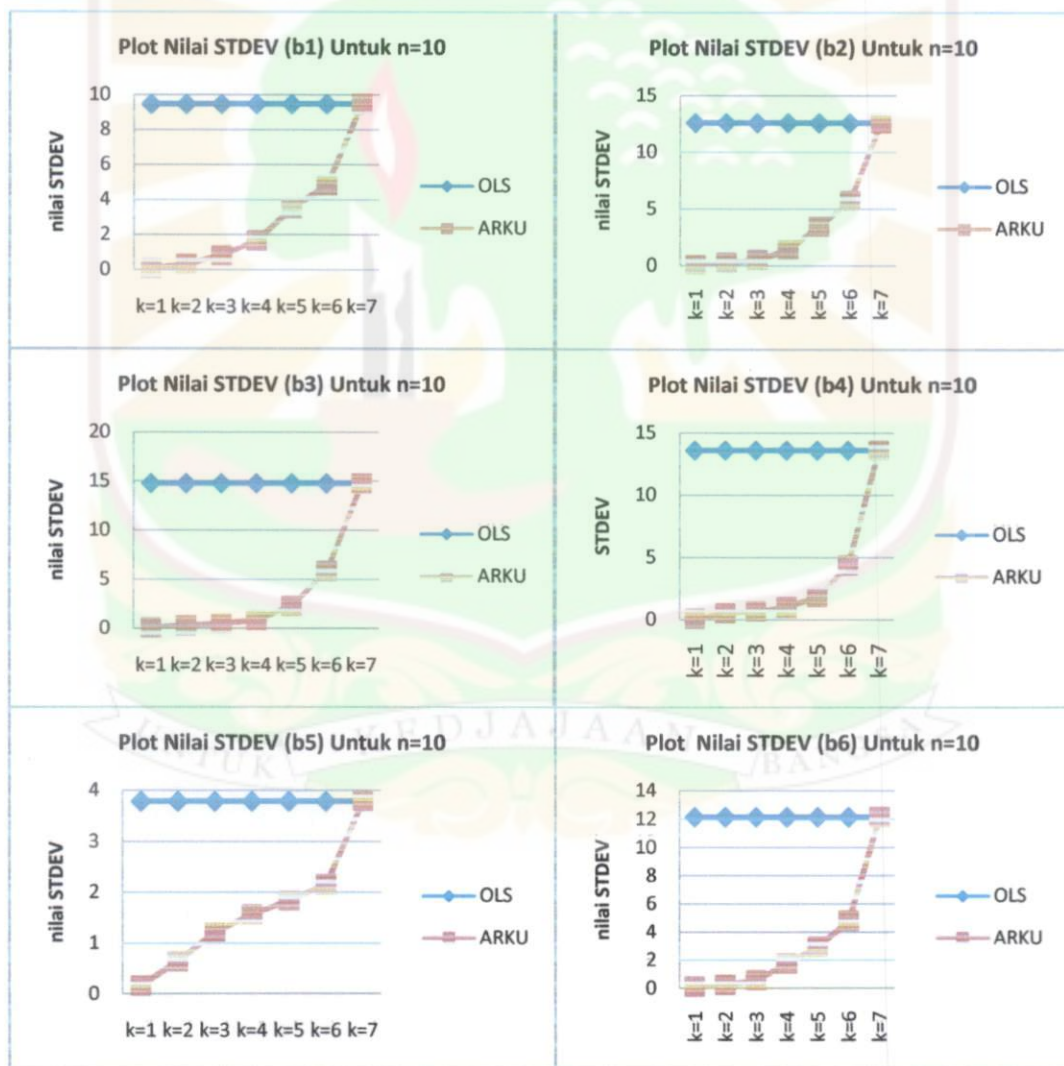
Gambar 4.2.19 menunjukkan Metode Kuadrat Terkecil dan metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi semakin mengecil dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Pada gambar terlihat jelas bahwa nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ )

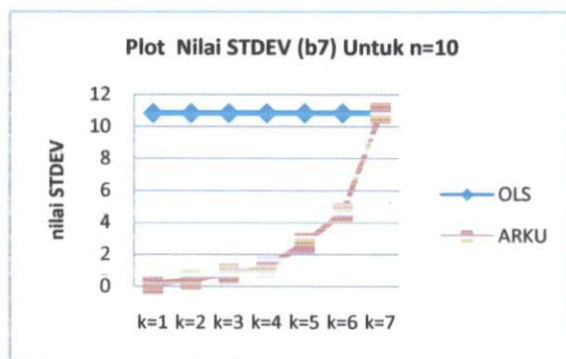
Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama memiliki nilai yang mirip untuk setiap ukuran contoh  $n$ .

## 2. Menurut Pengaruh Penambahan Komponen

### a. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 10

Berikut gambar yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada metode RKM untuk ukuran sampel  $n=10$ .



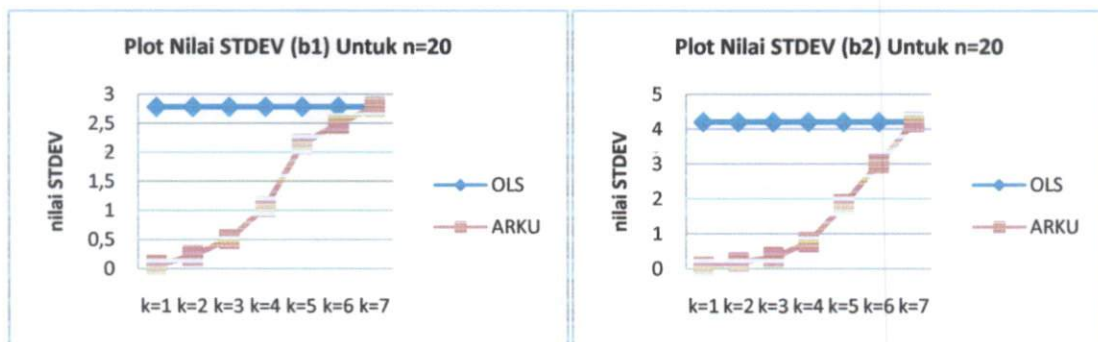


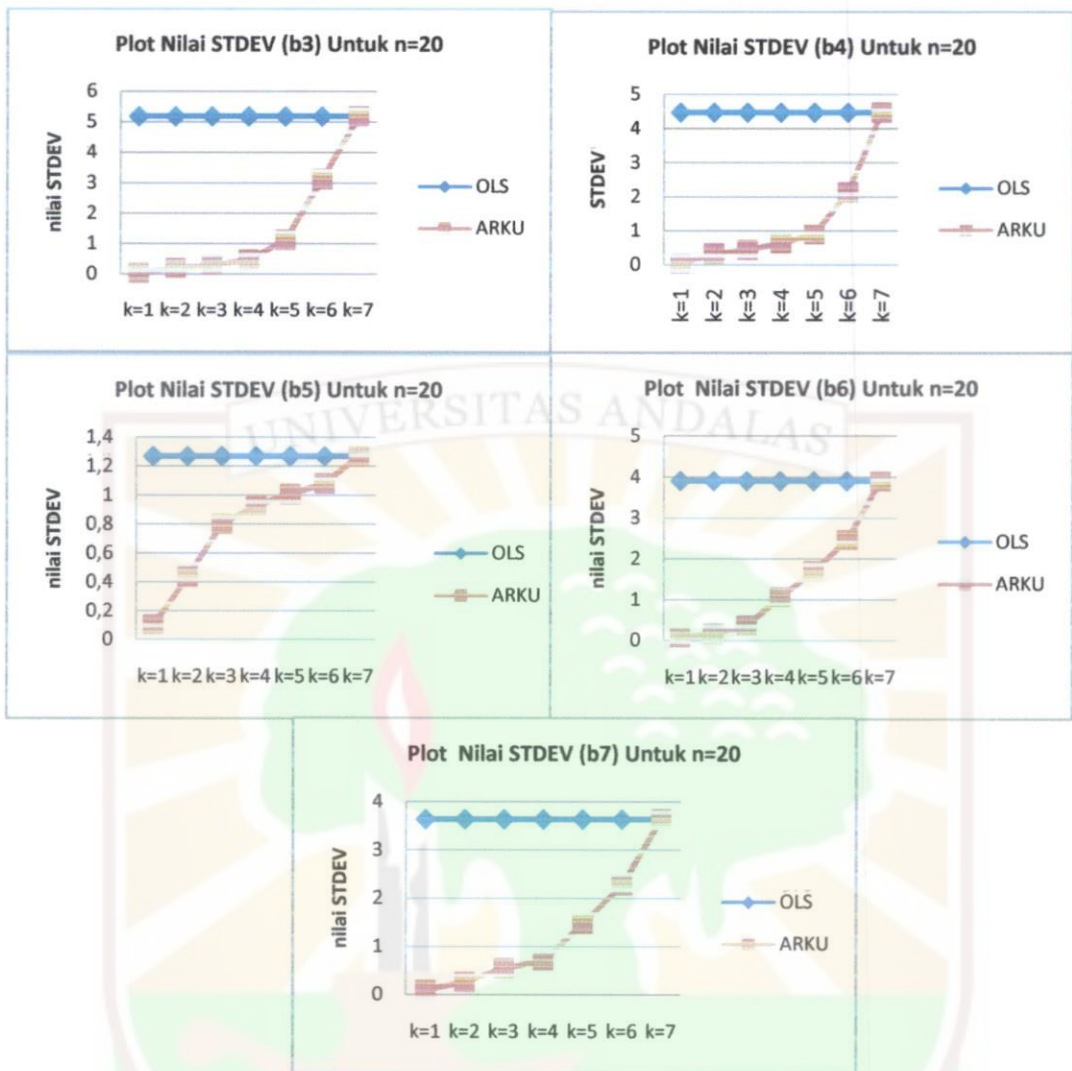
Gambar 4.2.20 Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=10$

Terlihat Gambar 4.2.20 dapat dinyatakan bahwa secara umum, pendugaan metode OLS memiliki nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi yang lebih besar jika dibandingkan dengan penduga yang diperoleh dari Metode RKU. Pada Metode Regresi Komponen Utama banyaknya komponen yang diambil akan mempengaruhi stabilitas dari penduga yang dihasilkan semakin banyak komponen yang diambil, maka semakin tidak stabil penduga regresinya yaitu dengan semakin bertambahnya nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi seiring dengan banyaknya komponen.

**b. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 20**

Gambar berikut menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RKU untuk ukuran  $n$ -sampel 20.



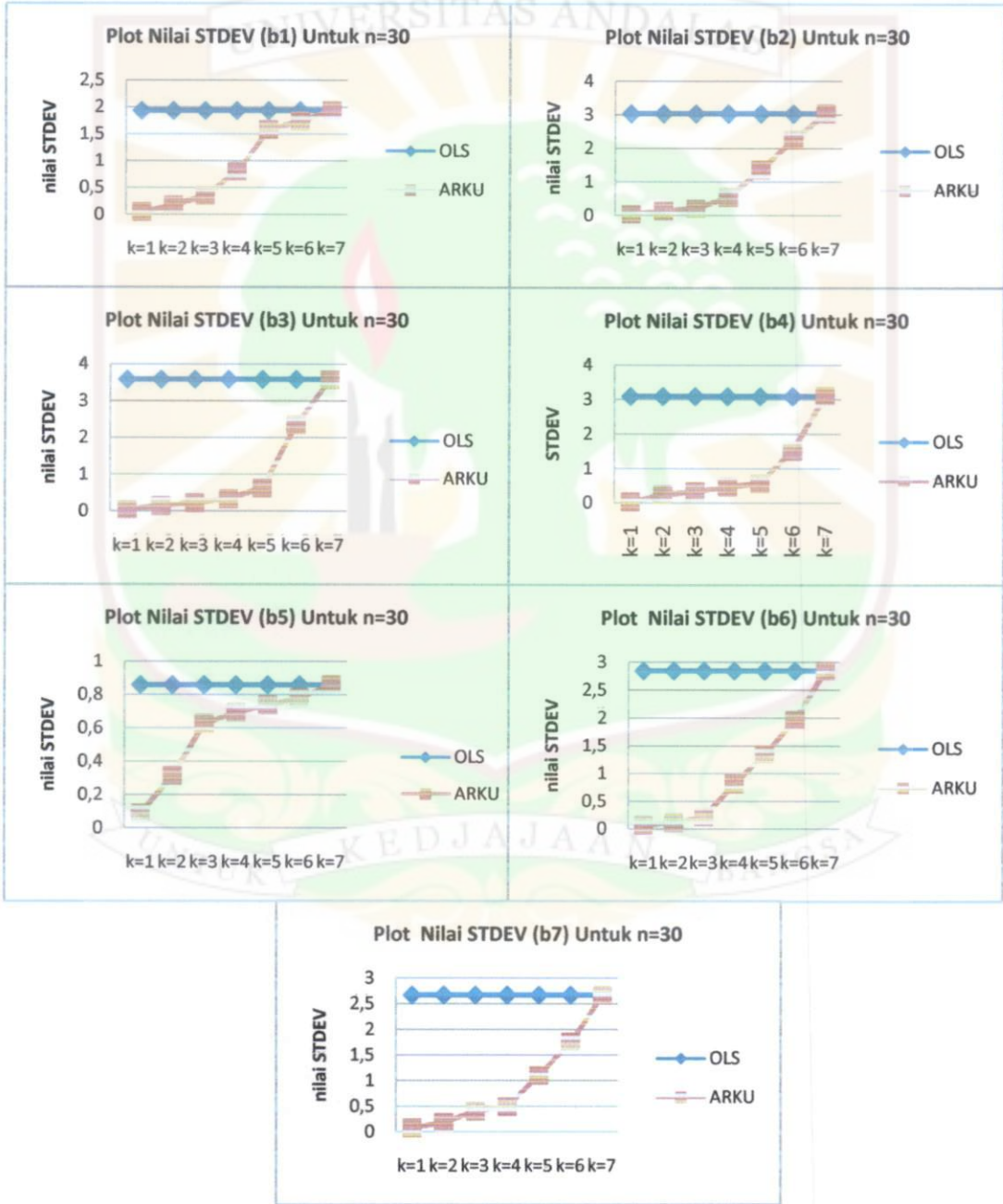


Gambar 4.2.21 Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=20$

Pada gambar 4.2.21 pada metode RKU, banyaknya komponen yang diambil berpengaruh terhadap nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi. Secara umum, semakin dilakukan penambahan KU ternyata nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi menjadi semakin besar. Untuk Metode OLS nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi lebih besar daripada metode RKU.

**c. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 30**

Berikut Gambar 4.2.18 yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RKU untuk ukuran  $n$ -sampel 30.

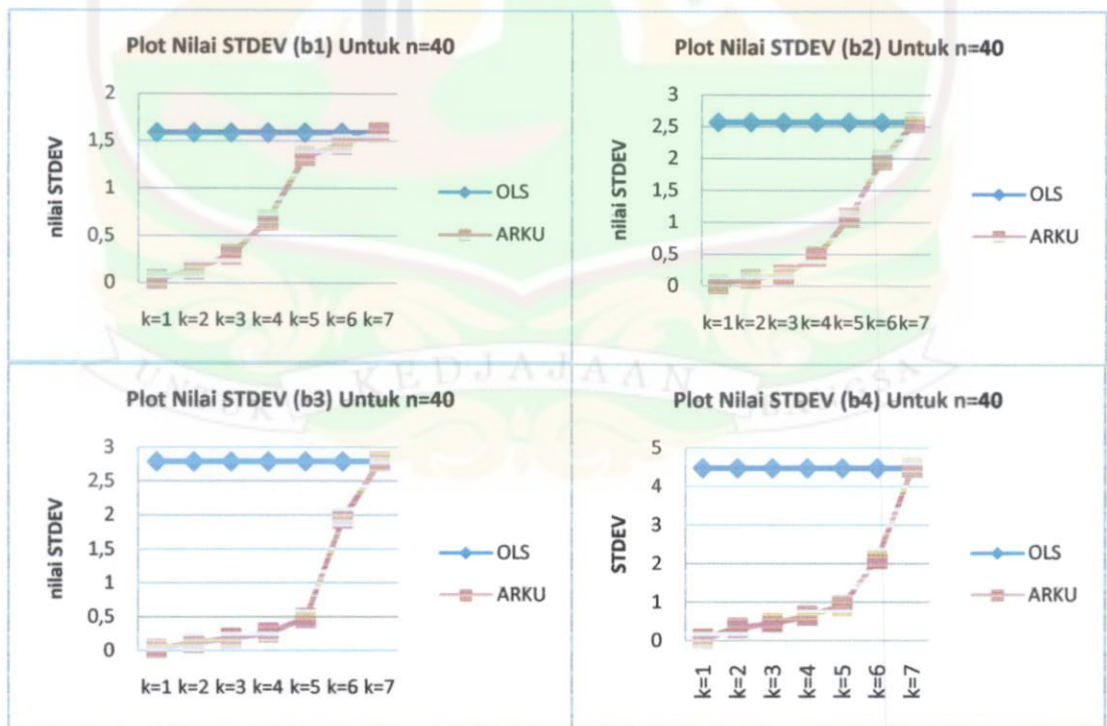


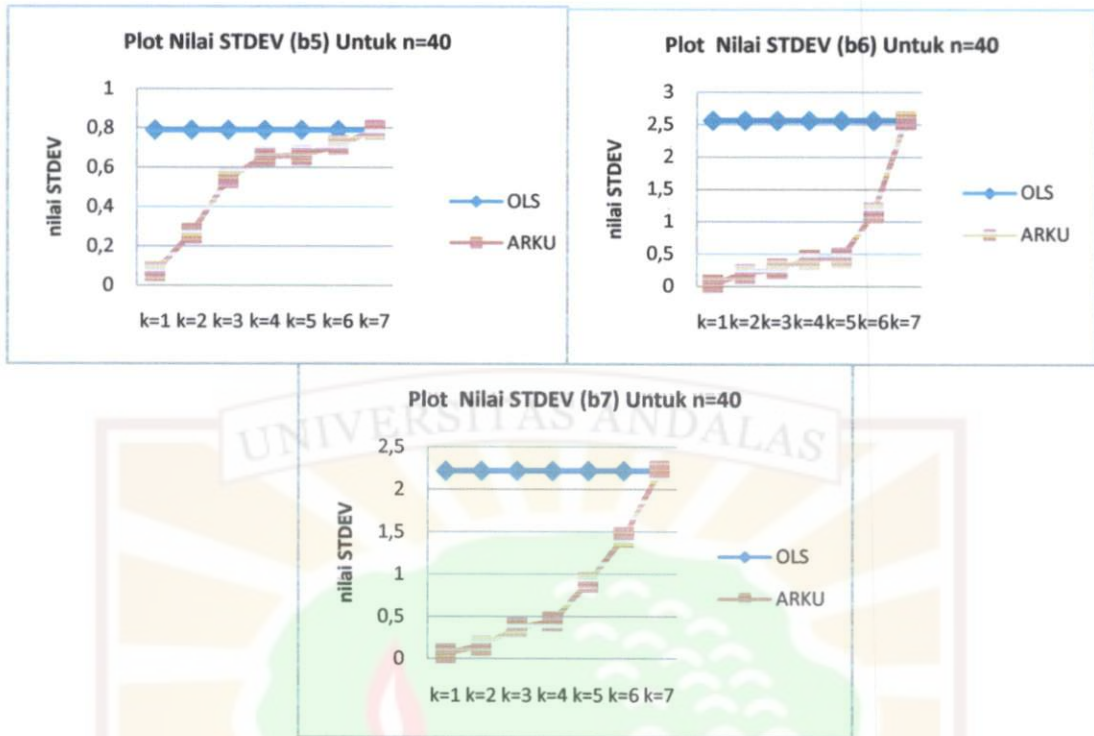
Gambar 4.2.22 Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=30$

Dapat terlihat pada Gambar 4.2.22 ukuran sampel  $n=30$  nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh oleh metode RCU dimana semakin dilakukan penambahan komponen maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi semakin besar. Artinya, banyaknya komponen yang dimasukan berpengaruh terhadap nilai standar deviasi penduganya. Dan untuk metode OLS memiliki nilai standar deviasi dugaan yang lebih besar dibandingkan metode RCU.

**d. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 40**

Berikut Gambar 4.2.23 yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RCU untuk ukuran  $n$ -sampel 40.





Gambar 4.2.23 Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=40$

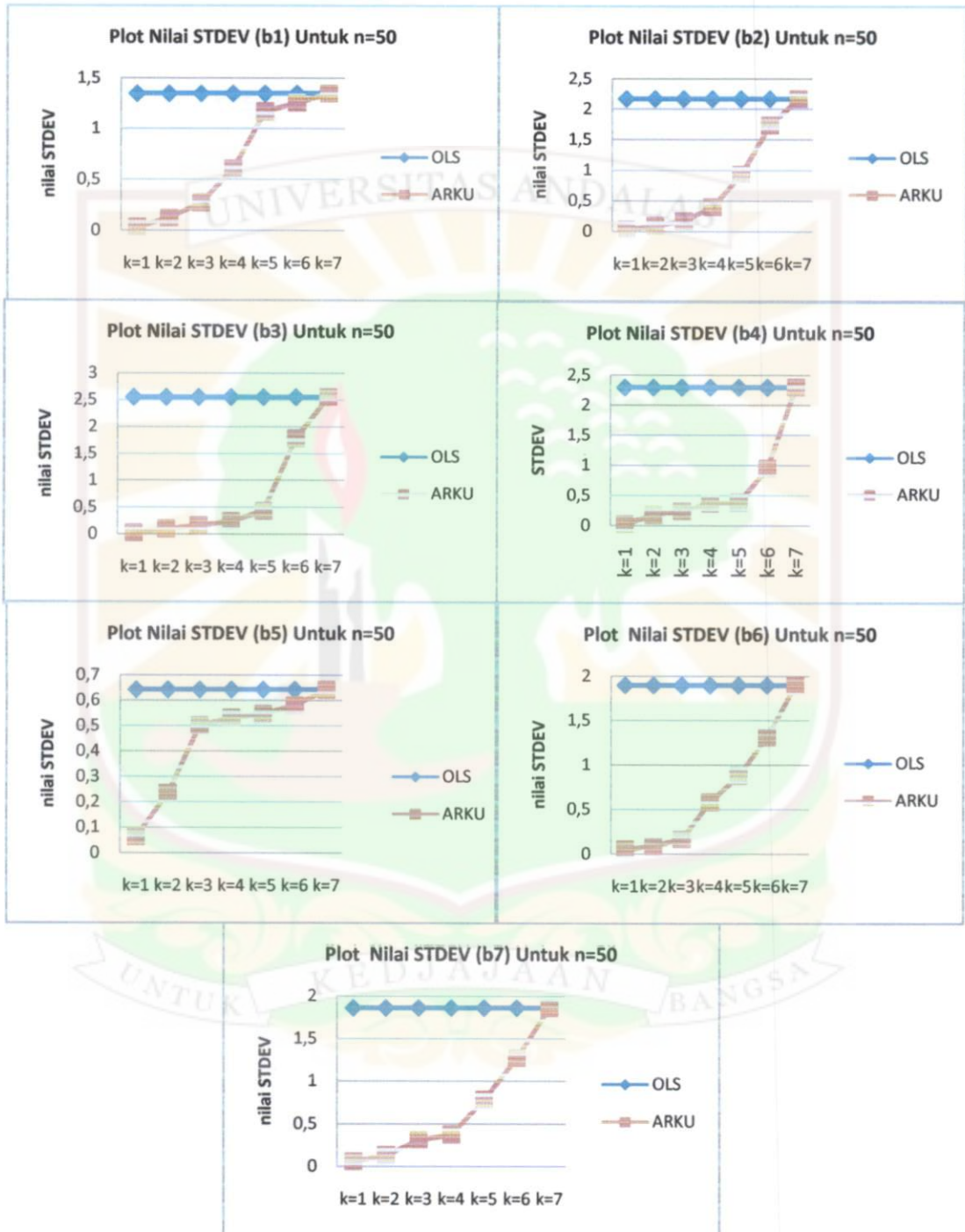
Pada gambar menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  metode OLS lebih besar dibandingkan metode RCU untuk ukuran sampel  $n=40$ . Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh oleh metode RCU dimana semakin dilakukan penambahan komponen maka nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi semakin tidak stabil. Artinya, banyaknya KU yang diambil akan mempengaruhi stabilitas dari penduga yang dihasilkan semakin banyak KU yang diambil, maka nilai standar deviasinya semakin besar.

#### e. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 50

Berikut gambar yang menunjukkan nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  diperoleh dari metode OLS dan disaat

dilakukan penambahan komponen pada metode RKU untuk ukuran  $n$ -sampel

50.



Gambar 4.2.24 Nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=50$ .

Pada Gambar ini, memiliki pola nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi yang hampir sama dengan gambar-gambar sebelumnya yaitu untuk  $n= 10, 20, 30,$  dan  $40$ . Dimana nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) metode OLS tetap memiliki nilai standar deviasi dugaan yang lebih besar metode RKM. Nilai standar deviasi dugaan koefisien metode regresi komponen utama juga memiliki pola yang sama, semakin dilakukan penambahan maka mempengaruhi nilai standar deviasi penduga dimana nilai standar deviasi pendugaan koefisien regresi semakin besar. Dapat disimpulkan secara umum bahwa semakin besar ukuran contoh  $n$  dengan dilakukan penambahan komponen tidak mempengaruhi pola nilai standar deviasi untuk kedua metode.

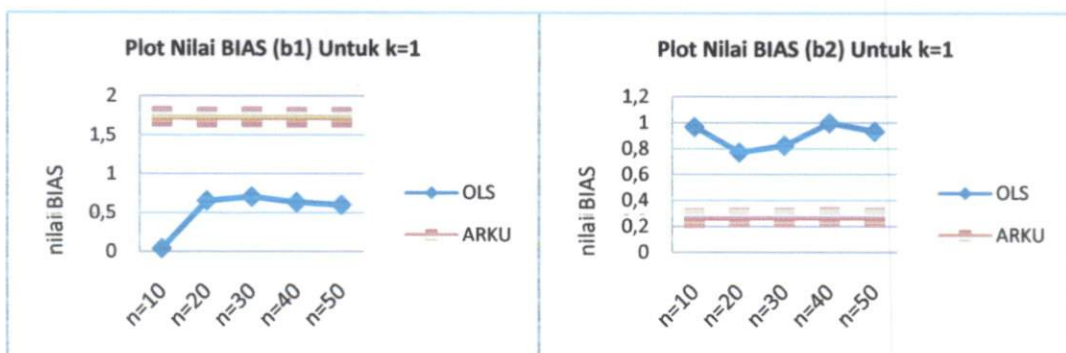
#### 4.2.3 Nilai Bias Dugaan Koefisien Regresi dari Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Regresi Komponen Utama

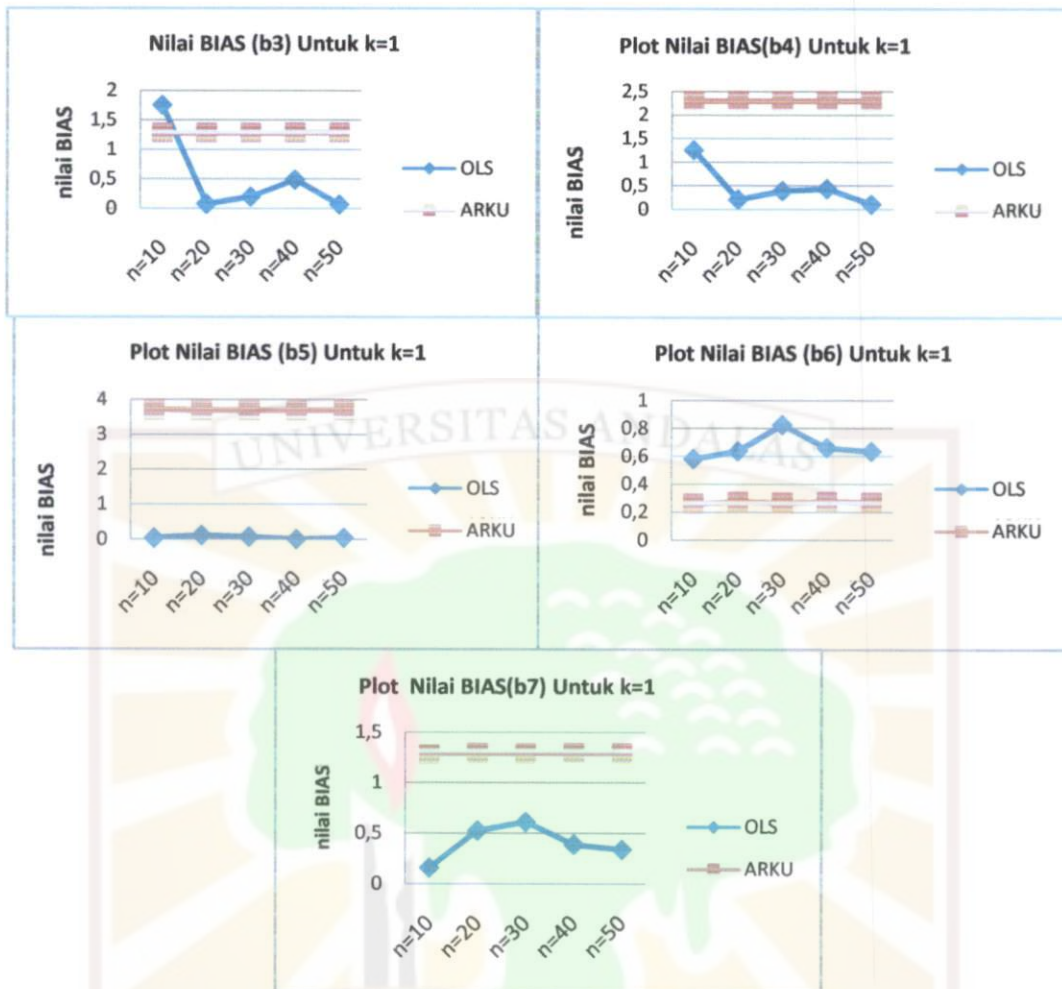
##### 1. Menurut Pengaruh Ukuran contoh

##### a. Satu Komponen Utama ( $k=1$ )

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 1 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 1.

Berikut gambar yang menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS), dan saat dimasukkan 1 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.





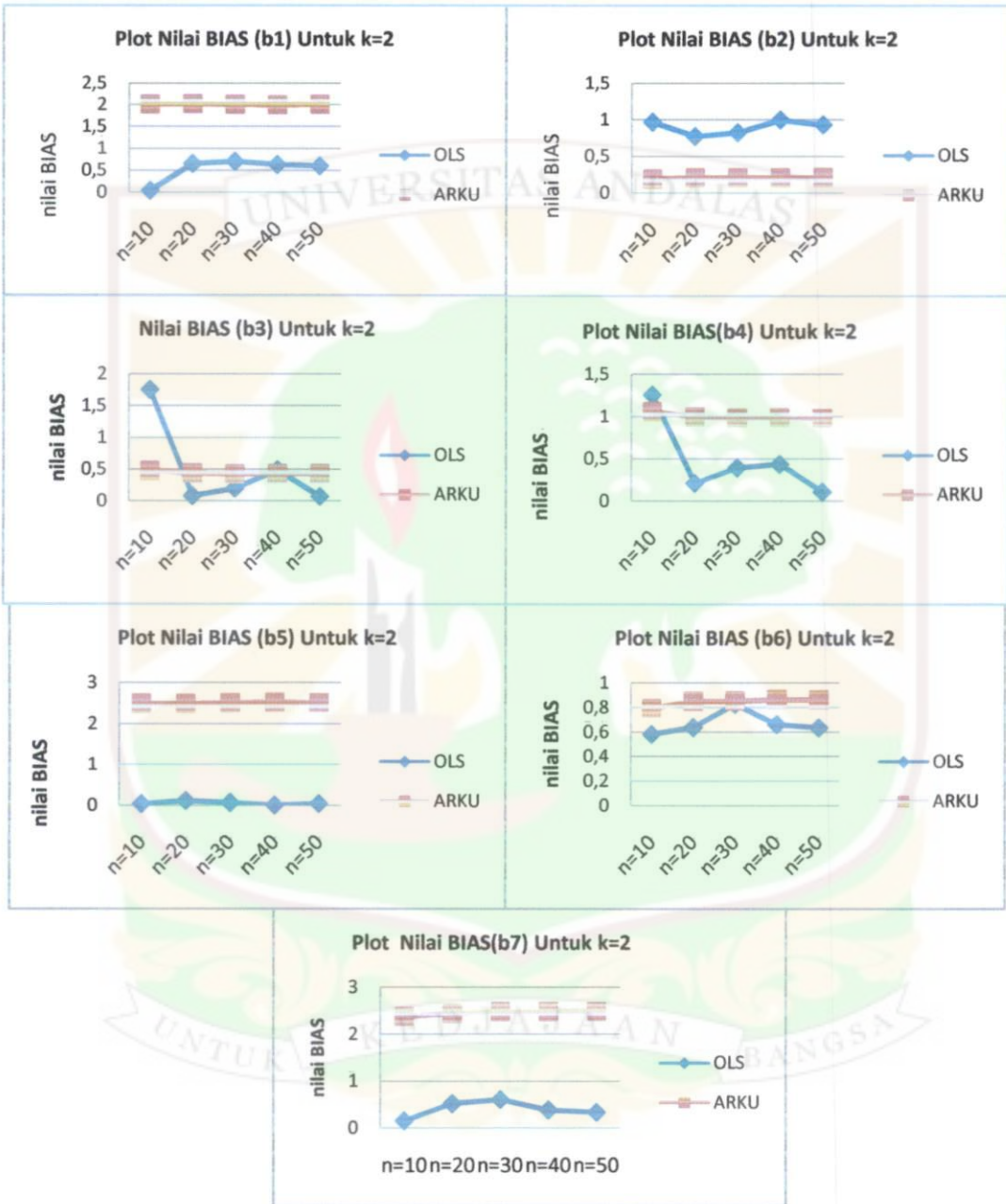
Gambar 4.2.25 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=1$

Pada Gambar 4.2.25 nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  pada Metode Regresi Komponen Utama hampir sama atau hampir membentuk pola linier untuk setiap ukuran contoh  $n$ . Untuk Metode Kuadrat Terkecil semakin besar ukuran contoh  $n$  tidak mempengaruhi nilai bias pendugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) dengan terlihat nilainya tidak stabil. Secara umum, metode OLS memiliki nilai bias pendugaan koefisien regresi lebih kecil dari metode Rku.

#### b. Dua Komponen Utama ( $k=2$ )

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 2 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 2.

Gambar berikut menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 2 KU pada Metode Regresi Komponen Utama.



Gambar 4.2.26 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=2$

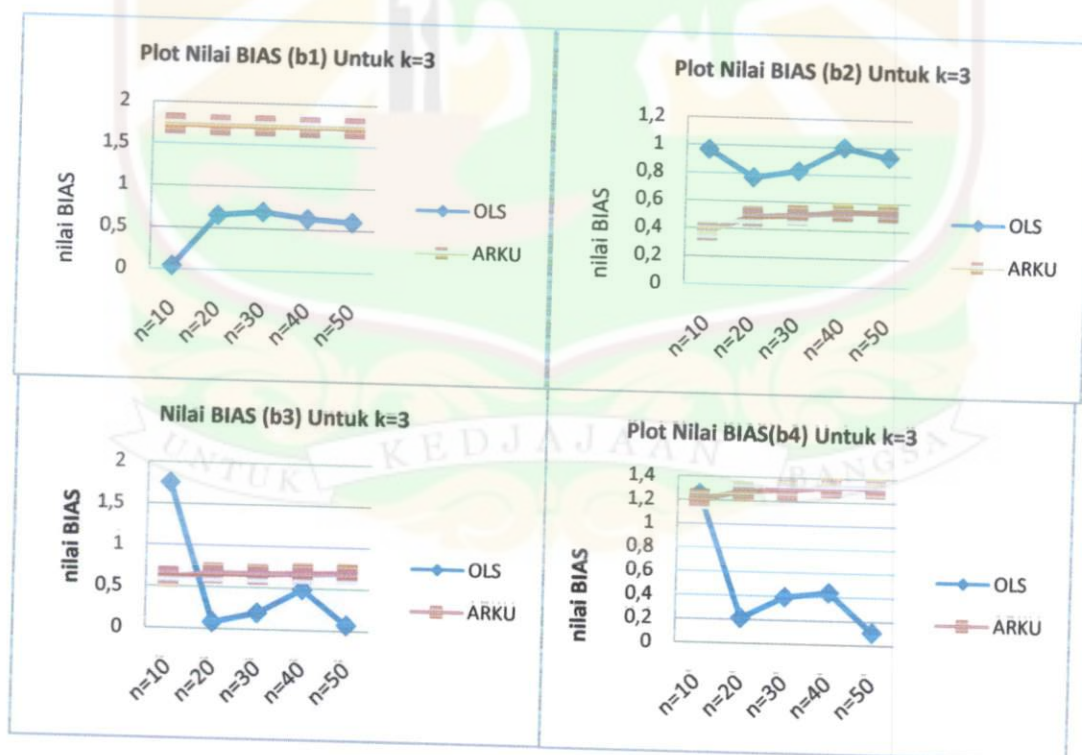
Gambar 4.2.26 terlihat bahwa Metode Regresi Komponen memberikan nilai bias dugaan yang hampir sama untuk semua dugaan koefisien regresi walaupun ukuran

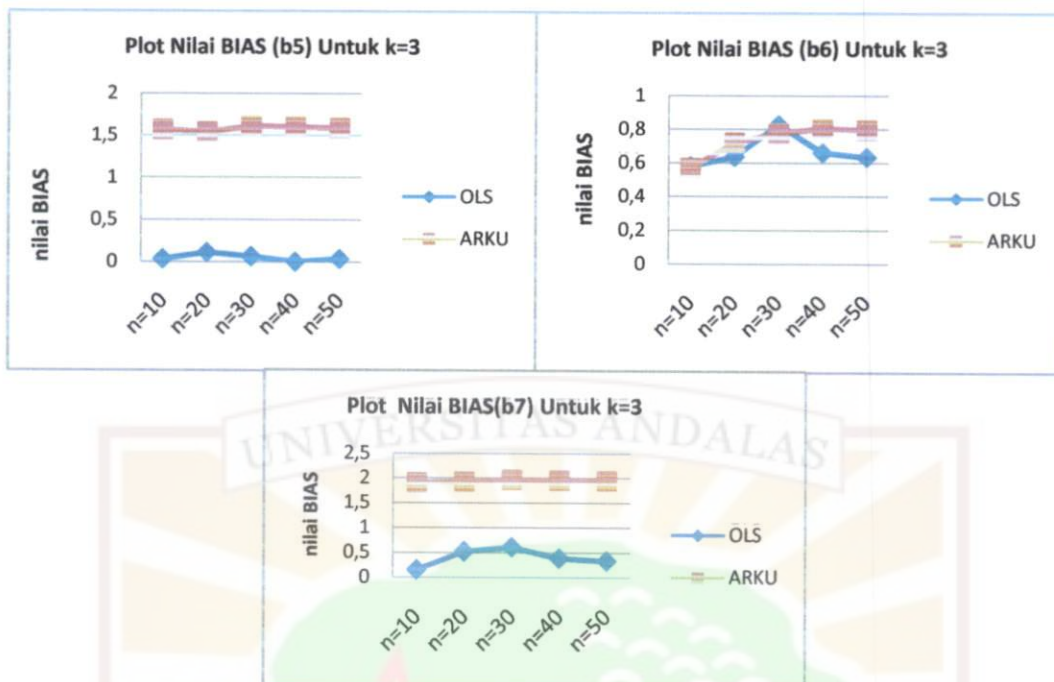
contoh  $n$  semakin besar. Untuk Metode Kuadrat Terkecil, pada pada saat dilakukan penambahan ukuran contoh  $n$  nilai bias dugaan koefisien regresi tidak terpengaruh. Dapat terlihat secara umum, Metode Analisis Komponen Utama memiliki nilai bias dugaan koefisien regresi yang lebih besar dibandingkan dengan Metode Kuadrat Terkecil pada saat ukuran contoh  $n$  semakin besar

### c. Tiga Komponen Utama ( $k=3$ )

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 3 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 3.

Berikut gambar yang menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 3 KU pada Analisis Regresi Komponen Utama.





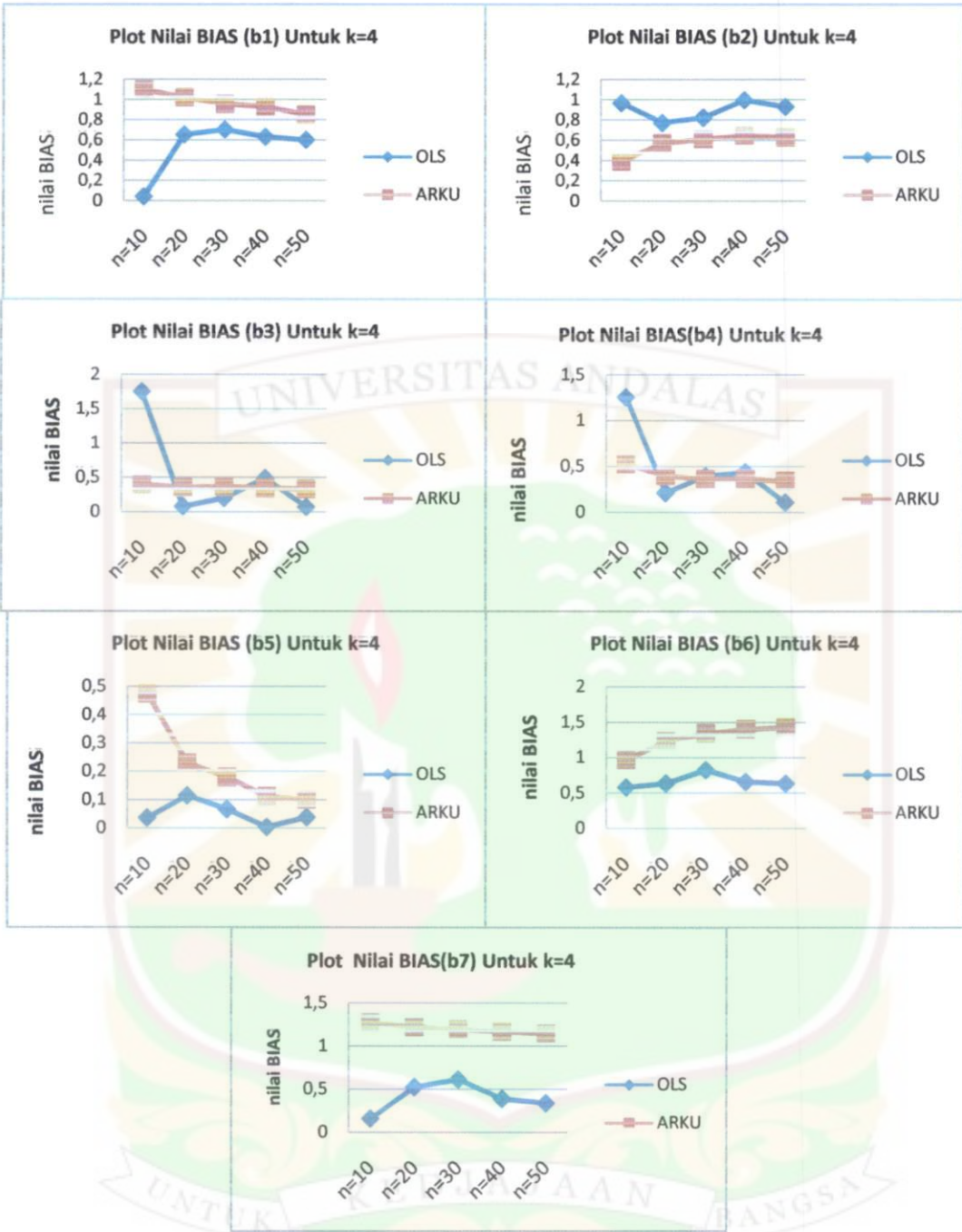
Gambar 4.2.27 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=3$

Dapat terlihat pada Gambar 4.2.27 nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) pada Metode Analisis Regresi Komponen Utama (RKU)) secara umum hampir sama untuk semua ukuran  $n$ -sampel data. Secara umum, untuk ukuran contoh  $n$  kecil metode OLS memiliki nilai bias dugaan koefisien regresi yang lebih kecil dari metode RKU. Artinya, metode OLS merupakan metode yang baik daripada metode RKU dilihat dari nilai biasnya yang lebih kecil.

#### d. Empat Komponen Utama ( $k=4$ )

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 4 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 4.

Pada Gambar berikut akan ditunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 4 KU pada Regresi Komponen Utama.



Gambar 4.2.28 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=4$

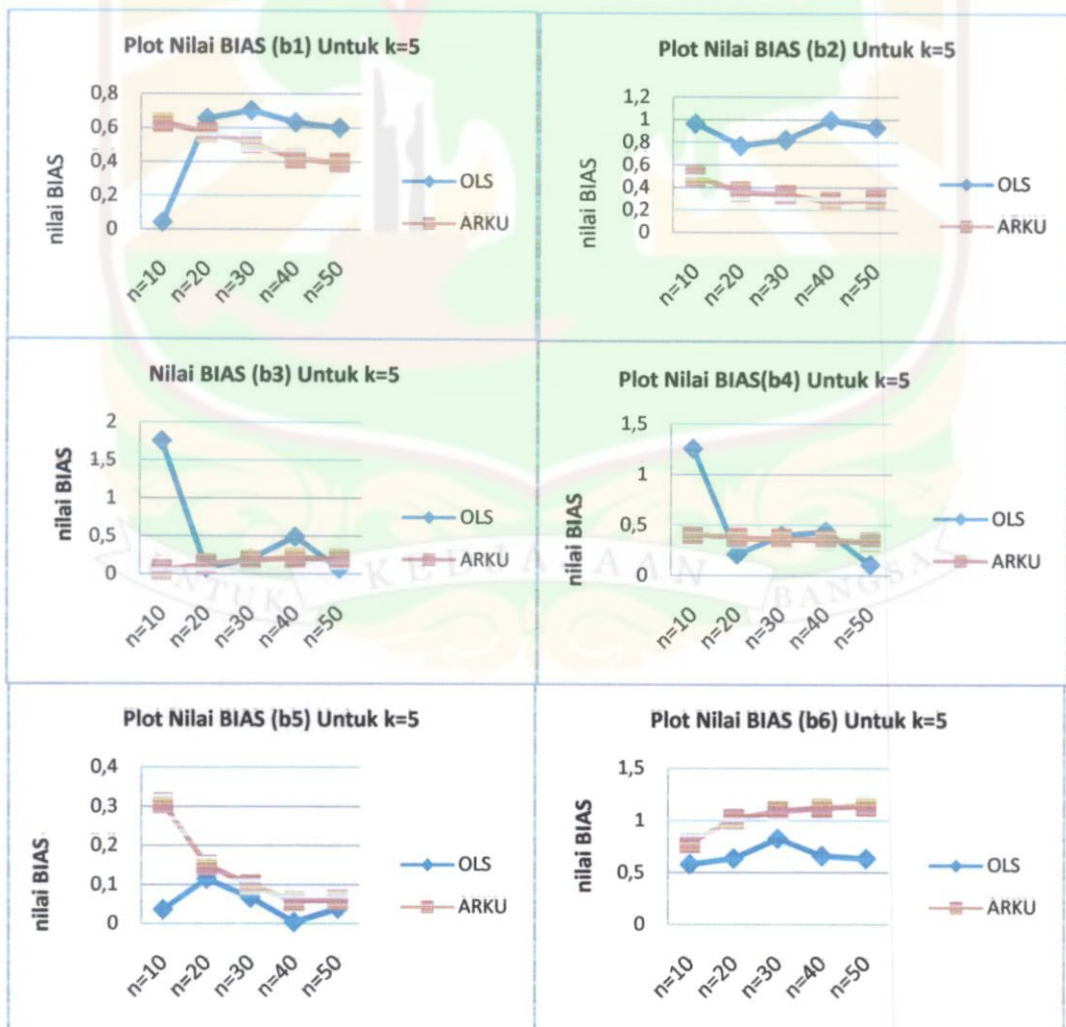
Pada Gambar 4.2.28 secara umum dapat terlihat bahwa nilai bias untuk semua dugaan koefisien regresi pada Metode Kuadrat Terkecil memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan Metode Regresi Komponen Utama. Semakin besar ukuran

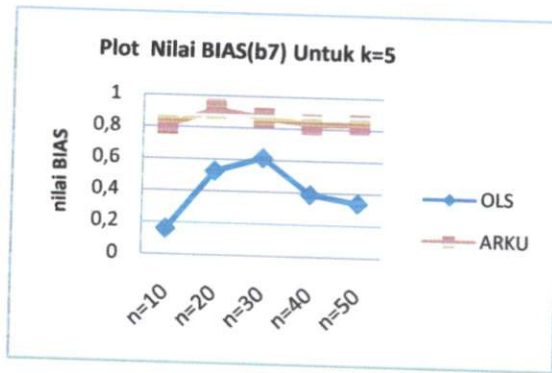
contoh  $n$  metode RKU memiliki nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  hampir sama.

**e. Lima Komponen Utama ( $k=5$ )**

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 5 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 5.

Berikut gambar yang menunjukkan nilai Bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 5 KU pada Regresi Komponen Utama dengan melihat tiap ukuran  $n$ -sample.





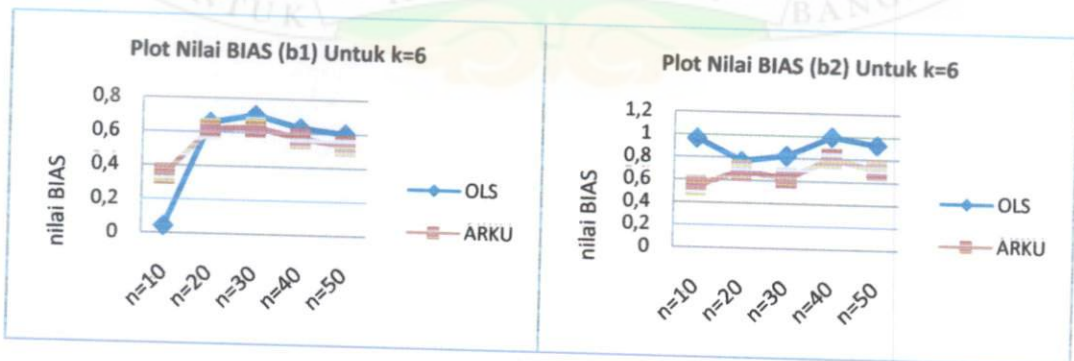
Gambar 4.2.28 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=5$

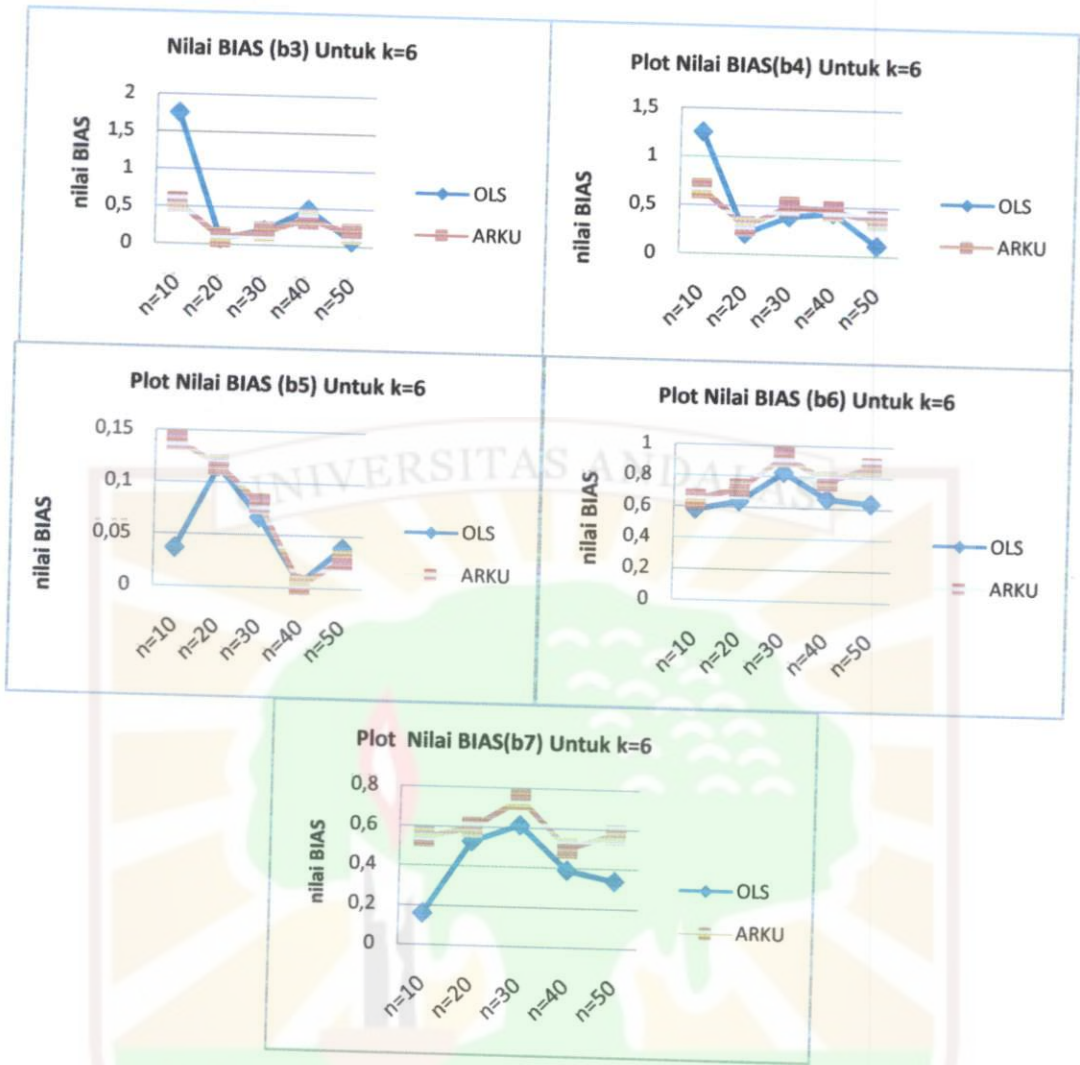
Pada Gambar 4.2.28 terlihat bahwa pada 5 KU nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  pada metode Regresi Komponen Utama (RKU) dan OLS hampir sama dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ . Terlihat juga semakin bertambahnya ukuran  $n$  nilai bias dugaan koefisien regresi semakin kecil untuk kedua metode.

#### f. Enam Komponen Utama ( $k=6$ )

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 6 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 6.

Gambar berikut menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 6 KU pada Analisis Regresi Komponen Utama.





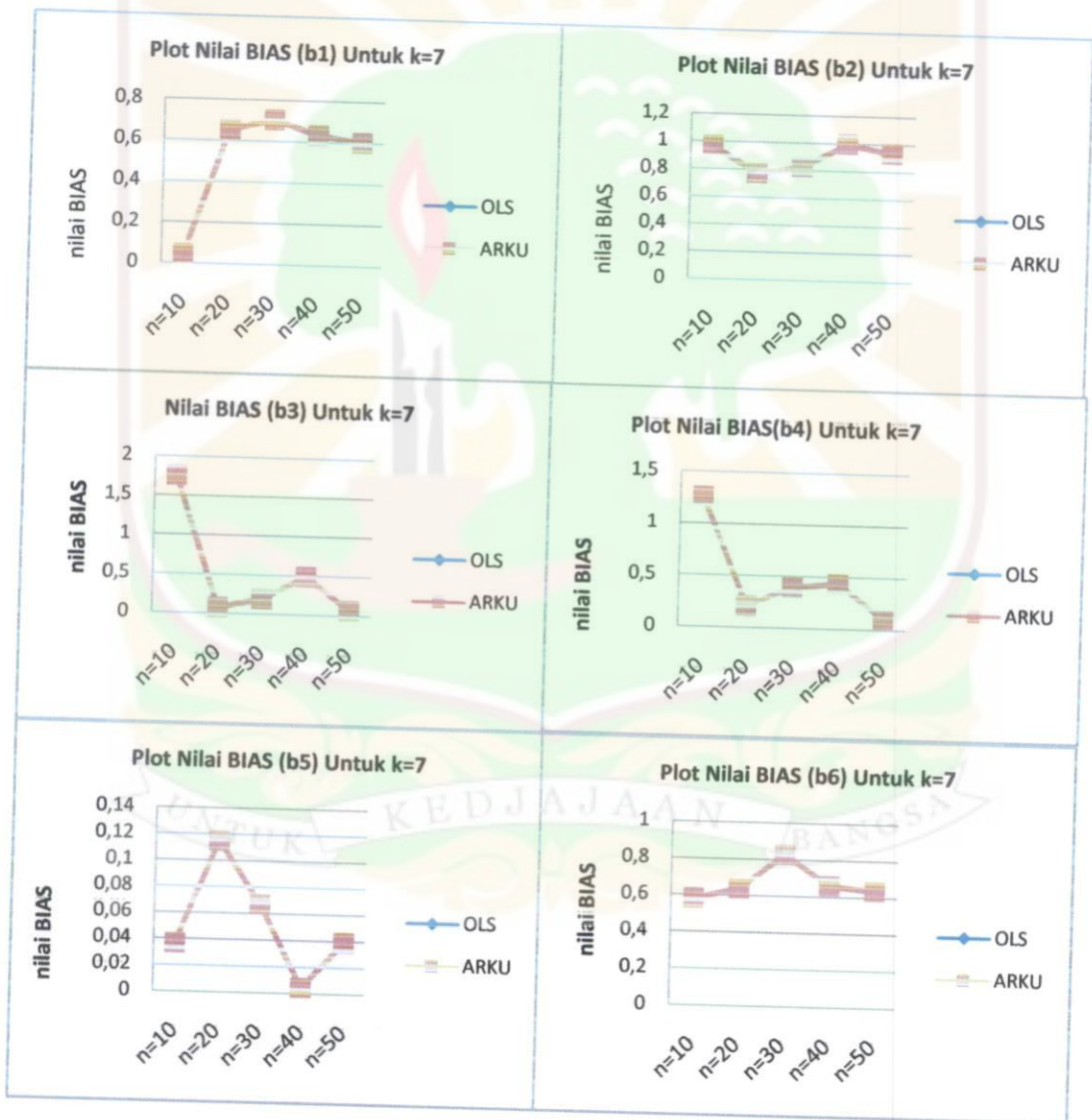
Gambar 4.2.29 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=3$

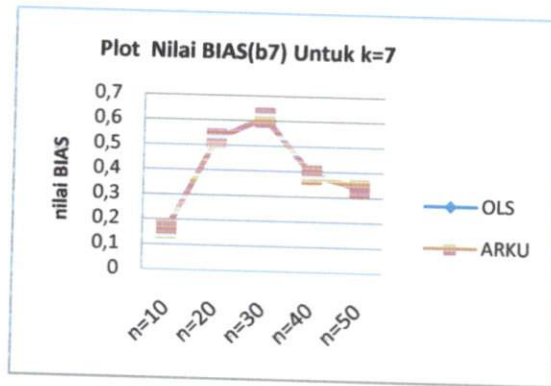
Secara umum, Gambar 4.2.29 dapat terlihat nilai bias dugaan koefisien regresi pada ukuran contoh  $n$  kecil Metode Analisis Regresi Komponen Utama (RKU) lebih besar dibandingkan dengan metode OLS. Semakin besar ukuran contoh  $n$  kedua metode memiliki nilai bias dugaan koefisien regresi makin mirip. nilai bias dugaan koefisien regresi yang lebih kecil dari metode RKU. Artinya, kedua metode merupakan metode yang baik dengan semakin bertambahnya ukuran contoh  $n$ .

**g. Tujuh Komponen Utama ( $k=7$ )**

Nilai bias penduga parameter dari Metode Kuadrat Terkecil dan saat dimasukkan 7 KU pada Metode Regresi Komponen Utama dengan diperoleh dari proses simulasi data dengan Makro Minitab 14 dapat dilihat pada Lampiran 7.

Gambar berikut yang memperlihatkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (OLS) dan saat dimasukkan 7 KU pada Analisis Regresi Komponen Utama.





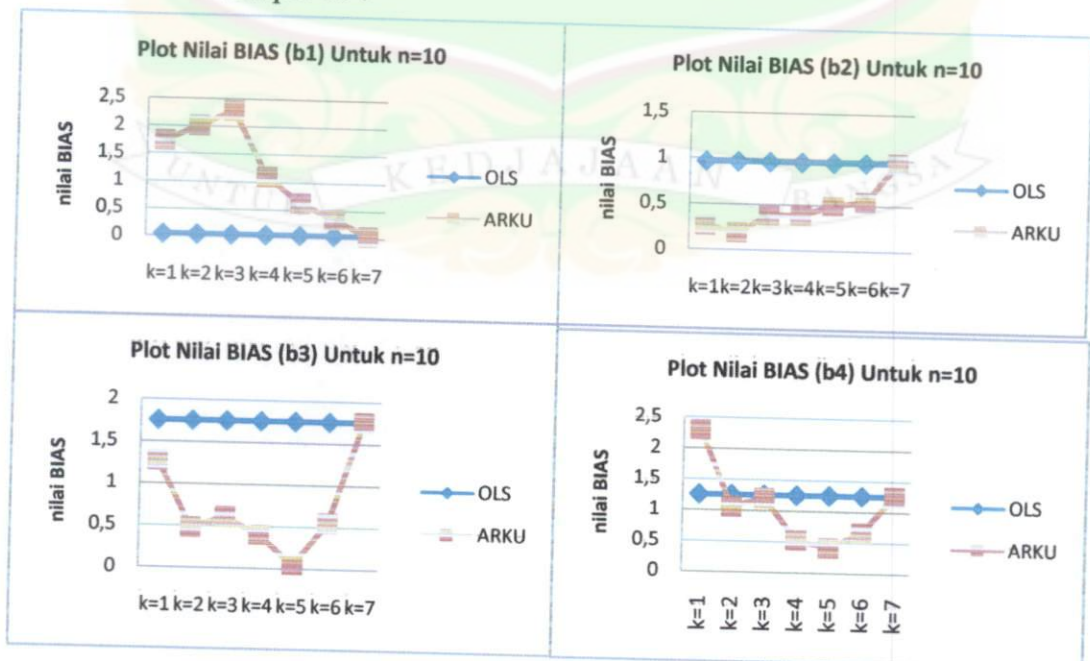
Gambar 4.2.30 Nilai Bias dugaan koefisien regresi untuk  $k=3$

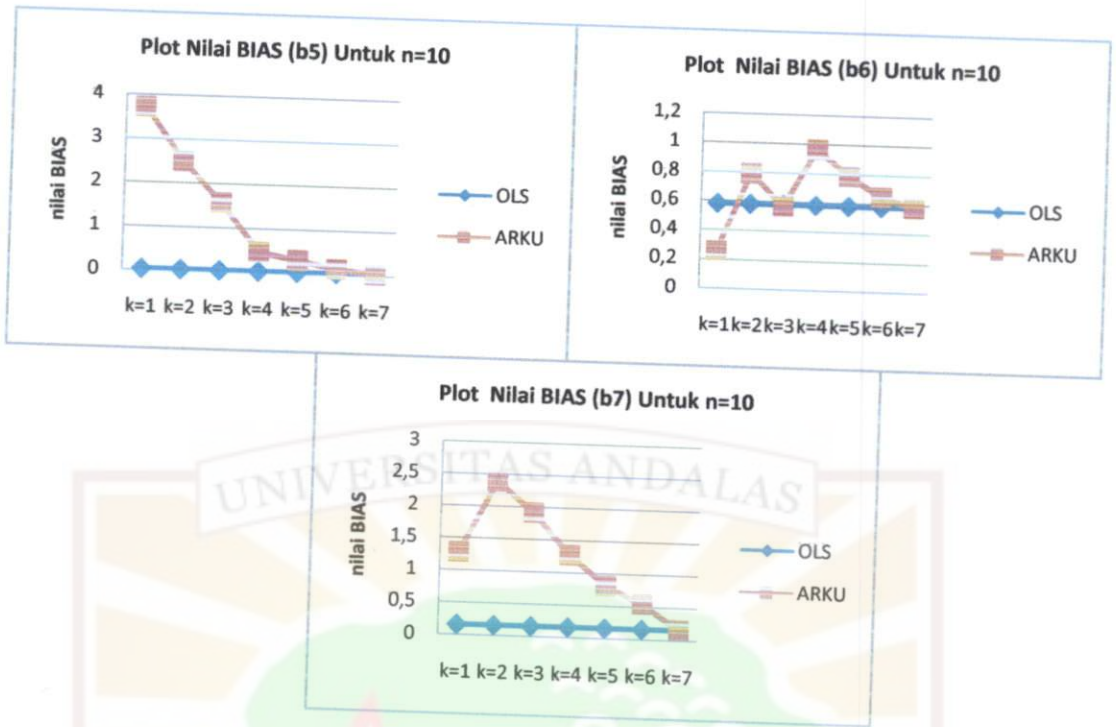
Terlihat dari Gambar 4.2.27 nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) pada Metode Analisis Regresi Komponen Utama (RKU) dan Metode Kuadrat Terkecil mirip untuk semua ukuran  $n$ -sampel data. Artinya, kedua metode merupakan metode yang baik.

### Menurut Pengaruh Penambahan Komponen

#### a. Untuk Ukuran $n$ -Sampel 10

Berikut gambar yang menunjukkan perbandingan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada metode regresi komponen utama untuk ukuran  $n$ -sampel 10.



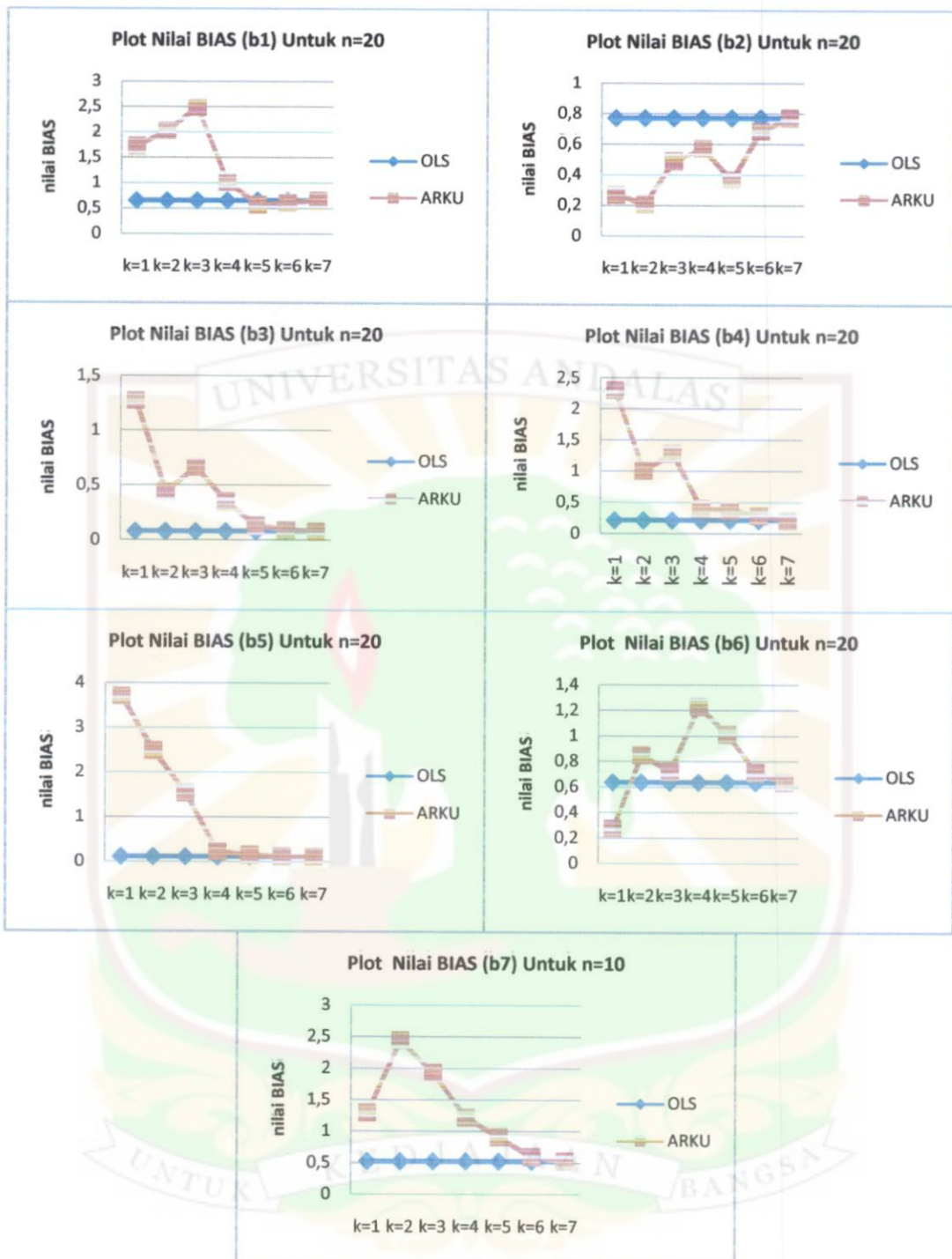


Gambar 4.2.31 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=10$

Secara umum, dapat terlihat pada Gambar 4.2.31 penambahan komponen mempengaruhi nilai bias dugaan koefisien regresi pada metode RCU terlihat nilainya semakin besar pada saat dilakukan penambahan komponen. Terlihat juga secara umum Metode OLS memiliki nilai bias dugaan koefisien regresi lebih kecil dari metode RCU.

**b. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 20**

Berikut Gambar 4.2.32 yang menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukan penambahan komponen pada metode RCU untuk ukuran  $n$ -sampel 20.

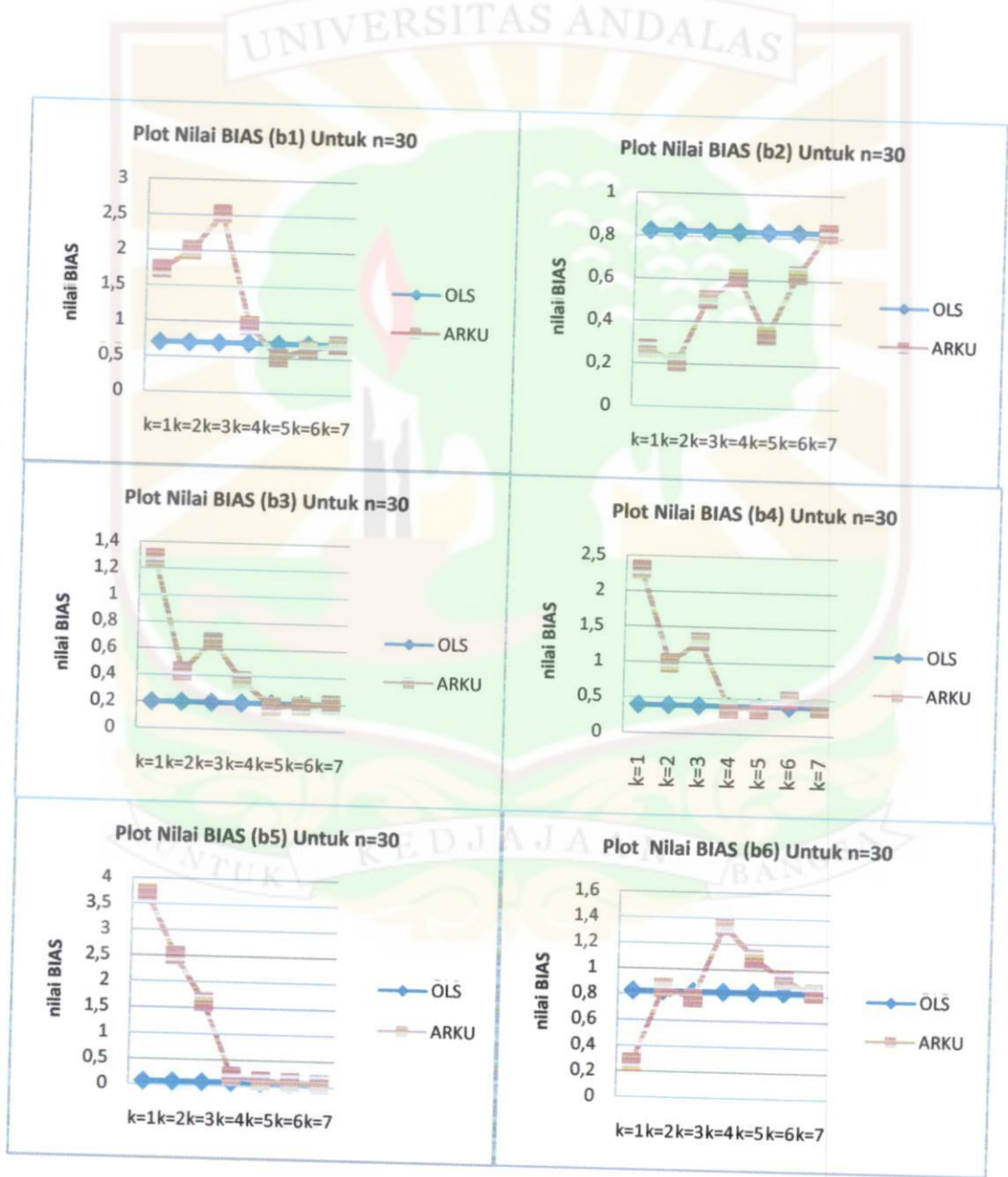


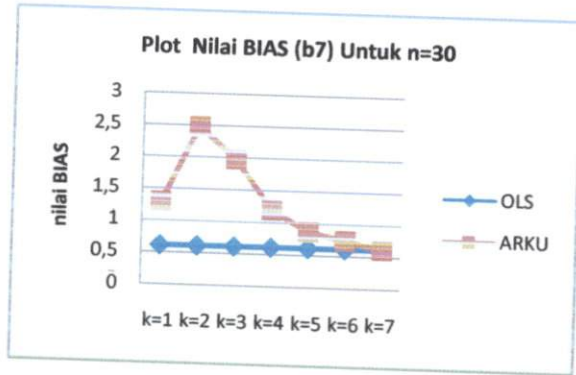
Gambar 4.2.32 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=20$ . Dapat terlihat pada Gambar 4.2.32 nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  pada metode RKU semakin dilakukan penambahan komponen maka nilainya hampir sama. Secara umum, pada metode OLS nilai bias dugaan

koefisien regresiya lebih kecil dibandingkan metode Regresi Komponen Utama (RKU).

**c. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 30**

Gambar berikut menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  yang diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RKU untuk ukuran  $n$ -sampel 30.

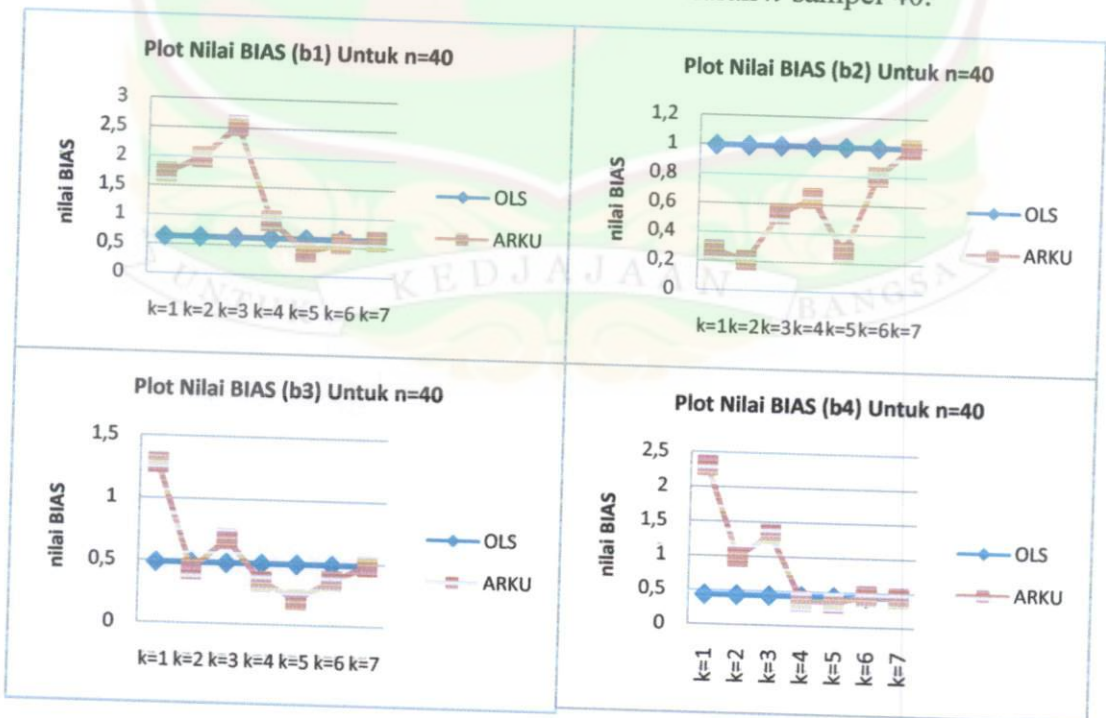


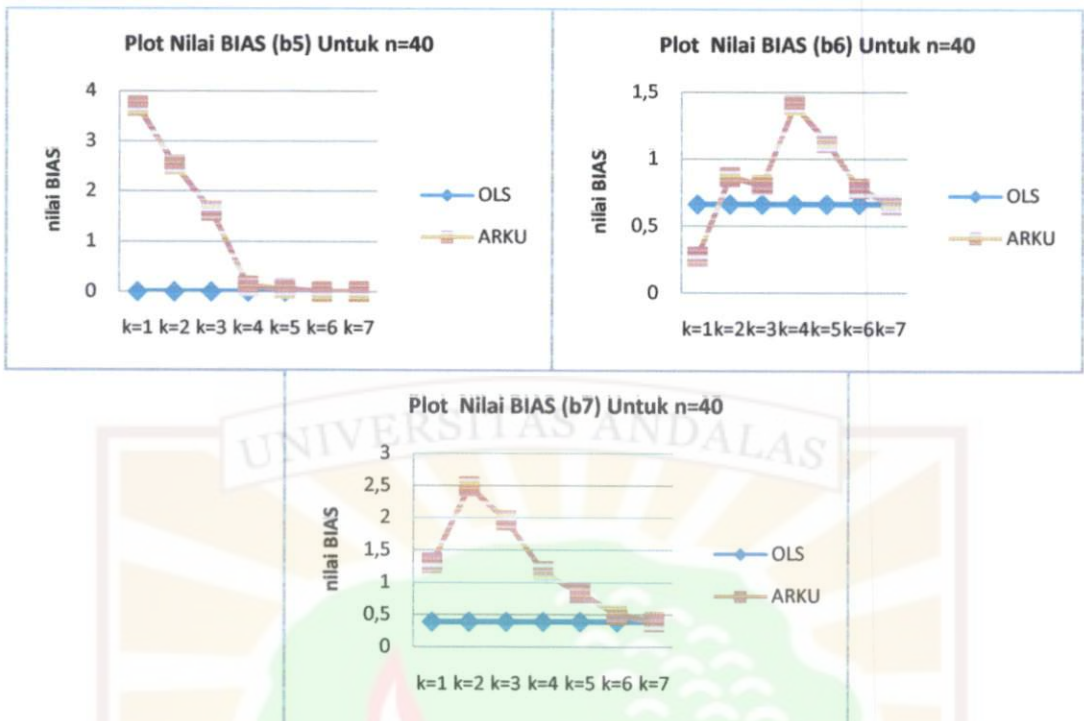


Gambar 4.2.33 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=30$ . Pada Gambar 4.2.33 secara umum nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  pada metode OLS lebih kecil dibandingkan metode regresi komponen utama (RKU). Pada metode RKU semakin dilakukan penambahan komponen nilai bias dugaan koefisien regresi hampir sama.

**d. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 40**

Berikut gambar yang menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RKU untuk ukuran  $n$ -sampel 40.

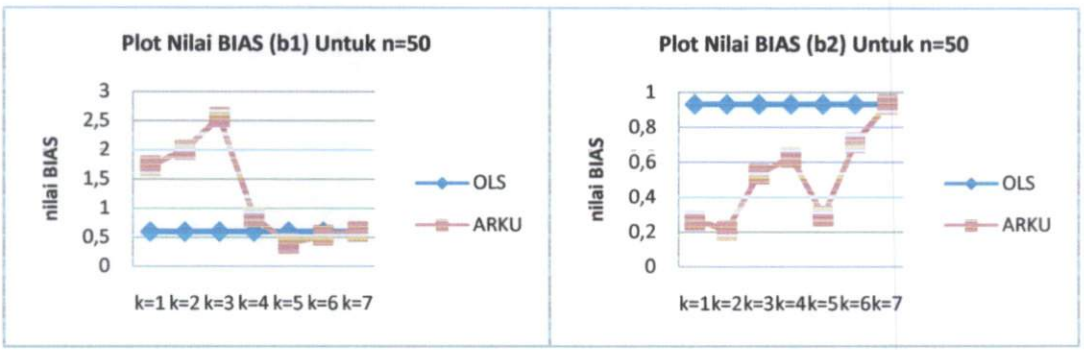


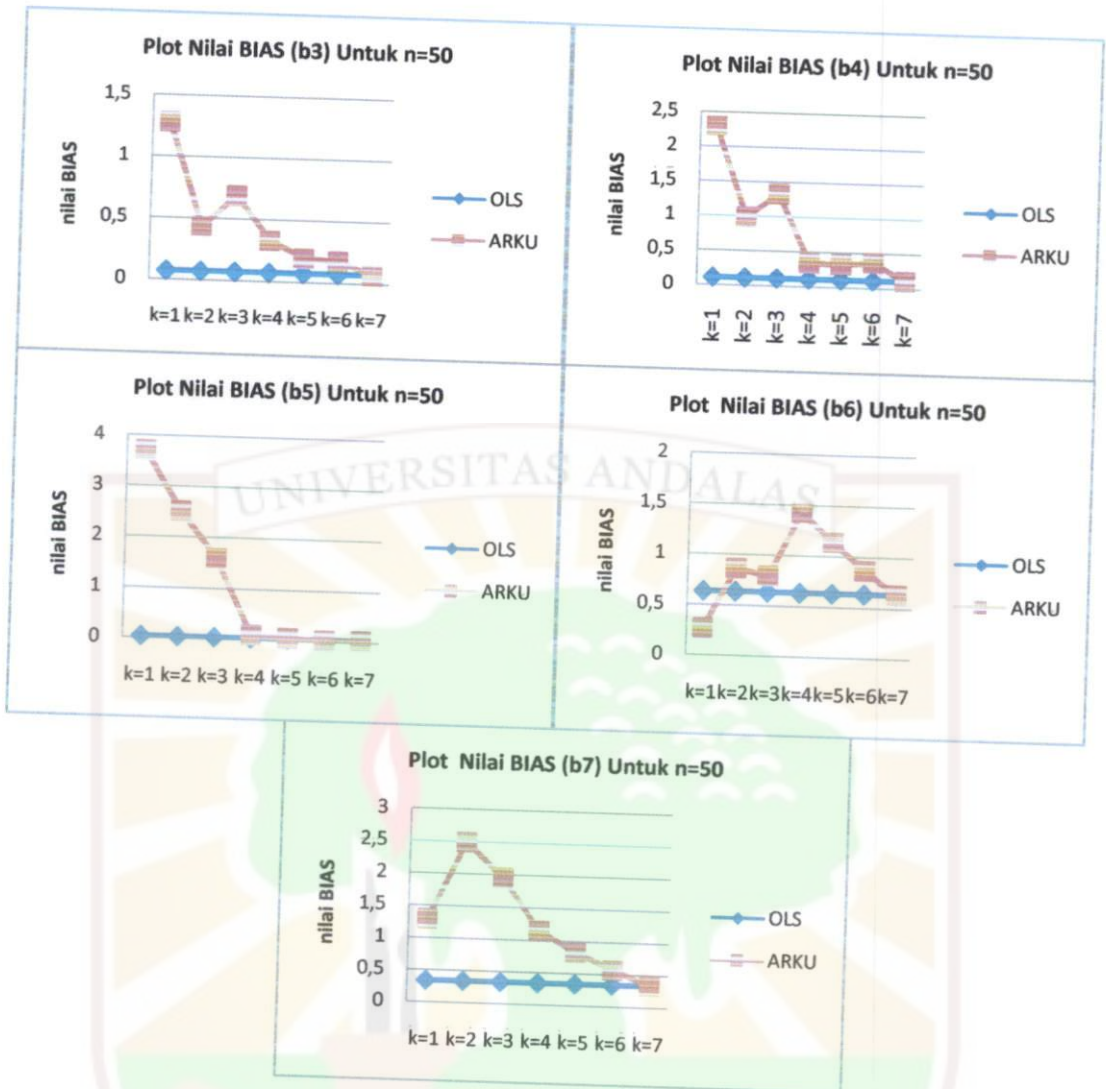


Gambar 4.2.34 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=40$ . Dapat terlihat pada Gambar 4.2.34 nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  pada metode RCU semakin dilakukan penambahan komponen nilainya hampir sama. Pada gambar ini pada  $n=40$  secara umum metode OLS nilai bias dugaan koefisien regresi lebih kecil dari metode RCU.

**e. Untuk Ukuran  $n$ -Sampel 50**

Berikut gambar yang menunjukkan nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,$  dan  $b_7$  diperoleh dari metode OLS dan disaat dilakukukan penambahan komponen pada metode RCU untuk ukuran  $n$ -sampel 50.





Gambar 4.2.35 Nilai bias dugaan koefisien regresi untuk ukuran sampel  $n=50$

Dapat terlihat pada Gambar 4.2.35 secara umum untuk  $n=50$  nilai bias dugaan koefisien regresi  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ , dan  $b_7$  pada metode OLS lebih kecil dibandingkan metode regresi komponen utama (RKU). Semakin dilakukan penambahan komponen nilai bias dugaan koefisien regresi metode RKU hampir sama. Artinya, penambahan KU mempengaruhi nilai bias pendugaan pada metode RKU.

## BAB V

### KESIMPULAN

Pada dasarnya banyak metode yang dapat digunakan untuk mengatasi multikolinieritas, diantaranya yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Metode Regresi Komponen Utama. Pada penelitian ini, dilakukan perbandingan Metode Kuadrat Terkecil(OLS) dan Metode Regresi Komponen Utama(RKU) dalam kondisi terjadi multikolinieritas melihat pengaruh ukuran contoh dan pengaruh penambahan komponen.

Berdasarkan ukuran contoh, semakin besar ukuran contoh  $n$  secara umum terlihat bahwa nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) pada metode RKU semakin mendekati nilai  $R^2$  pada metode OLS. Dilihat dari nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi secara umum untuk semua ukuran contoh metode OLS lebih besar dari metode RKU sehingga terlihat metode RKU memenuhi kriteria kebaikan metode dalam penanganan multikolinieritas. Walaupun nilai bias dugaan koefisien regresi metode RKU tidak selalu terkecil.

Selanjutnya, berdasarkan jumlah komponen utama yang digunakan, semakin besar komponen yang dimasukkan nilai  $R^2$  pada metode RKU hampir sama dengan metode OLS, dan jika semua komponen utama digunakan dalam pendugaan model regresi maka akan diperoleh nilai  $R^2$  yang persis sama dengan OLS. Untuk nilai standar deviasi dugaan koefisien regresi pada metode RKU sebagian besar lebih kecil dari metode OLS. Dengan demikian metode RKU merupakan metode yang lebih baik dibandingkan OLS ketika terjadi multikolinieritas. Walaupun nilai bias dugaan koefisien regresi metode RKU

terkadang lebih besar dibanding metode OLS dilihat dari jumlah komponen yang dimasukkan. Ini karena nilai standar deviasi dan bias terkadang terjadi baku timbang dimana nilai standar deviasi dugaan kecil belum tentu nilai bias dugaannya kecil.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Draper, N. R dan H. Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. PT. Gramedia, Jakarta
- [2] Gaspersz, V. 1992. *Teknik Analisis Dalam Penelitian Percobaan*. Tarsito, Bandung
- [3] Gujaradi, D. 1997. *Ekonometrika Dasar*. Erlangga, Jakarta
- [4] Jolliffe. I.T. 1986. *Principal Component Analysis*. Springer. Verlag, New York
- [5] Khairat. 2007. *Metode Analisis Regresi Komponen Utama Dalam Mengatasi Multikolinearitas*. Skripsi-S1. Tidak diterbitkan. UNAND.
- [6] Myers, R.H. 1990. *Classical and Modern Regression with Application*. 2<sup>nd</sup>.ed. PWS- KENT. Publishing Company, Boston
- [7] Napitupulu, Humala L. 2009. Simulasi sistem pemodelan dan analisis. USU Press, Medan.  
[http://usupress.usu.ac.id/files/SIMULASI%20SISTEM\\_final\\_awal.pdf](http://usupress.usu.ac.id/files/SIMULASI%20SISTEM_final_awal.pdf)  
, Tgl 11 juni 2012, 21:06
- [8] Nurhasanah. 2006. *Perbandingan regresi komponen utama Terkoreksi dengan regresi ridge dalam Mengatasi multikolinearitas*. Tesis-S2. Tidak diterbitkan. IPB.  
<http://repository.ipb.ac.id/bitstream/handle/123456789/9918/2006nur2.pdf?sequence=2>, Tgl 21 juni 2012, 20:13
- [9] Ryan T.P. 1996. *Modern Regression Method*. John Wiley & Sons, New York
- [10] Sartono, B.F.M. Affendi, U.D. Syafitri, LM. Sumertajaya, dan Y. Angraeni. 2003. *Analisis Peubah Ganda*. IPB. Bogor
- [11] Walpole R.E. dan Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Terjemahan Bambang Sumantri, Edisi ke-4. Penerbit ITB.Bandung



Lampiran 1. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=1$ .

n-sampel	nilai rata-ran $R^2$	
	OLS	RKU
n=10	0,990273	0,872837
n=20	0,97689	0,87387
n=40	0,971333	0,875047
n=50	0,970238	0,876207

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai stdev( $b_i$ )		Nilai $b_i$	n-sampel	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU			OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	0,096341	b1	n=10	0,043877	1,736031
	n=20	2,784807	0,058175		n=20	0,655954	1,727578
	n=30	1,937719	0,050574		n=30	0,704111	1,731375
	n=40	1,590405	0,040257		n=40	0,633152	1,726456
	n=50	1,346601	0,034969		n=50	0,601726	1,727992
b2	n=10	12,60579	0,084227	b2	n=10	0,96725	0,266102
	n=20	4,207136	0,053257		n=20	0,771621	0,270488
	n=30	3,032353	0,045221		n=30	0,824473	0,268219
	n=40	2,57473	0,035619		n=40	0,997585	0,272513
	n=50	2,167526	0,030878		n=50	0,931936	0,270442
b3	n=10	14,77444	0,073473	b3	n=10	0,043877	1,736031
	n=20	5,185004	0,046094		n=20	0,655954	1,727578
	n=30	3,584261	0,039525		n=30	0,704111	1,731375
	n=40	2,789331	0,032835		n=40	0,633152	1,726456
	n=50	2,555391	0,027279		n=50	0,601726	1,727992
b4	n=10	13,59403	0,071447	b4	n=10	0,96725	0,266102
	n=20	4,475365	0,044635		n=20	0,771621	0,270488
	n=30	3,092356	0,035222		n=30	0,824473	0,268219
	n=40	2,562098	0,031698		n=40	0,997585	0,272513
	n=50	2,296625	0,027036		n=50	0,931936	0,270442
b5	n=10	3,788349	0,166284	b5	n=10	0,036864	3,720731
	n=20	1,270338	0,103134		n=20	0,115301	3,699709
	n=30	0,858802	0,085895		n=30	0,06707	3,703111
	n=40	0,791013	0,070563		n=40	0,004352	3,699528
	n=50	0,643158	0,063935		n=50	0,038955	3,703019
b6	n=10	12,15765	0,128206	b6	n=10	0,58186	0,259855
	n=20	3,902811	0,080697		n=20	0,637762	0,273401
	n=30	2,843194	0,06836		n=30	0,827012	0,267612
	n=40	2,304573	0,054318		n=40	0,661476	0,272652
	n=50	1,899141	0,051103		n=50	0,635284	0,269861
b7	n=10	10,84217	0,147288	b7	n=10	0,159796	1,280202
	n=20	3,639168	0,099948		n=20	0,526034	1,294222
	n=30	2,672603	0,080259		n=30	0,613101	1,290677
	n=40	2,217414	0,06447		n=40	0,389397	1,296254
	n=50	1,86441	0,060365		n=50	0,338993	1,293264

Lampiran 2. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=2$ .

n-sampel	nilai rata-ran $R^2$	
	OLS	RKU
n=10	0,990273	0,955111
n=20	0,97689	0,951751
n=30	0,973409	0,952791
n=40	0,971333	0,951296
n=50	0,970238	0,95118

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai stdev( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	0,322183
	n=20	2,784807	0,22703
	n=30	1,937719	0,172251
	n=40	1,590405	0,141802
	n=50	1,346601	0,122985
b2	n=10	12,60579	0,267762
	n=20	4,207136	0,189628
	n=30	3,032353	0,131561
	n=40	2,57473	0,115775
	n=50	2,167526	0,09449
b3	n=10	14,77444	0,30709
	n=20	5,185004	0,203783
	n=30	3,584261	0,144909
	n=40	2,789331	0,119476
	n=50	2,555391	0,100513
b4	n=10	13,59403	0,505594
	n=20	4,475365	0,338979
	n=30	3,092356	0,240754
	n=40	2,562098	0,200235
	n=50	2,296625	0,182844
b5	n=10	3,788349	0,644318
	n=20	1,270338	0,435227
	n=30	0,858802	0,315128
	n=40	0,791013	0,264897
	n=50	0,643158	0,234721
b6	n=10	12,15765	0,242717
	n=20	3,902811	0,154636
	n=30	2,843194	0,114582
	n=40	2,304573	0,098529
	n=50	1,899141	0,087931
b7	n=10	10,84217	0,417286
	n=20	3,639168	0,262437
	n=30	2,672603	0,181595
	n=40	2,217414	0,151188
	n=50	1,86441	0,134364

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	0,043877	2,012942
	n=20	0,655954	2,020868
	n=30	0,704111	2,006125
	n=40	0,633152	1,99531
	n=50	0,601726	2,006669
b2	n=10	0,96725	0,190748
	n=20	0,771621	0,208975
	n=30	0,824473	0,209231
	n=40	0,997585	0,208293
	n=50	0,931936	0,211345
b3	n=10	1,757078	0,479126
	n=20	0,080757	0,441276
	n=30	0,200712	0,426445
	n=40	0,490839	0,433219
	n=50	0,07206	0,431146
b4	n=10	1,256625	1,060283
	n=20	0,212367	1,000971
	n=30	0,394915	0,987243
	n=40	0,437069	0,99229
	n=50	0,108839	0,984764
b5	n=10	0,036864	2,49318
	n=20	0,115301	2,485009
	n=30	0,06707	2,506603
	n=40	0,004352	2,524796
	n=50	0,038955	2,511185
b6	n=10	0,58186	0,792015
	n=20	0,637762	0,851416
	n=30	0,827012	0,85286
	n=40	0,661476	0,865462
	n=50	0,635284	0,862485
b7	n=10	0,159796	2,387551
	n=20	0,526034	2,442926
	n=30	0,613101	2,483059
	n=40	0,389397	2,486145
	n=50	0,338993	2,489219

Lampiran 3. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=3$ .

n-sampel	nilai rata-ran $R^2$	
	OLS	RKU
n=10	0,990273	0,872837
n=20	0,97689	0,87387
n=30	0,973409	0,87536
n=40	0,971333	0,875047
n=50	0,970238	0,876207

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai stdev( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	0,834984
	n=20	2,784807	0,511425
	n=30	1,937719	0,360326
	n=40	1,590405	0,299118
	n=50	1,346601	0,273173
b2	n=10	12,60579	0,502933
	n=20	4,207136	0,333732
	n=30	3,032353	0,21416
	n=40	2,57473	0,183831
	n=50	2,167526	0,168549
b3	n=10	14,77444	0,489003
	n=20	5,185004	0,311195
	n=30	3,584261	0,223392
	n=40	2,789331	0,187532
	n=50	2,555391	0,163579
b4	n=10	13,59403	0,660868
	n=20	4,475365	0,446842
	n=30	3,092356	0,326366
	n=40	2,562098	0,275832
	n=50	2,296625	0,241539
b5	n=10	3,788349	1,211046
	n=20	1,270338	0,805686
	n=30	0,858802	0,62636
	n=40	0,791013	0,546183
	n=50	0,643158	0,502614
b6	n=10	12,15765	0,575212
	n=20	3,902811	0,363533
	n=30	2,843194	0,219252
	n=40	2,304573	0,185656
	n=50	1,899141	0,165722
b7	n=10	10,84217	0,804453
	n=20	3,639168	0,547196
	n=30	2,672603	0,401846
	n=40	2,217414	0,364613
	n=50	1,86441	0,309892

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	0,043877	2,288994
	n=20	0,655954	2,494621
	n=30	0,704111	2,523579
	n=40	0,633152	2,54673
	n=50	0,601726	2,560165
b2	n=10	0,96725	0,382005
	n=20	0,771621	0,490228
	n=30	0,824473	0,504478
	n=40	0,997585	0,532888
	n=50	0,931936	0,532865
b3	n=10	1,757078	0,609942
	n=20	0,080757	0,665668
	n=30	0,200712	0,661688
	n=40	0,490839	0,68248
	n=50	0,07206	0,689711
b4	n=10	0,96725	0,382005
	n=20	0,771621	0,490228
	n=30	0,824473	0,504478
	n=40	0,997585	0,532888
	n=50	0,931936	0,532865
b5	n=10	0,036864	1,572028
	n=20	0,115301	1,543626
	n=30	0,06707	1,61411
	n=40	0,004352	1,605343
	n=50	0,038955	1,591086
b6	n=10	0,58186	0,570885
	n=20	0,637762	0,720354
	n=30	0,827012	0,776956
	n=40	0,661476	0,806253
	n=50	0,635284	0,796075
b7	n=10	0,159796	1,913056
	n=20	0,526034	1,929468
	n=30	0,613101	1,970756
	n=40	0,389397	1,96049
	n=50	0,338993	1,953069

Lampiran 4. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=4$ .

n-sampel	nilai rata-ran $R^2$	
	OLS	RKU
n=10	0,990273	0,872837
n=20	0,97689	0,970984
n=30	0,973409	0,969715
n=40	0,971333	0,968568
n=50	0,970238	0,968067

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai stdev( $b_i$ )		Nilai $b_i$	n-sampel	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU			OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	1,66646	b1	n=10	0,043877	1,097684
	n=20	2,784807	1,061472		n=20	0,655954	1,02285
	n=30	1,937719	0,804489		n=30	0,704111	0,957396
	n=40	1,590405	0,666438		n=40	0,633152	0,932752
	n=50	1,346601	0,605639		n=50	0,601726	0,851164
b2	n=10	12,60579	1,395606	b2	n=10	0,96725	0,390787
	n=20	4,207136	0,763817		n=20	0,771621	0,570295
	n=30	3,032353	0,547772		n=30	0,824473	0,608876
	n=40	2,57473	0,467445		n=40	0,997585	0,643919
	n=50	2,167526	0,4003		n=50	0,931936	0,629825
b3	n=10	14,77444	0,865572	b3	n=10	1,757078	0,400358
	n=20	5,185004	0,47814		n=20	0,080757	0,352019
	n=30	3,584261	0,333164		n=30	0,200712	0,36643
	n=40	2,789331	0,265465		n=40	0,490839	0,346995
	n=50	2,555391	0,242239		n=50	0,07206	0,332707
b4	n=10	13,59403	0,99068	b4	n=10	1,256625	0,530242
	n=20	4,475365	0,649662		n=20	0,212367	0,397947
	n=30	3,092356	0,47547		n=30	0,394915	0,361919
	n=40	2,562098	0,417374		n=40	0,437069	0,366338
	n=50	2,296625	0,37152		n=50	0,108839	0,34025
b5	n=10	3,788349	1,569799	b5	n=10	0,036864	0,474114
	n=20	1,270338	0,931135		n=20	0,115301	0,229381
	n=30	0,858802	0,695666		n=30	0,06707	0,180094
	n=40	0,791013	0,655905		n=40	0,004352	0,1115
	n=50	0,643158	0,530985		n=50	0,038955	0,100888
b6	n=10	12,15765	1,765457	b6	n=10	0,58186	0,966383
	n=20	3,902811	1,058183		n=20	0,637762	1,228669
	n=30	2,843194	0,814309		n=30	0,827012	1,34195
	n=40	2,304573	0,708615		n=40	0,661476	1,401348
	n=50	1,899141	0,582118		n=50	0,635284	1,430162
b7	n=10	10,84217	1,201553	b7	n=10	0,159796	1,273062
	n=20	3,639168	0,708941		n=20	0,526034	1,220925
	n=30	2,672603	0,496684		n=30	0,613101	1,195403
	n=40	2,217414	0,442916		n=40	0,389397	1,165375
	n=50	1,86441	0,374741		n=50	0,338993	1,149563

Lampiran 5. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=5$ .

n-sampel	nilai rata-ran $R^2$	
	n=10	0,990273
n=20	0,97689	0,973215
n=30	0,973409	0,971129
n=40	0,971333	0,969552
n=50	0,970238	0,968811

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai stdev( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	3,526882
	n=20	2,784807	2,140534
	n=30	1,937719	1,584977
	n=40	1,590405	1,337338
	n=50	1,346601	1,168289
b2	n=10	12,60579	3,491774
	n=20	4,207136	1,843301
	n=30	3,032353	1,362696
	n=40	2,57473	1,080335
	n=50	2,167526	0,926662
b3	n=10	14,77444	2,31387
	n=20	5,185004	1,130772
	n=30	3,584261	0,636389
	n=40	2,789331	0,483316
	n=50	2,555391	0,431367
b4	n=10	13,59403	1,841193
	n=20	4,475365	0,911291
	n=30	3,092356	0,576249
	n=40	2,562098	0,444622
	n=50	2,296625	0,38664
b5	n=10	3,788349	1,84218
	n=20	1,270338	1,008016
	n=30	0,858802	0,738463
	n=40	0,791013	0,662562
	n=50	0,643158	0,547158
b6	n=10	12,15765	2,953832
	n=20	3,902811	1,690534
	n=30	2,843194	1,344889
	n=40	2,304573	1,075302
	n=50	1,899141	0,880676
b7	n=10	10,84217	2,726483
	n=20	3,639168	1,475407
	n=30	2,672603	1,111341
	n=40	2,217414	0,905394
	n=50	1,86441	0,781679

Nilai $b_i$	n-sampel	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	0,043877	0,629573
	n=20	0,655954	0,572316
	n=30	0,704111	0,512224
	n=40	0,633152	0,42156
	n=50	0,601726	0,395185
b2	n=10	0,96725	0,500154
	n=20	0,771621	0,363571
	n=30	0,824473	0,336959
	n=40	0,997585	0,275974
	n=50	0,931936	0,293048
b3	n=10	1,757078	0,049102
	n=20	0,080757	0,130704
	n=30	0,200712	0,181419
	n=40	0,490839	0,20855
	n=50	0,07206	0,196958
b4	n=10	1,256625	0,414457
	n=20	0,212367	0,373982
	n=30	0,394915	0,36211
	n=40	0,437069	0,351151
	n=50	0,108839	0,333857
b5	n=10	0,036864	0,308819
	n=20	0,115301	0,14947
	n=30	0,06707	0,099576
	n=40	0,004352	0,058219
	n=50	0,038955	0,06142
b6	n=10	0,58186	0,786854
	n=20	0,637762	1,01471
	n=30	0,827012	1,090456
	n=40	0,661476	1,124256
	n=50	0,635284	1,14345
b7	n=10	0,159796	0,813269
	n=20	0,526034	0,91282
	n=30	0,613101	0,867374
	n=40	0,389397	0,831916
	n=50	0,338993	0,837388

Lampiran 6. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=6$ .

n-sample	nilai rata-ran $R^2$	
	n=10	0,990273
n=20	0,97689	0,975059
n=30	0,973409	0,972254
n=40	0,971333	0,970456
n=50	0,970238	0,969525

Nilai $b_i$	n-sample	nilai stdev( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	4,841124
	n=20	2,784807	2,495781
	n=30	1,937719	1,740721
	n=40	1,590405	1,465297
	n=50	1,346601	1,251096
b2	n=10	12,60579	5,728234
	n=20	4,207136	3,030724
	n=30	3,032353	2,259138
	n=40	2,57473	1,982997
	n=50	2,167526	1,73301
b3	n=10	14,77444	5,851244
	n=20	5,185004	3,127388
	n=30	3,584261	2,362325
	n=40	2,789331	1,94921
	n=50	2,555391	1,7844
b4	n=10	13,59403	4,374015
	n=20	4,475365	2,139066
	n=30	3,092356	1,516885
	n=40	2,562098	1,143176
	n=50	2,296625	0,947683
b5	n=10	3,788349	2,158205
	n=20	1,270338	1,082552
	n=30	0,858802	0,780354
	n=40	0,791013	0,713181
	n=50	0,643158	0,581396
b6	n=10	12,15765	4,830102
	n=20	3,902811	2,457407
	n=30	2,843194	1,959414
	n=40	2,304573	1,551637
	n=50	1,899141	1,315076
b7	n=10	10,84217	4,62466
	n=20	3,639168	2,281463
	n=30	2,672603	1,75238
	n=40	2,217414	1,438247
	n=50	1,86441	1,271739

Nilai $b_i$	n-sample	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU
b1	n=10	0,043877	0,348712
	n=20	0,655954	0,617739
	n=30	0,704111	0,629965
	n=40	0,633152	0,571672
	n=50	0,601726	0,532163
b2	n=10	0,96725	0,543084
	n=20	0,771621	0,684897
	n=30	0,824473	0,627318
	n=40	0,997585	0,805295
	n=50	0,931936	0,713004
b3	n=10	1,757078	0,551699
	n=20	0,080757	0,095801
	n=30	0,200712	0,185511
	n=40	0,490839	0,365201
	n=50	0,07206	0,178466
b4	n=10	1,256625	0,665414
	n=20	0,212367	0,287093
	n=30	0,394915	0,498353
	n=40	0,437069	0,461028
	n=50	0,108839	0,36761
b5	n=10	0,036864	0,139614
	n=20	0,115301	0,116712
	n=30	0,06707	0,079843
	n=40	0,004352	0,002815
	n=50	0,038955	0,026869
b6	n=10	0,58186	0,649767
	n=20	0,637762	0,71542
	n=30	0,827012	0,930026
	n=40	0,661476	0,779102
	n=50	0,635284	0,867903
b7	n=10	0,159796	0,541467
	n=20	0,526034	0,597154
	n=30	0,613101	0,742344
	n=40	0,389397	0,503431
	n=50	0,338993	0,575082

Lampiran 7. Nilai rata-ran  $R^2$ , nilai stdev ( $b_i$ ) dan nilai bias ( $b_i$ ) untuk  $k=7$ .

n-sample	nilai rata-ran $R^2$	
n=10	0,990273	0,990273
n=20	0,97689	0,97689
n=30	0,973409	0,973409
n=40	0,971333	0,971333
n=50	0,970238	0,970238

Nilai $b_i$	n-sample	nilai stdev( $b_i$ )		Nilai $b_i$	n-sample	nilai bias( $b_i$ )	
		OLS	RKU			OLS	RKU
b1	n=10	9,478553	9,478553	b1	n=10	0,043877	0,043877
	n=20	2,784807	2,784807		n=20	0,655954	0,655954
	n=30	1,937719	1,937719		n=30	0,704111	0,704111
	n=40	1,590405	1,590405		n=40	0,633152	0,633152
	n=50	1,346601	1,346601		n=50	0,601726	0,601726
b2	n=10	12,60579	12,60579	b2	n=10	0,96725	0,96725
	n=20	4,207136	4,207136		n=20	0,771621	0,771621
	n=30	3,032353	3,032353		n=30	0,824473	0,824473
	n=40	2,57473	2,57473		n=40	0,997585	0,997585
	n=50	2,167526	2,167526		n=50	0,931936	0,931936
b3	n=10	14,77444	14,77444	b3	n=10	1,757078	1,757078
	n=20	5,185004	5,185004		n=20	0,080757	0,080757
	n=30	3,584261	3,584261		n=30	0,200712	0,200712
	n=40	2,789331	2,789331		n=40	0,490839	0,490839
	n=50	2,555391	2,555391		n=50	0,07206	0,07206
b4	n=10	13,59403	13,59403	b4	n=10	1,256625	1,256625
	n=20	4,475365	4,475365		n=20	0,212367	0,212367
	n=30	3,092356	3,092356		n=30	0,394915	0,394915
	n=40	2,562098	2,562098		n=40	0,437069	0,437069
	n=50	2,296625	2,296625		n=50	0,108839	0,108839
b5	n=10	3,788349	3,788349	b5	n=10	0,036864	0,036864
	n=20	1,270338	1,270338		n=20	0,115301	0,115301
	n=30	0,858802	0,858802		n=30	0,06707	0,06707
	n=40	0,791013	0,791013		n=40	0,004352	0,004352
	n=50	0,643158	0,643158		n=50	0,038955	0,038955
b6	n=10	12,15765	12,15765	b6	n=10	0,58186	0,58186
	n=20	3,902811	3,902811		n=20	0,637762	0,637762
	n=30	2,843194	2,843194		n=30	0,827012	0,827012
	n=40	2,304573	2,304573		n=40	0,661476	0,661476
	n=50	1,899141	1,899141		n=50	0,635284	0,635284
b7	n=10	10,84217	10,84217	b7	n=10	0,159796	0,159796
	n=20	3,639168	3,639168		n=20	0,526034	0,526034
	n=30	2,672603	2,672603		n=30	0,613101	0,613101
	n=40	2,217414	2,217414		n=40	0,389397	0,389397
	n=50	1,86441	1,86441		n=50	0,338993	0,338993



Penulis bernama Wiwik Aries Tanti. Dilahirkan di Padang pada tanggal 11 April 1990 dari pasangan Parjono dan Yunimar. Penulis menamatkan pendidikan sekolah dasar di SDN 05 Sawahan di kota Padang pada tahun 2002, SMPN 5 Padang pada tahun 2005, SMA Negeri 10 Padang pada tahun 2008. Pada tahun yang sama, penulis diterima sebagai mahasiswa jurusan matematika di fakultas MIPA Universitas Andalas melalui jalur mandiri.

Selama menjadi mahasiswa matematika di FMIPA UNAND penulis pernah magang di KOPMA UNAND. Penulis pernah mengikuti kepanitiaan PAHAMAN, LKMM tingkat madya pada tahun 2009 dan 2010, dan ANJAL yang dilaksanakan di BEM-KM UNAND. Penulis juga pernah KKN di Nagari Ganggo Hilia Pasaman Timur pada tahun 2011. KKN ini merupakan mata kuliah wajib di fakultas.

