

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyebaran penyakit menular selalu menjadi ancaman bagi kesehatan masyarakat. Penyakit menular adalah penyakit yang ditularkan dari suatu individu ke individu lain baik secara langsung maupun dengan bantuan perantara. Penyakit ini disebabkan oleh organisme seperti virus, bakteri, dan lain-lain [1]. Penyebaran penyakit menular dapat menyebabkan masalah serius bagi kelangsungan hidup manusia dan spesies lain, serta dapat mempengaruhi perkembangan ekonomi dan sosial masyarakat. Untuk mencegah dan mengontrol penyebaran penyakit secara lebih efektif, maka penting untuk dipahami mekanisme dan dinamika penyebaran penyakit [2].

Epidemiologi adalah ilmu yang mempelajari kesehatan dan penyakit pada populasi manusia [3]. Model epidemi merupakan model matematika yang menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dalam suatu populasi manusia. Sebagai contoh, ada suatu populasi kecil individu yang mengidap penyakit menular dimasukkan ke dalam suatu populasi yang cukup besar berisi individu yang berkemungkinan untuk tertular. Dalam hal ini model epidemi memiliki peran untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dalam populasi yang cukup besar [4, 5].

Model epidemi sederhana pertama kali dikembangkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Pada model ini populasi diasumsikan kons-

tan dan dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu: kelompok individu yang sehat namun rentan terinfeksi penyakit, kelompok individu yang sudah terinfeksi dan dapat menyebarkan penyakit ke individu lain, dan kelompok individu yang sembuh dan bebas dari penyakit. Model ini kemudian dikenal sebagai model *SIR* (*Susceptible, Infected, Removed*). Selanjutnya Kermack dan McKendrick juga berhasil menemukan parameter ambang batas yang dinotasikan dengan R_0 untuk menentukan apakah suatu wabah terjadi atau tidak setelah individu yang terinfeksi masuk ke dalam populasi individu yang rentan [6, 7].

Pengalaman infeksi sebelumnya oleh individu dapat menyebabkan berkembangnya imunitas. Imunitas (pertahanan tubuh) adalah mekanisme tubuh untuk melindungi diri dari serangan penyakit. Untuk penyakit yang disebabkan oleh virus, individu yang sembuh secara umum mendapatkan imunitas terhadap virus yang sama. Namun, untuk penyakit yang disebabkan oleh bakteri, individu yang sembuh tidak mendapatkan imunitas dan dapat terinfeksi kembali [2]. Imunitas bisa kuat atau lemah, berumur pendek atau tahan lama, tergantung pada sistem imunitas atau sistem kekebalan tubuh [1, 8]. Imunitas melemah merupakan imunitas yang berlangsung untuk periode terbatas sedemikian sehingga individu menjadi rentan kembali [7]. Model epidemi yang menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dengan mempertimbangkan imunitas telah dibahas oleh beberapa peneliti sebelumnya. Model epidemi dengan kekambuhan penyakit dan kehilangan imunitas telah dibahas oleh [9]. Analisis kestabilan dari tipe model epidemi dengan imunitas melemah telah dibahas oleh [10, 11].

Bifurkasi sistem dinamik merupakan suatu fenomena yang menarik dalam analisis model epidemi. Suatu sistem dinamik dikatakan mengalami

bifurkasi jika perilaku kualitatif sistem dinamik tersebut berubah secara tiba-tiba bila suatu parameter berubah. Nilai-nilai parameter yang menyebabkan terjadinya bifurkasi pada suatu sistem dinamik disebut titik bifurkasi. Pada suatu titik bifurkasi, kestabilan mungkin saja masih dipertahankan, mungkin juga hilang [12].

Berdasarkan uraian sebelumnya, maka pada penelitian ini akan dibahas bifurkasi model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah. Kedua model akan dianalisis perilakunya di sekitar titik kritis. Perilaku kualitatif model dianalisis berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian untuk masing-masing titik kritis. Selanjutnya, kestabilan model dikaitkan dengan parameter bifurkasi dengan menampilkan diagram bifurkasi dan potret fasenya. Model yang dianalisis pada penelitian ini merujuk pada artikel dan buku [9, 7].

Pada artikel [9] telah dibahas kestabilan model epidemi dengan kekambuhan penyakit dan kehilangan imunitas. Model epidemi dengan kekambuhan penyakit dan kehilangan imunitas menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dalam suatu populasi, dimana individu yang telah sembuh dari infeksi penyakit dapat menjadi terinfeksi kembali akibat kekambuhan penyakit atau menjadi rentan kembali akibat kehilangan imunitas. Pada model tersebut juga dipertimbangkan kematian individu akibat terinfeksi penyakit.

Model epidemi tanpa imunitas dan imunitas melemah diberikan pada buku [7]. Model epidemi tanpa imunitas menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dalam suatu populasi, dimana individu dapat terinfeksi beberapa kali semasa hidupnya, tanpa imunitas yang jelas. Model epidemi imunitas melemah menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dalam suatu populasi, dimana individu yang telah sembuh dari infeksi penyakit akan memiliki imunitas

yang berlangsung untuk periode terbatas sebelum imunitas melemah (*waning*) sedemikian sehingga individu tersebut menjadi rentan kembali. Pada penelitian ini akan dianalisis perilaku kualitatif (kestabilan titik ktitis) kedua model tersebut. Analisis bifurkasi pada kedua model tersebut juga ditambahkan.

1.2 Rumusan Masalah

Perumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana perilaku model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah?
2. Bagaimana bifurkasi model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah

1. Menentukan perilaku model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah.
2. Menentukan bifurkasi model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah.

1.4 Sistematika Penulisan

Tulisan ini dibagi atas empat bab. Pada Bab I dibahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Pada Bab II dibahas persamaan diferensial, sistem dinamik, bifurkasi sistem dinamik,

metode runge-kutta, epidemiologi, dan imunitas sebagai teori dasar yang berkaitan dengan topik penelitian. Pada Bab III dibahas langkah-langkah penelitian. Selanjutnya pada Bab IV dibahas perilaku kualitatif dan bifurkasi model epidemi tanpa imunitas dan dengan imunitas melemah. Hasil-hasil yang diperoleh kemudian disimpulkan pada Bab V.

