APLIKASI BILANGAN FUZZY PADA PERMASALAHAN PROGRAM LINEAR DENGAN PARAMETER FUZZY PADA FUNGSI PEMBATAS DAN FUNGSI OBJEKTIF

TESIS

ARNIZA MASWITA
06215135

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG 2008

APLIKASI BILANGAN *FUZZY* PADA PERMASALAHAN PROGRAM LINIER DENGAN PARAMETER *FUZZY* PADA FUNGSI PEMBATAS DAN FUNGSI OBJEKTIF

Oleh: Arniza Maswita

(Di bawah bimbingan Dr. Susila Bahri, M.Sc Dra.Nova Noliza Bakar, M.Si)

RINGKASAN

Permasalahan program linier merupakan salah satu model matematika yang sering digunakan untuk menentukan solusi optimal. Dalam usaha memaksimalkan keuntungan suatu perusahaan, sering kali perusahaan memperkirakan perlunya penambahan material dan jam kerja yang ada, tanpa adanya angka yang pasti. Misalnya penambahan material "*sekitar p*" satuan, atau adanya penambahan jam kerja "*sekitar q*". Hal ini merupakan permasalahan *fuzzy* dalam bentuk program linier. Masalah seperti ini tidak dapat diselesaikan dengan metode biasa seperti metode grafik , metode aljabar, dan metode simpleks. Untuk itulah penyelesaian permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* seperti diatas, perlu dan sangat penting untuk dibahas dan dikembangkan.

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperlihatkan solusi optimal pada permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas dan fungsi objektif.

Penelitian ini dilakukan dari bulan Juni 2008 – September 2008 di Payakumbuh dan Padang.

Di dalam penelitian ini akan dibahas satu contoh permasalahan yang dihadapi oleh sebuah perusahaan *furniture* dalam menentukan keuntungan maksimal, namun permasalahan yang dihadapi mengandung parameter *fuzzy*.

Adapun langkah–langkah yang dilakukan dalam menentukan solusi optimal pada permasalah program linier berparameter *fuzzy* tersebut adalah yaitu:

1. Merumuskan permasalahan yang menggandung parameter *fuzzy* dalam bentuk program linier *fuzzy*, yang terdiri dari:
   A. Program linier dengan parameter *fuzzy* pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$.
   B. Program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi objektif
2. Menentukan fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy*.
3. Maksimasi $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ terhadap fungsi pembatas $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \bar{b}_i$ dan fungsi objektif.
4. menefenisikan fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat optimalitas dari setiap Fungsi Objektif $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$.
5. Menentukan solusi optimal dengan menggunakan program LINDO versi 6.1.

Dari hasil pembahasan yang dilakukan, maka untuk permasalahan pertama diperoleh hasil bahwa perusahaan pembuat sepatu dapat menghasilkan 4 bangku tidak ada meja dan 2 buah kursi.

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

1. Bilangan *fuzzy* dapat digunakan untuk menentukan solusi optimal dari permasalahan program dengan parameter *fuzzy*.
2. Permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$ dan fungsi objektif dapat diformulasikan menjadi program linier yang tidak *fuzzy* , dengan mendefenisikan parameter $\bar{b}_i$

sebagai bilangan *fuzzy* yang fungsi keanggotaannya adalah μ_i dan mendefenisikan parameter c.

3. Permasalah program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$ dan koefisien matrik c_i dapat diformulasikan menjadi program linier yang tidak *fuzzy* dimana $\bar{b}_i$ dan $\bar{c}_i$ didefenisikan sebagai bilangan *fuzzy* segitiga .

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa pernyataan dalam tesis saya yang berjudul :

"APLIKASI BILANGAN *FUZZY* PADA PROGRAM LINIER DENGAN PARAMETER *FUZZY* PADA FUNGSI PEMBATAS DAN FUNGSI OBJEKTIF"

Adalah hasil kerja saya sendiri dan bukan merupakan jiplakan dari hasil kerja/karya orang lain, kecuali kutipan yang sumbernya dicantumkan.

Jika dikemudian hari pernyataan ini tidak benar, maka status kelulusan dan gelar yang saya peroleh menjadi batal dengan sendirinya.

Padang, 20 November 2008

Yang Membuat Pernyataan

Arniza Maswita

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 10 Juni tahun 1964 di desa Gobah Kenagarian Bukit Batabuh, Kecamatan IV Angkat Candung, Kabupaten Agam, Provinsi Sumatera Barat. Dilahirkan dari pasangan suami istri Amirruddin dan Nurina. Saat ini penulis sudah mempunyai dua orang putra dari suami Drs.Afrizal. Menamatkan sekolah dasar pada tahun 1976 di SD Negeri No.2 Kubu Apar kemudian melanjutkan pendidikan ke Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 3 Bukittinggi dan tamat pada tahun 1980 serta melanjutkan ke Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Bukittinggi dan menamatkan Sekolah Menengah Atas tersebut pada tahun 1983. Pada tahun 1983 melanjutkan pendidikan ke jurusan Matematika FPMIPA IKIP Padang dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 1987.

Enam bulan kemudian pada bulan Maret 1988 mulai mengajar di SMA Negeri Pariangan , dan pada tahun 1992 pindah ke SMA Negeri 2 Payakumbuh dan bertugas di sana sampai sekarang, sejak tahun 2002 sampai saat ini dipercayai menjadi wakil kurikulum di SMA Negeri 2 payakumbuh. Pada tahun 2006 memperoleh kesempatan dari Pemda Kota Payakumbuh untuk meneruskan pendidikan di Jurusan Matematika pada Program Pasca Sarjana Universitas Andalas dan syukur Alhamdulillah dapat menamatkan Program Pasca Sarjana pada bulan November 2008.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahnya sehingga tesis dengan judul **" APLIKASI BILANGAN *FUZZY* PADA PROGRAM LINIER DENGAN PARAMETER *FUZZY* PADA FUNGSI PEMBATAS DAN FUNGSI OBJEKTIF "** telah dapat diselesaikan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Magister pada Program Pasca Sarjana Universitas Andalas .

Dalam penyusunan tesis ini, penulis banyak memperoleh bantuan dari berbagai pihak . Untuk itu di sini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Ir. H. Novirman Jamarun, M.Sc direktur Program Pasca Sarjana Universitas Andalas.
2. Bapak Jenizon, M.Si selaku ketua jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas atas dorongan dan bantuannya.
3. Ibuk Dr. Susila Bahri, M.Sc selaku Pembimbing 1 yang telah meluangkan waktu dan memberikan bimbingan selama penyusunan tesis ini.
4. Ibuk Dra.Noliza Bakar, M.Si selaku Pembimbing 2 yang telah memberi masukan dan arahan dalam penulisan tesis ini.
5. Bapak Zulakmal, M.Si, Dr.I. Made Arnawa, M.Si dan Budi Rudianto, M.Si selaku penguji yang telah banyak memberikan masukan dan arahan.
6. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.

7. Bapak dan Ibu karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas.

Semoga petunjuk, bimbingan dan motivasi yang telah Bapak/Ibuk berikan menjadi amal ibadah dan mendapat pahala yang setimpal dari Allah SWT.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna, karena keterbatasan kemampuan, waktu dan tenaga yang ada pada diri penulis. Saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan demi sempurnanya penulisan tesis ini.

Padang, 20 November 2008

Penulis,

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Permasalahan program linier merupakan salah satu model matematika yang sering digunakan untuk menentukan solusi optimal. Dalam usaha memaksimalkan keuntungan suatu perusahaan, sering kali perusahaan memperkirakan perlunya penambahan material dan jam kerja yang ada, tanpa adanya angka yang pasti. Misalnya penambahan material "*sekitar p*" satuan, atau adanya penambahan jam kerja " *sekitar q*". Hal ini merupakan permasalahan *fuzzy* dalam bentuk program linier. Masalah seperti ini tidak dapat diselesaikan dengan metode biasa seperti metode grafik, metode aljabar, dan metode simpleks. Untuk itulah penyelesaian permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* seperti diatas, perlu dan sangat penting untuk dibahas dan dikembangkan.

Model Pemrograman Linier dengan koefisien fungsi objektif kabur adalah model pemrograman linier yang mengandung parameter *fuzzy* pada fungsi kendala dan juga pada fungsi objektifnya. Model Pemrograman Linier dengan kendala kabur (*fuzzy*) telah dikembangkan Wang (1997) dan Susanto (1999), sedangkan Model Pemograman Linier dengan koefisien fungsi objektif kabur telah dikembangkan oleh Wang (1997) .

1.2 Perumusan Masalah

Pada tulisan ini akan dibahas metode untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatasnya dan juga berparameter *fuzzy* pada fungsi objektifnya.

Bentuk umum pemrograman linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas dan pada fungsi objektif adalah sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan} \quad z(x) = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j \tag{1.2.1}$$

$$\text{kendala} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le \overline{b_i} \quad , \text{dengan } i = 1, 2, \ldots\ldots, m$$

$$x_j \ge 0 \quad , \text{dengan } j = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

dengan :

$\overline{c}_j$: parameter *fuzzy* ke-*j* pada fungsi objektif

a_{ij} : koefisien variabel ke-*j* pada kendala ke-*i*

b_i : koefisien ruas kanan pada kendala ke-*i*

x_j : variabel keputusan ke-*j*

1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan uraian sebelumnya maka penulis ingin menunjukkan proses penentuan solusi optimal dalam permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi kendala dan fungsi objektifnya.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan salah satu cara untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi kendala dan fungsi objektifnya yang sering ditemui .

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas tentang teori dasar dan pendukung yang terkait dengan pembahasan pada bab selanjutnya, diantaranya adalah Bentuk Umum Model Pemograman Linier dan asumsinya , tentang Bilangan Kabur (*fuzzy*) dan Pemrograman Linier dengan fungsi Objektif kabur.

2.1 Istilah-istilah dalam Program Linier

Dalam menyelesaikan masalah pemrograman linier digunakan istilah-istilah di bawah ini :

1. Variabel keputusan

   Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan yang akan dibuat.

2. Fungsi Tujuan

   Fungsi tujuan adalah yang menjadi tujuan permasalahan yang dihadapi yang ingin dipecahkan dan dicari jalan keluarnya.

3. Kendala

   Kendala merupakan pembatas yang membatasi nilai fungsi tujuan .

4. Batasan Tanda

   Batasan tanda digunakan untuk membatas daerah solusi Program Linier

2.2 Bentuk Umum Model Pemrograman Linier dan Asumsinya.

Secara umum masalah Model Pemrograman Linier dapat dimodelkan dalam bentuk :

Maksimasi $z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

terhadap kendala $(Ax)_j \leq b_j$

$x_j \geq 0$ (2.2.1)

dengan :

- Vektor $\vec{x} = (x_1 ... x_j ... x_n)^T$ disebut vektor keputusan sedangkan x_j disebut variabel keputusan ke –*j*.
- Vektor baris $\vec{c} = (c_1, c_j, c_n)$ disebut vektor koefisien fungsi objektif, sedangkan c_j adalah koefisien fungsi objektif dari variabel keputusan ke-*j*
- $A = \lfloor a_{ij} \rfloor_{mn}$ adalah matrik koefisien , sedangkan a_{ij} adalah koefisien dari variabel keputusan ke-*j* pada kendala ke-*i*,
- Vektor $\vec{b} = (b_1, \ b_i, \ b_m)^T$ disebut vektor ruas kanan, sedangkan b_i adalah vektor ruas kanan pada kendala ke-*i*
- $j = 1,2,...,n$, dan $i = 1,2,...,m$
- n menyatakan jumlah kendala dan m menyatakan jumlah variabel keputusan

2.3 Bilangan Kabur (*Fuzzy*) dan Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur

Banyak hal dalam dunia nyata yang tidak memungkinkan bagi seseorang untuk menggunakan kata tepat sekian, melainkan harus puas dengan menggunakan kata yang menggambarkan ketidaktepatan, seperti : ”sekitar sekian”, ”kira-kira sekian”, ”hampir sekian”, dan ”kurang lebih sekian” dan sejenisnya. Dalam hal konsep bilangan kabur atau *fuzzy number* dapat mengakomodasi masalah-masalah tersebut.

Contoh : 2.3.1

Bila seseorang inigin menyatakan waktu kedatangan pesawat Garuda di Bandara Internasional Minang Kabau, orang tersebut akan mengatakan bahwa pesawat tersebut akan datang *kira-kira* atau *sekitar* pukul 5.00 WIB.

Himpunan bilangan yang nilainya sekitar 5, atau kira-kira 5, atau hampir 5, atau kurang lebih 5 adalah contoh himpunan kabur, yang sering pula disebut bilangan kabur 5. Salah satu jenis bilangan kabur yang sering dipakai dalam praktek, adalah bilangan kabur segitiga (*triangular fuzzy number*) (Wang,1997).

Bilangan kabur segitiga c, dilambangkan dengan $\bar{c}$, adalah himpunan kabur dengan batas bawah a dan batas atas d dengan fungsi keanggotan segitiganya, yaitu didefenisikan sebagai berikut :

$$\mu_b(x) = \mu_b(x : a, c, d) = \begin{cases} (x-a)/(c-a) & , \quad a \le x \le c \\ (d-x)/(d-c) & , \quad c \le x \le d \\ 0 & , \quad x < a \text{ atau } x > d \end{cases} \tag{2.3.1}$$

(Jurnal Pemodelan Pemrograman linier dengan Koefisien Fungsi Objektif berbentuk bilangan kabur segitiga dan kendala kabur beserta usulan solusinya)

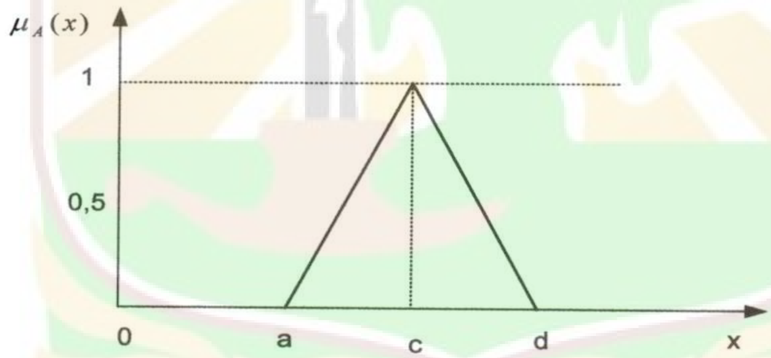
Bilangan kabur segitiga $\bar{c}$ pada (2.3.1) sering pula dilambangkan dengan $\bar{c} = (c^-, c^0, c^+)$ atau $\bar{c} = (a, c, d)$.Dalam hal ini $c^- = a$, $c^0 = c$ dan $c^+ = d$

Fungsi keanggotaan dari bilangan *fuzzy A*, seperti " *disekitar m*" atau "*kira-kira m*" untuk bilangan *fuzzy* segitiga dinyatakan dengan :

$$\mu_A(x) = \max\begin{cases} 0 & , \textit{ yanglainnya} \\ 1 - \dfrac{|x-m|}{m_1} & , \textit{ untuk } m_1 > 0 \end{cases} \tag{2.3.2}$$

dengan m = c, m_1 = c – a = d– c.

Adapun grafik bilangan *fuzzy* segitiga " disekitar *m*" adalah sebagai berikut:



Gambar 2.3.1. Grafik bilangan *fuzzy* segitiga "sekitar *m*"

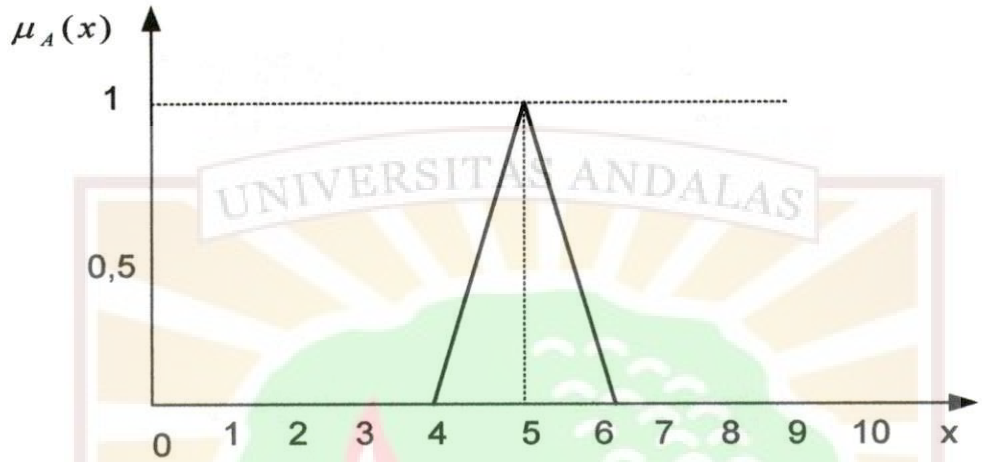
Contoh 2. 3.2

Misalkan $x =$ [0,10] maka fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* A " disekitar 5 " dinyatakan dengan:

$$\mu_A(x) = \max\begin{cases} 0 & , \textit{ yanglainnya} \\ 1 - \dfrac{|x-5|}{m_1} & , \textit{ untuk } m_1 > 0 \end{cases}$$

Misalkan m_1= 1 diperoleh $\mu_A(x) = \max\ \{0,(1-|x-5|)\}$, maka bilangan *fuzzy* "disekitar 5" dinotasikan dengan A = (4, 5, 6).

Adapun grafik bilangan *fuzzy* segitiga " disekitar 5" adalah



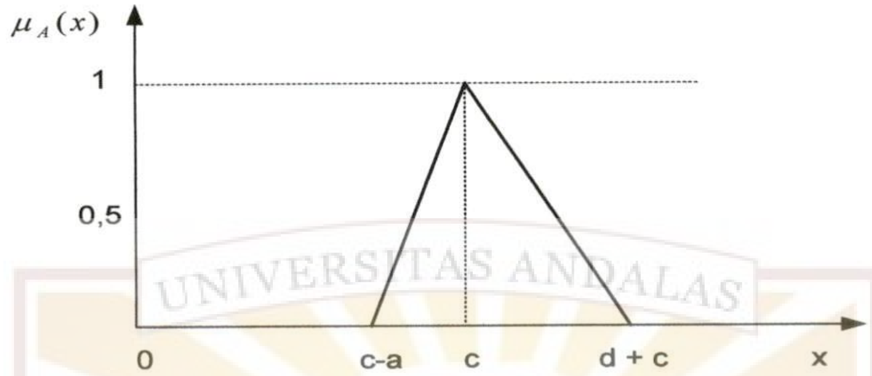
Gambar 2.3.2 Grafik bilangan fuzzy segitiga *A* " disekitar 5"

Pada persamaan (2.3.2) berlaku untuk segitiga sama kaki, selanjutnya untuk segitiga sembarangan berlaku:

$$A = \langle a, c, d \rangle \tag{2.3.3}$$

dimana m = c, m_1 = (c – a), m_2 = (d - c).

Permasalahan pada persamaan (2.3.3) dapat ditunjukkan pada Gambar berikut :

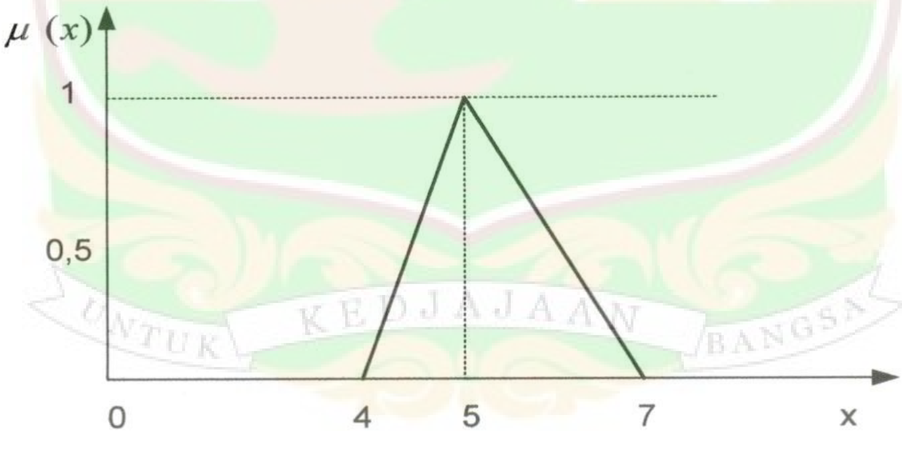


Gambar 2.3.3 Grafik bilangan *fuzzy* segitiga *A* " disekitar $m=c$"

Contoh 2.3.3

Misalkan $x =$ [0,10] .Maka bilangan *fuzzy A* " disekitar 5 " , dinotasikan dengan : $A = \langle 4,5,7 \rangle$.

Adapun grafik bilangan *fuzzy* segitiga " disekitar 5 " yaitu :



S

Gambar 2.20 Grafik bilangan *fuzzy* segitiga *A* " disekitar 5

2.4 Langkah-langkah Pembentukan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur (MPLKFOK)

Langkah-langkah pembentukan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur untuk kasus fungsi objektif berbentuk maksimasi adalah:

1. Tetapkan Model Pemrograman Linier yang akan diubah ke dalam Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur

$$\text{mak simasi} \quad Z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{kendala} \quad (Ax)_i \leq b_i (i = 1,2,...,m)$$

2. Tentukan bilangan kabur untuk setiap Koefisien Fungsi Objektif denganmenggunakan persamaan (2.3.1)
3. Tentukan :

   a) $\vec{c}* = (c_1,...c_j,...,c_n)$, yaitu vektor koefisien fungsi objektif yang komponen ke-*j* nya adalah koefisien fungsi objektif variabel x_j

   b) $\vec{c}^- = (c_1,...c_j,...c_n)$, yaitu vektor yang komponen ke-*j* nya adalah batas bawah dari bilangan kabur c_j.

   c) $\vec{c}^+ = (c_1,...c_j,...c_n)$ yaitu vektor yang komponen ke-*j* nya batas atas dari bilangan kabur c_j.

4. Rumuskan Pemrograman Linier fungsi objektif kabur dari pemrograman linier (2.3.1) dengan cara memaksimumkan nilai bilangan kabur segitiga

$$c^- x \qquad c^* x \qquad c^+ x$$

5. Mendefinisikan nilai keanggotaaan masing fungsi objektif bertujuan majemuk
6. Menyatukan ketiga fungsi objektif ke dalam satu fungsi objektif .

2.5 Kendala Kabur dan Pemrograman Linier dengan Kendala Kabur

Secara umum, Model Pemrograman Linier Kendala Kabur (MPLKK) berbentuk :

$$\text{maks} \qquad Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$$

$$\text{terhadap kendala} \qquad Ax \leq \bar{b} \qquad x \geq 0 \tag{2.5.1}$$

Misalkan pula t_i adalah toleransi dari kendala ke-i. Maka kendala kabur ini dapat dicirikan dengan *fungsi keanggotaan* sebagai berikut :

$$\mu_i\,(Ax)_i = \mu_{(Ax)_i \leq b_i}\{(Ax)_i\} = \begin{cases} 1 & , \quad (Ax)_i < b \\ -\frac{1}{t}\{(Ax)_i - (b_i + t_i)\} & , \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + t_i \\ 0 & , \quad lainnya \end{cases} \tag{2.5.2}$$

2.6 Langkah-langkah Pembentukan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur (MPLKK).

$$\text{Maksimasi} \qquad Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$$

$$\text{dengan kendala} \qquad (Ax)_i \leq \bar{b}_i\,(i = 1,2,\ldots,m)$$

Dalam tulisan ini hanya dibahas kendala kabur pada koefisien ruas kanan saja

Langkah-langkah Pemrograman Linier Kendala Kabur untuk kasus yang berbentuk maksimasi adalah :

1. Tentukan batas toleransi bagi pelanggaran kendala ke-i dimana $t_i > 0$. Jadi sekalipun untuk kendala ini sebenarnya ditetapkan $(Ax)_i \le b_i$, namun masih diberi toleransi hingga $(Ax)_i \le (b_i + t_i)$, dengan derajat toleransi akan didefenisikan pada langkah 4

2. Selesaikan masalah pemrograman linier

   Maksimasi $$Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$$

   dengan kendala $$(Ax)_i \le b_i (i = 1,2,...,m) \qquad (2.6.1)$$

   misalkan solusi (2.6.1) adalah x^0, serta defenisikan $z^0 = cx^0$

3. Selesaikan pemrograman linier berikut :

   Maksimasi $Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$

   dengan kendala $(Ax)_i \le (b_i + t_i)$ (i=1,2,...,m)

   Misalkan x^1 adalah solusinya, dan defenisikan $z^1 = cx^1$.

4. Berdasarkan nilai z^0 dan z^1 yang diperoleh pada Langkah 2 dan Langkah 3, defenisikan fungsi keanggotaan sebagai berikut yang Persamaan (2.6.1) menggambarkan derajat optimalitas dari setiap nilai fungsi objektif $Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & jika \quad cx \ge z^1 \\ \dfrac{cx - z^0}{z^1 - z^0} & jika \quad z^0 \le cx \le z^1 \\ 0 & jika \quad cx \le z^0 \end{cases} \qquad (2.6.1)$$

Definisikan pula fungsi keanggotaan sebagai berikut persamaan (2.6.2) menggambarkan derajat toleransi bagi pelanggaran kendala ke-*i* :

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1, & (Ax)_i \le b_i \\ \dfrac{(b_i + t_i) - (Ax)_i}{t_i}, & b_i \le (Ax)_i \le (b_i + t_i)1 \\ 0, & (Ax)_i \ge (b_i + t_i) \end{cases} \qquad (2.6.2)$$

5. Mendefinisikan masalah Program Linier

$$maks\ \mu_0(x), maks\ \mu_1(x), \ldots, maks\ \mu_m(x)$$

2.7 Menggabungkan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dengan Kendala Kabur dengan satu fungsi objektif saja.

Defenisikan fungsi

$$\gamma = \min\{\alpha, \theta\}$$

Pecahkan masalah optimasi

Max γ

Dimana γ adalah penggabungan dari fungsi objektif dan fungsi kendala

2.8 Pogram LINDO

LINDO (*Linier, Interaktif Discrete Optimizer*) adalah satu paket program Komputer yang dapat digunakan untuk menentukan solusi suatu masalah Pemrogramaan Linier. Dalam penggunaan paket tersebut, suatu masalah program linier diketik pada layar LINDO

Contoh (2.7.1)

Maksimum $z =$ $0{,}4\, x_1$ + $0{,}3\, x_2$

dengan kendala $x_1 + x_2 \le 400$

$2x_1 + x_2 \leq 500$

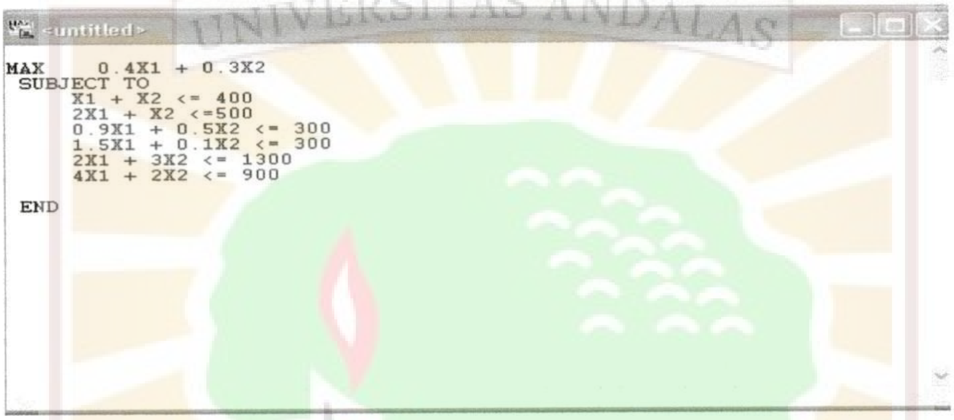
$0.9x_1 + 0.5x_2 \leq 300$

$1.5x_1 + 0.1\,x_2 \leq 300$

$2x_1 + 3x_2 \leq 1300$

$4x_1 + 2x_2 \leq 900$

$x_1, x_2 \geq 0$



Gambar 2.8.1 : Masalah Program Linier pada LINDO

Selanjutnya dengan mengetik

MAX $z =\quad 0,4\,x_1 \;+\; 0,3\,x_2$

SUBJECT TO $\quad x_1 + x_2 \leq 400$

$2x_1 + x_2 \leq 500$

$0.9x_1 + 0.5x_2 \leq 300$

$1.5x_1 + 0.1\,x_2 \leq 300$

$2x_1 + 3x_2 \leq 1300$

$4x_1 + 2x_2 \leq 900$

$x_1, x_2 \geq 0$

END

Kemudian klik SOLVE maka solusi masalah Program Linier pada gambar (2.8.1) adalah

```
Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP        2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)        125.0000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        50.000000          0.000000
       X2       350.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          0.200000
       3)        50.000000          0.000000
       4)        80.000000          0.000000
       5)       190.000000          0.000000
       6)       150.000000          0.000000
       7)         0.000000          0.050000

NO. ITERATIONS=        2
```

Gambar 2.8.2 : Solusi masalah program linier

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan dari bulan Juni 2008 sampai bulan September 2008, dimana penelitian ini dilakukan di Payakumbuh dan Padang.

3.2 Metode Penelitian

Dalam tulisan ini akan dijelaskan langkah-langkah yang yang dilakukan dalam menentukan solusi optimal masalah program linier berparameter *fuzzy* pada fungsi kendala dan fungsi objektif yaitu:

1. Langkah-langkah pembentukan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur (MPLKFOK) adalah sebagai berikut:
   a. Merumuskan Model Pemrograman Linier yang akan diubah ke dalam model Pemrograman Koefisien Fungsi Objektif Kabur
   b. Menggunakan bilangan kabur segitiga untuk setiap koefisien fungsi objektif.

$$\mu_b(x) = \mu_b(x : a, c, d) = \begin{cases} (x-a)/(c-a) & , \quad a \le x \le c \\ (d-x)/(d-c) & , \quad c \le x \le d \\ 0 & , \quad x < a \text{ atau } x > d \end{cases}$$

   c. Menetapkan vektor Koefisien Fungsi Objektif untuk batas atas dan batas bawah bilangan kabur

1) $\vec{c}^{*} = (c_1, \quad c_2, ..., c_n)$, yaitu vektor koefisien fungsi objektif dengan $c_1, \quad c_2, ..., c_n$ adalah koefisien fungsi objektif variabel $x_1, x_2, \ldots x_n$

$\vec{c}^{\,-} = (c_1, \quad c_2, ..., c_n)$, yaitu vektor yang komponennya adalah batas bawah dari bilangan kabur c

2) $\vec{c}^{\,+} = (c_1, \quad c_2, ..., c_n)$ yaitu vektor yang komponen adalah batas atas dari bilangan kabur c

3) Merumuskan Pemrograman Linier Fungsi Objektif Kabur dengan cara memaksimumkan $\vec{c}^{\,-}\vec{x}$

2. Merumuskan dan menyelesaikan Model Pemrograman Linier Kendala kabur (MPLKK) untuk kasus maksimasi

   a. Menentukan batas toleransi bagi pelanggaran kendala ke-*i*

   b. Menyelesaikan pemrograman linier untuk kasus

   Max $\qquad Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$

   terhadap kendala $\qquad Ax \leq b, x \geq 0$

   c. Menyelesaikan pemrograman linier untuk kasus

   Maksimasi $Z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$

   dengan kendala $(Ax)_i \leq (b_i + t_i)$, (i=1,2,...,m)

d. Mendefenisikan fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat optimalitas dari setiap nilai fungsi objektif

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & , \quad cx \geq z^1 \\ \dfrac{cx - z^0}{z^1 - z^0} & , \quad z^0 \leq cx \leq z^1 \\ 0 & , \quad cx \leq z^0 \end{cases}$$

e. Mendefenisikan fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat toleransi bagi pelanggaran kendala

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & , \quad (Ax)_i \leq b_i \\ \dfrac{(b_i + t_i) - (Ax)_i}{t_i} & , \quad b_i \leq (Ax)_i \leq (b_i + t_i) \\ 0 & , \quad (Ax)_i \geq (b_i + t_i) \end{cases}$$

3. Menggabungkan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan kendala Kabur.
4. Menentukan solusi optimal dengan LINDO.

BAB IV

PEMBAHASAN

Pada Bab IV ini akan diuraikan permasalahan dan penyelesaian dari masalah program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi kendala dan fungsi Objektif

4.1 Perumusan Model Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur

Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur adalah gabungan dari Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur yang berturut-turut, telah dibahas pada Bab 2.3 dan Bab 2.5. Akibatnya perumusan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur pada hakekatnya adalah juga gabungan dari perumusan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur. Oleh karenanya, masalah Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur menjadi bentuk masalah optimasi bertujuan majemuk

$$\max\ Z_1 = c^- x \qquad \max\ Z_2 = c^{*} x \qquad \max\ Z_3 = c^+ x \tag{4.1.1}$$

dengan kendala

$$\max\ \mu_o(x), \max, \ \mu_1(x)\ \max, \mu_2(x), \ldots, \max\ \mu_m(x),\ x \geq 0$$

4.2 Langkah-langkah Pencarian Solusi Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur

Fungsi-fungsi Objektif pada (4.1.1) ekivalen dengan fungsi-fungsi objektif berikut :

$$\max Z_1 = (c^* - c^-)x^T \qquad \max Z_2 = c^* x^T \qquad \max Z_3 = (c^+ - c^*)x^T \tag{4.2.1}$$

Sehingga bentuk-bentuk (4.1.1) dan (4.2.1) dapat saling menggantikan satu sama lain.

Langkah-langkah pencarian solusi untuk Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur adalah sebagai berikut :

1. Menyatakan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur (yang bersifat multi objektif) ke dalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, dengan cara sebagai berikut :

   1.1 Tentukan nilai-nilai berikut ini :

   - $Z_1^{\min} = \min(\vec{c}^* - \vec{c}^*)\vec{x}^T$
   - $Z_1^{\max} = \max(\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T$
   - $Z_2^{\min} = \min \vec{c}^* \vec{x}^T$
   - $Z_2^{\max} = \max \vec{c}^* \vec{x}^T$
   - $Z_3^{\max} = \max(\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T$
   - $Z_3^{\min} = \min(\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T$

1.2 Defenisikan ketiga fungsi keanggotaan berikut :

$$\mu_{z_1}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T \le Z_1^{\min} \\ \dfrac{Z_1^{\max} - (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T}{Z_1^{\max} - Z_1^{\min}} & , \quad Z_1^{\min} \le (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T \le Z_1^{\max} \\ 0 & , \quad (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T \ge Z_1^{\max} \end{cases} \quad (4.2.2)$$

$$\mu_{z_2}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad \vec{c}^* \vec{x}^T \ge Z_2^{\max} \\ \dfrac{\vec{c}^* \vec{x}^T - Z_2^{\min}}{Z_2^{\max} - Z_2^{\min}} & , \quad Z_2^{\min} \le \vec{c}^* \vec{x}^T \le Z_2^{\max} \\ 0 & , \quad \vec{c}^* \vec{x}^T \le Z_2^{\min} \end{cases} \quad (4.2.3)$$

$$\mu_{z_3}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad (\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T \ge Z_3^{\max} \\ \dfrac{(\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T - Z_3^{\min}}{Z_3^{\max} - Z_3^{\min}} & , \quad Z_3^{\min} \le (\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T \le Z_3^{\max} \\ 0 & , \quad (\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T \le Z_3^{\min} \end{cases} \quad (4.2.4)$$

1.3 Defenisikan fungsi

$$\alpha = \min\{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} \quad (4.2.5)$$

Yang ekuivalen dengan ketiga relasi berikut :

$$\mu_{z_1}(x) \ge \alpha \text{ atau } (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T + \alpha(Z_1^{\max} - Z_1^{\min}) \le Z_1^{\max} \quad (4.2.6)$$

$$\mu_{z_2}(x) \ge \alpha \text{ atau } \vec{c}^* \vec{x}^T - \alpha\left(Z_2^{\max} - Z_2^{\min}\right) \ge Z_2^{\min} \quad (4.2.7)$$

$$\mu_{z_3}(x) \ge \alpha \text{ atau } \left(\vec{c}^+ - \vec{c}^*\right)\vec{x}^T - \alpha\left(Z_3^{\max} - Z_3^{\min}\right) \ge Z_3^{\min} \quad (4.2.8)$$

1.4 Definisikan masalah optimasi

max α

dengan kendala (4.2.6), 4.2.7), (4.2.8) dan $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

2. Menyatukan kendala pada Model Pemograman Linier Kendala Kabur kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, langkah-langkahnya adalah :

2.1 Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut :

Max Z=cx

dengan kendala (Ax)i$\leq b_i$, (i=1, 2, . . . , m)

Misalkan nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah z^0

2.2 Pecahkan masalah Pemrograman Linear berikut

Maksimasi Z=cx

dengan kendala (Ax) i $\leq b_i + t_i$, (i = 1, 2, ..., m)

Misalkan nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah z^1

2.3 Definisikan fungsi : $\mu_0(x)$ seperti pada (2.6.1), dan $\mu_i(x)$ seperti pada (2.6.2)

2. 4 Definisikan fungsi :

$$\theta = \min_{x \geq 0} \lfloor \mu_0(x), \mu_{2(\ )}(x), \ldots, \mu_m(x) \rfloor, \tag{4.2.9}$$

yang ekivalen dengan relasi berikut :

$$\mu_0(x) \geq \theta \text{ atau } cx - \theta(z^1 - z^0) \geq z^0 \tag{4.2.10}$$

$$\mu_i(x) \geq \theta \text{ atau } (Ax)_i + \theta t_i \leq (b_i + t_i) \tag{4.2.11}$$

$(i = 1,2,\ldots\ldots, m)$

2. 5 Definisikan masalah optimasi :

$\max \theta$

dengan kendala : $x \geq 0$ (4.2.12)

3. Menggabungkan Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Model Pemrograman Linier Kendala Kabur, yang masing-masing memiliki sebuah fungsi objektif, kedalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, hal ini ditempuh melalui langkah-langkah

3.1 Defenisikan fungsi

$$\gamma = \min\{\alpha, \theta\} \quad (4.2.13)$$

3.2 Defenisikan dan pecahkan masalah optimasi

$$\text{Max } \gamma \quad (4.2.14)$$

dengan kendala :

$$\mu_{z_1}(x) \geq \alpha \text{ atau } (\vec{c}^* - \vec{c}^{\,-})\vec{x}^{\,T} + \alpha(Z_1^{\max} - Z_1^{\min}) \leq Z_1^{\max}) \leq Z_1^{\max} \quad (4.2.15)$$

$$\mu_{z_2}(x) \geq \alpha \text{ atau } \vec{c}^* \vec{x}^{\,T} - \alpha(Z_2^{\max} - Z_2^{\min}) \geq Z_2^{\min} \quad (4.2.16)$$

$$\mu_{z_3}(x) \geq 0 \; atau \left(\vec{c}^* - \vec{c}^{\,+}\right)\vec{x}^{\,T} - \alpha\left(Z_3^{\max} - Z_3^{\min}\right) \geq Z_3^{\min} \quad (4.2.17)$$

$$\mu_0(x) \geq \alpha \text{ atau } cx - \theta(Z^1 - Z^0) \geq Z^0 \quad (4.2.18)$$

$$\mu_i(x) \geq \alpha \text{ atau } (Ax)_i + \theta t_i \leq (b_i + t_i) \quad (4.2.19)$$

$$\theta \in [0,1]; \alpha \in [0,1]; \alpha \geq \gamma; \theta \geq \gamma; x \geq 0 \quad (4.2.20)$$

$(i = 1,2,\ldots,m)$

4.3 Contoh dan Interpretasinya

Sebagai ilustrasi numerik bagi Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur, diambil kasus berikut (Winston,2003):PT Dakota Furniture memproduksi 3 (tiga) macam produk, yaitu bangku, meja, dan kursi. Pembuatan ketiga jenis produk tersebut membutuhkan bahan dasar berupa kayu, jam kerja untuk proses finishing serta jam kerja untuk proses carpentry. Kebutuhan ketiga jenis sumber daya per unit produk disajikan pada tabel berikut

Tabel 1 Kebutuhan Sumber Daya PT Dakota Furniture

Sumber Daya	Bangku	Meja	Kursi
Kayu	8 lembar	6 lembar	1 lembar
Jam Finishing	4 Jam	2 jam	1.5 jam
Jam Carpentry	2 jam	1.5 jam	0.5 jam

Saat ini PT Dakota Furniture memiliki persediaan kayu 48 lembar kayu, 20 jam kerja finishing, dan 8 jam kerja carpentry. Bangku, meja dan kursi berturut-turut dapat dijual seharga \$60, \$30, dan \$20. PT Dakota Furniture memperoleh informasi bahwa semua bangku dan kursi yang diproduksi pasti terjual, sementara paling banyak hanya akan terjual 5 buah meja. PT Dakota Furniture bermaksud memaksimasi pendapatannya.

Masalah pada PT Dakota Furniture di atas dapat dimodelkan sebagai berikut :

1. Defenisikan variabel-variabel keputusan berikut :

   x_1 = banyaknya bangku yang diproduksi

x_2 = banyaknya meja yang diproduksi

x_3 = banyaknya kursi yang diproduksi

2. Merumusksn fungsi tujuan sebagai berikut :

   Max $Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

3. Merumuskan kendala-kendala sebagai berikut :

   Ketersediaan kayu : $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$

   Keteresediaan jam *finishing* : $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$

   Ketersediaan jam *carpentry* : $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$

   Ketersediaan meja : $x_2 \leq 5$

   $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Misalkan selanjutnya didapat informasi tambahan dari PT Dakota Furniture bahwa sebenarnya :

1. Harga jual bangku tidak tepat sebesar $c_1^* = \$60$, melainkan berada pada rentangan antara $c_1^- = \$55$ sebagai batas bawahnya, dan $c_1^+ = \$62$ sebagai batas atasnya.
2. Harga jual meja tidak tepat sebesar $c_2^* = \$30$, melainkan berada pada rentangan antara $c_2^- = \$28$ sebagai batas bawahnya, dan $c_2^+ = \$35$ sebagai batas atasnya,
3. Harga jual kursi tidak tepat sebesar $c_3^* = \$20$, melainkan berada pada rentangan antara $c_3^- = \$17$ sebagai batas bawahnya, dan $c_3^+ = \$22$ sebagai batas atasnya.

4. Bila perlu jumlah kayu dapat diupayakan tambahannya hingga $t_1 = 10$ unit,
5. Bila perlu jumlah jam *finishing* dapat diupayakan tambahannya hingga $t_2 = 5$ unit
6. Bila perlu jumlah jam *carpentry* dapat diupayakan tambahannya hingga $t_3 = 3$ unit,

Informasi tambahan ini, bila ingin diakomodasi, menuntut perumusan model yang baru, yaitu Model Pemrograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kabur.

1.1 Menentukan nilai $Z_i^{\max}$ *dan* $Z_i^{\min}$ dari data di atas adalah :

$c_1^* = 60$, $c_1^- = 55$, $c_1^+ = 62$

$c_2^* = 30$, $c^-{}_2 = 28$, $c_2^+ = 35$

$c_3^* = 20$, $c_2^- = 17$, $c_3^+ = 22$

Sehingga diperoleh

$$\vec{c}^{\,-} = (55,28,17),\ \vec{c}^{\,*} = (60,30,20),\ \vec{c}^{\,+} = (62,35,22)$$

dan $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$

$$c^* - c^- = (60,30,20) - (55,28,17) = (5,2,3)$$

$$\vec{c}^{\,+} - \vec{c}^{\,*} = (62,35,22) - (60,30,20) = (2,5,2)$$

akibatnya

a. $Z_1^{\min} = \min(\vec{c}^{\,*} - \vec{c}^{\,-})\vec{x}^{\,T} = \min\{(5,2,3)\vec{x}^{\,T} = \min 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$

....(4.3.1)

b. $Z_1^{\max} = \max(\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T = \max(60,30,20)\vec{x}^T = \max 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$

....(4.3.2)

c. $Z_2^{\min} = \min \vec{c}^* \vec{x} = \min(60,30,20)\vec{x}^T = \min 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

....(4.3.3)

d. $Z_2^{\max} = \max c^* x = \max(60,30,20)\vec{x}^T = \max\ 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

.... (4.3.4)

e. $Z_3^{\min} = \min(\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T = \min(2,5,2)\vec{x} = \min\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3$

....(4.3.5)

f. $Z_3^{\max} = \max(\vec{c}^+ - \vec{c}^*)\vec{x}^T = \max(2,5,2)\vec{x}^T = \max\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3$

.... (4.3.6)

Dengan menggunakan LINDO diperoleh

$Z_1^{\min} = 0 \qquad Z_1^{\max} = 40$

$Z_2^{\min} = 0 \qquad Z_2^{\max} = 280$

$Z_3^{\min} = 0 \qquad Z_3^{\max} = 30.4$

1.2 Menentukan keanggotaan dari fungsi objektif berdasarkan (4.2.2) diperoleh :

$$\mu_{z_1}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 0 \\ \dfrac{40 - (5x_1 + 2x_2 + 3x_3)}{40 - 0} & , \quad 0 \le 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 40 \\ 0 & , \quad 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \ge 40 \end{cases} \qquad (4.3.7)$$

$$\mu_{z_2}(x)=\begin{cases}1 & , \quad 60x_1+30x_2+20x_3\geq 0\\ \dfrac{(60x_1+30x_2+20x_3)-0}{280-0} & , \quad 0\leq 60x_1+30x_2+20x_3\leq 280\\ 0 & , \quad 60x_1+30x_2+20x_3\leq 0\end{cases}$$

....(4.3.8)

$$\mu_{z_3}(x)=\begin{cases}1 & , \quad 2x_1+5x_2+2x_3\geq 30.4\\ \dfrac{(2x_1+5x_2+2x_3)-0}{30.4-0} & , \quad 0\leq 2x_1+5x_2+2x_3\leq 30.4\\ 0 & , \quad 2x_1+5x_2+2x_3\leq 0\end{cases}$$

....(4.3.9)

1.3 Menyatukan ketiga fungsi objektif ke dalam satu fungsi objektif saja misalkan dengan α, cara mendapatkan nilai α adalah sebagai berikut

$$\alpha=\min\{\mu_{z_1}(x),\mu_{z_2}(x),\mu_{z_3}(x)\} \tag{4.3.10}$$

Berdasarkan (4.2.15), (4.2.16) dan (4.2.17) ekuivalen dengan ketiga relasi berikut :

a. $\mu_{z_1}(x)\geq\alpha$ atau $5x_1+2x_2+3x_3+40\alpha\leq 40$

b. $\mu_{z_2}(x)\geq\alpha$ atau $60x_1+30x_2+20x_3-280\alpha\geq 0$

c. $\mu_{z_3}(x)\geq\alpha$ atau $2x_1+5x_2+20x_3-30.4\alpha\geq 0$

1.4 Defenisikan masalah optimasi :

Max α

Dengan kendala $5x_1+2x_2+3x_3+40\alpha\leq 40$

$$60x_1+30x_2+20x_3-280\alpha\geq 0$$

$$2x_1+5x_2+20x_3-30.4\alpha\geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3\geq 0$$

2 . Menyatakan Model Pemograman Linier Kendala Kabur (yang bersifat multi objektif) ke dalam bentuk masalah optimasi dengan suatu fungsi objektif saja, melalui langkah- langkah:

2.1 Pecahkan masalah Pemograman Linier berikut :

Max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

terhadap kendala $8x_1 + 6x_2 + x_3 \le 48$

$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \le 20$

$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \le 8$

$x_2 \le 5$

Dari hasil LINDO didapat nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah $z_0 = 280$

2.2 Pecahkan masalah Pemograman Linier berikut :

Max $z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

terhadap kendala $8x_1 + 6x_2 + x_3 \le 48 + 10 = 58$

$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \le 20 + 5 = 25$

$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \le 8 + 3 = 11$

$x_2 \le 5$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

Dengan LINDO diperoleh nilai nilai optimal dari fungsi objektifnya adalah $z^1 = 360$

Berdasarkan (2.6.1) keanggotaan dari fungsi objektif adalah sebagai berikut :

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \geq 360 \\ \dfrac{60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 280}{360 - 280} & , \quad 280 \leq 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \leq 360 \\ 0 & , \quad 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \leq 280 \end{cases}$$

....(4.3.11)

Dan berdasarkan (2.6.3) keanggotaan dari fungsi kendala adalah sebagai berikut :

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \\ \dfrac{58 - (8x_1 + 6x_2 + x_3)}{10} & , \quad 48 \leq 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 58 \\ 0 & , \quad 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 58 \end{cases} \quad (4.3.12)$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20 \\ \dfrac{25 - (4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3)}{10} & , \quad 20 \leq 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 25 \\ 0 & , \quad 4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \geq 25 \end{cases}$$

.... (4.3.13)

$$\mu_3(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 20 \\ \dfrac{11 - (2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3)}{5} & , \quad 8 \leq 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 11 \\ 0 & , \quad 2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \geq 11 \end{cases}$$

....(4.3.14)

2.3 Defenisikan fungsi :

$$\theta = \min_{x \geq 0} \left[\mu_0(x), \mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x) \right]$$

Yang ekuivalen dengan relasi berikur :

1. $\mu_0(x) \geq \alpha$ atau $\vec{c}\,\vec{x}^{\,T} - \theta(Z^1 - Z^0) \geq Z^0$

   $\mu_0(x) \geq 0$ atau $60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 80\theta \geq 280$

2. $\mu_i(x) \geq \alpha$ atau $(Ax)_i + \theta t_i \leq (b_i + t_i)$

$\mu_1(x) \geq 0$ atau $8x_1 + 6x_2 + x_3 + 10\theta \leq 58$

$\mu_2(x) \geq 0$ atau $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 5\theta \leq 25$

$\mu_3(x) \geq 0$ atau $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 10\theta \leq 58$

2.4 Definisikan masalah optimasi

$\max \theta$

dengan kendala

$60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 80\theta \geq 280$

$8x_1 + 6x_2 + x_3 + 10\theta \leq 58$

$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 5\theta \leq 25$

$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 3\theta \leq 11$

$x_2 \leq 5$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

3. Menggabungkan Model Pemograman Linier Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Pemograman Linier Kendala kabur, yang masing-masing memiliki sebuah fungsi objektif, ke dalam bentuk masalah optimasi dengan satu fungsi objektif saja, yaitu dengan :

3.1 Definisikan fungsi:

$\gamma = \min\{\alpha, \theta\}$

3.2 Definisikan dan pecahkan masalah optimasi :

$\max \gamma$

dengan kendala

$$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 40\alpha \leq 40$$

$$60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 280\alpha \geq 0$$

$$2x_1 + 5x_2 + 20x_3 - 30.4\alpha \geq 0$$

$$60x_1 + 30x_2 + 20x_3 - 80\theta \geq 280$$

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 + 10\theta \leq 58$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 5\theta \leq 25$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 10\theta \leq 58$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \qquad (4.3.15)$$

$$\alpha\text{-}\gamma \geq 0\ ,\ \theta\text{-}\gamma \geq 0$$

Dari hasil LINDO diperoleh nilai

$x_1 = 4.7391, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 1.0870, \quad \alpha = 0.3261, \quad \theta = 0.3621, \quad \gamma = 0.3621$

Jadi keputusan terbaik bagi PT Dakota Furniture adalah membuat sebanyak $x_1 = 4.7391$ unit bangku, $x_2 = 0$ unit meja, dan $x_3 = 1.0870$ unit kursi. Jika keputusan ini diambil maka :

a. Dari (4.3.7) didapat nilai $\mu_{z_1}(4.7391,0,1.0870) = 0.3261)$

   Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_1 = (\vec{c}^* - \vec{c}^-)\vec{x}^T = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 26.9565$, yang menggambarkan perbedaan nilai antara fungsi objektif semula $\left(\vec{c}^* \vec{x}^T\right)$ dengan fungsi objektif berkoefisien batas bawah bilangan kabur $\left(\vec{c}^- \vec{x}^T\right)$. Nilai tertinggi dari μ_{z_1} adalah 1 yang dicapai pada saat nilai $z_1 \leq 0$, dan nilai terendahnya adalah 0 yang dicapai pada saat nilai $z_1 \geq 0$.

b. Dari (4.3.8) didapat nilai $\mu_{z_2}(4.7391,0,1.0870) = 1.0000$.

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_2 = \vec{c}* \vec{x}^{\,T} = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 306.086$, yaitu fungsi objektif semula. Nilai tertinggi μ_{z_2} adalah 1 yang dicapai pada saat $z_2 \geq 280$, dan nilai terendahnya adalah 0 yang dicapai pada saat $z_2 \leq 0$.

c. Dari (4.3.9) didapat nilai $\mu_{z_3}(4.7391,0,1.0870) = 0,3833$

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi $z_3 = (\vec{c}^{\,+} - \vec{c}^{\,*})\vec{x}^{\,T} = 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 11.6522$

Yang menggambarkan perbedaan nilai antara fungsi objektif berkoefisien batas atas bilangan kabur $\left(\vec{c}* \vec{x}^{\,T}\right)$. Nilai tertinggi dari μ_{z_3} adalah 1 yang dicapai pada saat nilai $z_3 \geq 30.4$, dan nilai terendahnya adalah 0 yang dicapai pada saat $z_3 \leq 0$.

d. Dari (4.3.10) didapat nilai $\alpha = \min\{0.3261, 1.000, 0.3833\} = 0.3261$

e. Dari (4.3.11) diperoleh nilai $\mu_0(4.7391,0,1.0870) = 0.3261$

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap nilai yang dicapai oleh fungsi objektif semula, yaitu $z = c * x = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 306.086$. Nilai tertinggi dari μ_0

adalah 1 yang dicapai pada saat nilai $z \geq 360\, z$, dan nilai terendahnya 0 yang dicapai pada saat nilai $z \leq 280$.

f. Dari (4.3.12) diperoleh nilai $\mu_1(4.7391{,}0{,}1.0870) = 1.000$.

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$. Karena nilai $8x_1 + 6x_2 + x_3 = 38.9998 < 48$, hal ini berarti bahwa kendala tersebut benar-benar terpenuhi, sehingga tingkat kepuasan μ_1 bernilai 1. Nilai tertinggi dari μ_1 adalah 1 yang tercapai ketika $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$, dan nilai terendahnya adalah 0 yangg dicapai pana saat nilai $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 58$. Dengan demikian jelaslah mengapa $\mu_1(4.7391{,}0{,}1.0870) = 1.000$.

g. Dari (4.3.13) diperoleh nilai $\mu_2(4.7391{,}0{,}1.0870) = 0.8826$.

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$. Karena nilai $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 = 20.5869 > 20$, hal ini berarti bahwa kendala tersebut telah terlanggar, sehingga nilai tingkat kepuasan μ_2 menjadi di bawah 1. Nilai tertinggi dari μ_2 adalah 1 yang dicapai pada saat $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$, dan nilai terendahnya adalah 0 yang dicapai pada saat $4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \geq 25$.

h. Dari (4.3.14) diperoleh $\mu_3(4.7391{,}0{,}1.0870) = 1.000$.

Nilai ini mencerminkan tingkat kepuasan terhadap pemenuhan kendala $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$. Karena nilai $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 = 10.217 > 8$, hal ini berarti bahwa kendala tersebut telah terlanggar sehingga nilai tingkat kepuasan μ_3 menjadi di bawah 1. Nilai tertinggi dari μ_3 adalah

1 dicapai pada saat $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$, dan nilai terendahnya adalah 0 dicapai pada saat $2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 11$

Karena hasil yang diperoleh merupakan bilangan pecahan maka penulis menyarankan alternatif sebagai berikut :

1. $x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = 1$
2. $x_1 = 4, x_2 = 0, x_3 = 1$
3. $x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = 2$
4. $x_1 = 4, x_2 = 0, x_3 = 2$

Dari keempat alternatif tersebut yang menghasilkan nilai maksimum adalah alternatif yang ke-4 dimana $x_1 = 4, x_2 = 0, x_3 = 2$, artinya banyak bangku yang diproduksi sebanyak 4 buah, tidak ada memproduksi meja dan banyak kursi 2 buah.

.

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

1. Bilangan *fuzzy* dapat digunakan untuk menentukan solusi optimal dari permasalahan program dengan parameter *fuzzy*.
2. Permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$ dapat diformulasikan menjadi program linier yang tidak *fuzzy* , dengan mendefenisikan parameter $\bar{b}_i$ sebagai bilangan *fuzzy* yang fungsi keanggotaannya adalah μ_i.
3. Permasalahan program linier yang berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$ dan fungsi objektif $z(x) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j$ dapat diformulasikan menjadi program linier yang tidak *fuzzy*, dimana $\bar{b}_i$ dan $\bar{c}_{ij}$ didefenisikan sebagai bilangan *fuzzy* segitiga

5.2 Saran

Permasalahan program linier pada tulisan ini berparameter *fuzzy* pada fungsi pembatas yang berupa bilangan riil. Untuk pengembangan selanjutnya disarankan agar membahas program linier berparameter *fuzzy* dalam bentuk bilangan bulat.

Dari pembahasan sebelumnya diperoleh bahwa:

Masalah Pemograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur dan Kendala Kaburdapat didekati menjadi masalah Pemograman Linier biasa dengan fungsi objektif tunggal.

DAFTAR PUSTAKA

Ali, M.F, 2001. *A Differential Equation Approach to Fuzzy Vector Optimization Problems and Sensitivity Analysis*. Fuzzy sets and systems.

Bazara, M.S, H.D. Sherali & C.M. Shetty. 1993. *Nonlinear Programming Theory and Algorithms. Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc.s Singapore.

Giachetti, R.E. Young. 1997. *A Parametric Representation of Fuzzy Numbers and Their Arithmetic Operators*. Fuzzy Sets and Systems.

Hauke, W, 1999 . *Using Yager's t-norm for Aggregation of Fuzzy Interval*. Fuzzy Sets and Systems.

Klir,G.J & B. Yuan.1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall, Inc. New Jersey.

Kusumadewi, Sri. 2002. *Analisis Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Mathlab*. Graha Ilmu.

Sakawa, M, 1993. *Fuzzy Set and Interactive Multiobjective Optimization. Plenum Press* . New York.

Sukamto. 2002. *Aplikasi Bilangan Fuzzy Triangular pada Permasalahan Program Tak Linier Multi-Objektif dengan Parameter Fuzzy.* www. Unri. ac.id/jurnal_natur/Vol 4 (1)/ Sukamto. pdf. Tanggal akses: 20 Agustus 2008 pukul 14.30

Susanto, S, 1999. *Masalah Pemograman Linear dengan Ruas Kanan Kabur*.Proceeding Seminar Nasional,BKSTI, Surabaya.

Susanto, S, dan Adianto,H.2005."Pemodelan dan Penyelesaian Pemograman Linier dengan Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga". *Jurnal Ekonomi dan Komputer (terakreditasi DIKTI),* Universitas Gunadarma

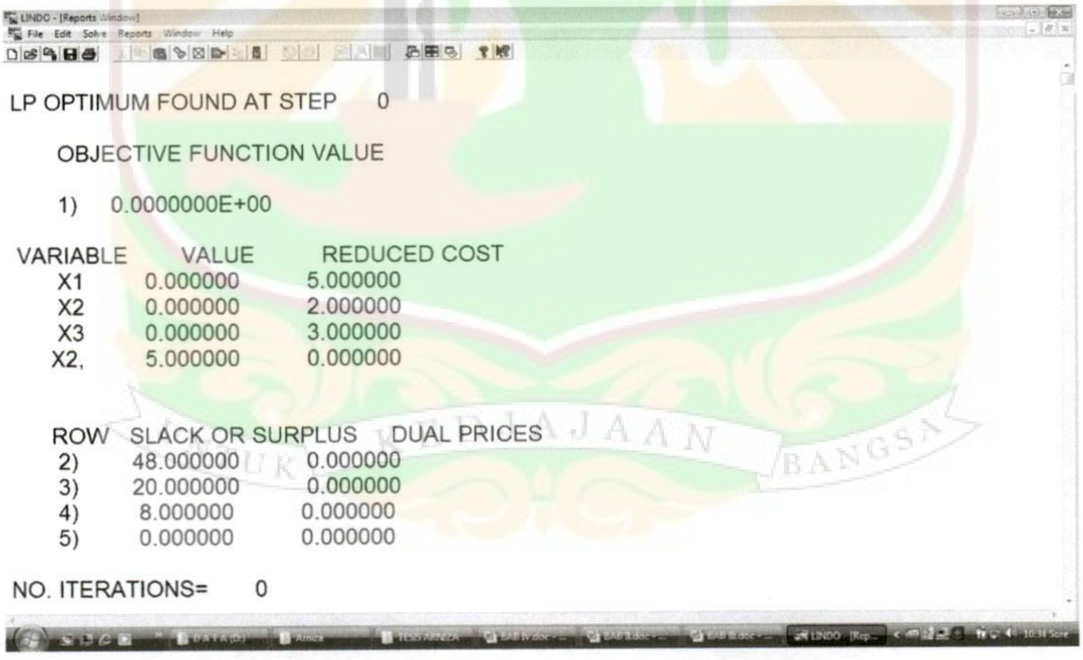
Susanto, S. 2006. *Pemodelan Pemograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga dan Kendala Kabur Beserta Usulan Solusinya* . www.petra.ac.id/puslit/journals/ dir.php?DepartmentID=IND. Tanggal akses: 2 September 2007 pukul 10.30.

Wang,D. 1997. *An Inexact Approach for Linier Programming Problems with Fuzzy Objective and Resources.* Fuzzy Sets and System.

LAMPIRAN 1

Program LINDO pada Persamaan (4.3.1)

Out put nya adalah sebagai berikut



LAMPIRAN 2

Program LINDO pada Persamaan (4.3.2)

```
max 5x1+2x2+3x3
subject to
        8x1+6x2+x3<=48
        4x1+2x2+1.5x3<=20
        2x1+1.5x2+0.5x3<=8
        x2<=5
end
```

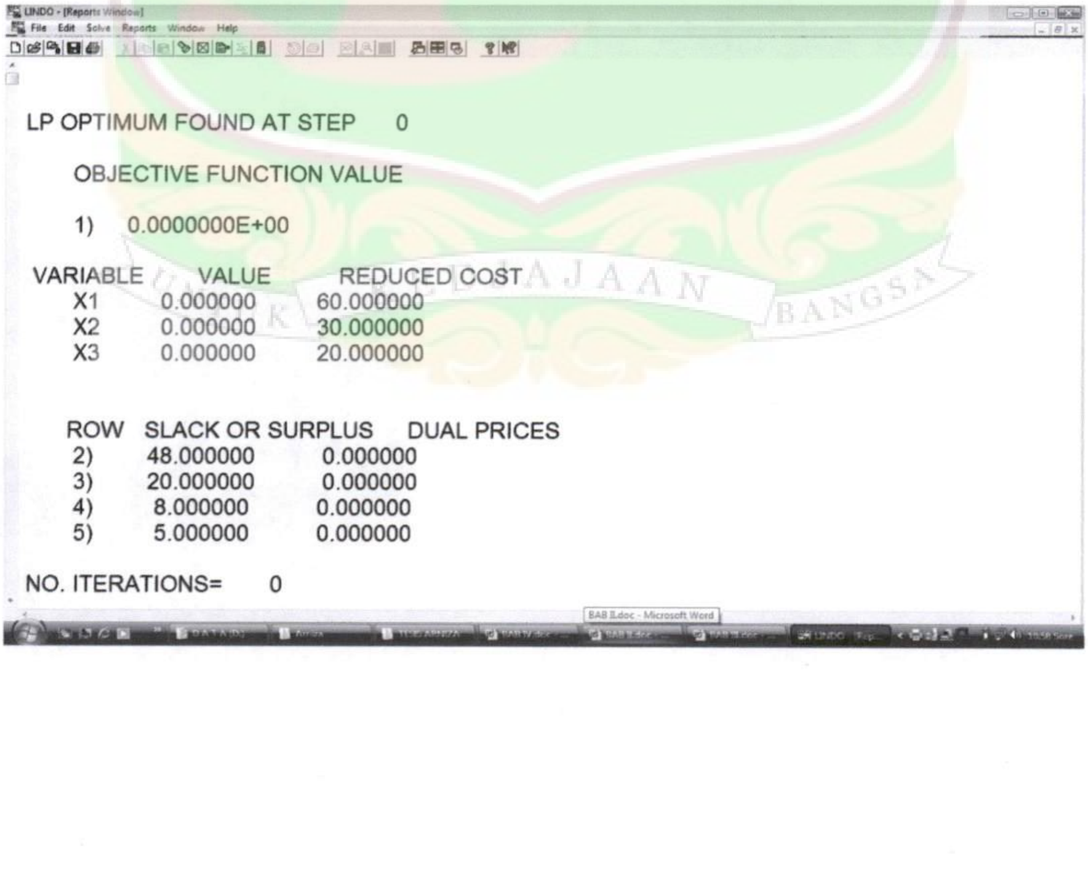
Out put nya adalah sebagai berikut

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      0

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)      40.00000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X1         0.000000          3.000000
      X2         0.000000          2.000000
      X3        13.333333          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      2)        34.666668         0.000000
      3)         0.000000         2.000000
      4)         1.333333         0.000000
      5)         5.000000         0.000000

 NO. ITERATIONS=       0
```

LAMPIRAN 3

Program LINDO pada Persamaan (4.3.3)

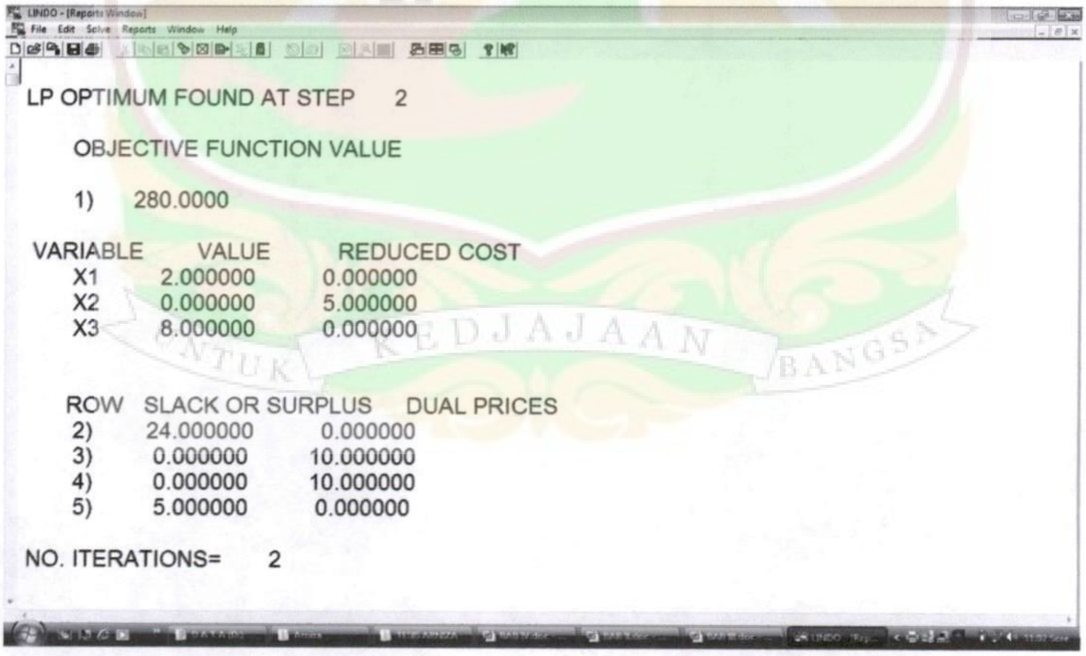
Out put nya adalah sebagai berikut



LAMPIRAN 4

Program LINDO pada Persamaan (4.3.4)

Out put nya adalah sebagai berikut



LAMPIRAN 5

Program LINDO pada Persamaan (4.3.5)

```
min 2x1+5x2+2x3
subject to
        8x1+6x2+x3<=48
        4x1+2x2+1.5x3<=20
        2x1+1.5x2+0.5x3<=8
        x2<=5
end
```

Out put nya adalah sebagai berikut

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

     OBJECTIVE FUNCTION VALUE

     1)      0.0000000E+00

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1         0.000000          2.000000
       X2         0.000000          5.000000
       X3         0.000000          2.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)        48.000000          0.000000
       3)        20.000000          0.000000
       4)         8.000000          0.000000
       5)         5.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2
```

LAMPIRAN 6

Program LINDO pada Persamaan (4.3.6)

```
max 2x1+5x2+2x3
subject to
        8x1+6x2+x3<=48
        4x1+2x2+1.5x3<=20
        2x1+1.5x2=0.5x3<=8
        x2<=5
end
```

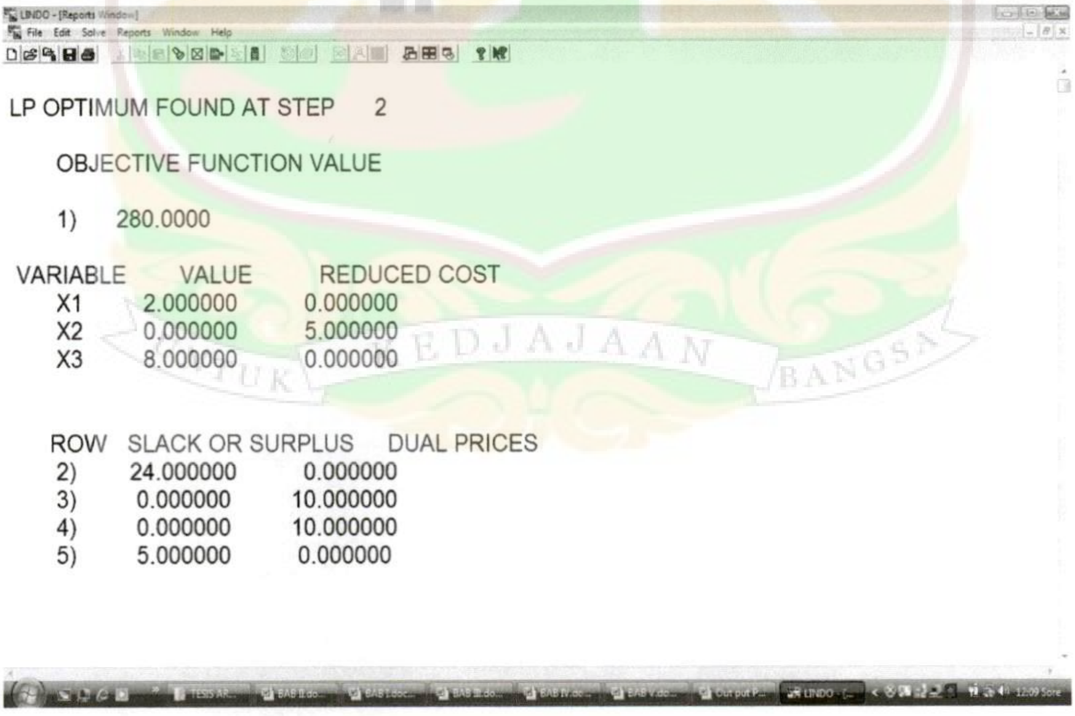
Out put nya adalah sebagai berikut

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

     OBJECTIVE FUNCTION VALUE

     1)      30.40000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1         0.000000          5.200000
       X2         1.600000          0.000000
       X3        11.200000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)        27.200001          0.000000
       3)         0.000000          0.400000
       4)         0.000000          2.800000
       5)         3.400000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2
```

LAMPIRAN 7

Program LINDO pada Bab 2.1 Pembahasan

Out put nya adalah sebagai berikut :



LAMPIRAN 8

Program LINDO pada Bab 2.2 Pembahasan

```
<untitled>
max 60x1+30x2+20x3
subject to
        8x1+6x2+x3<=58
        4x1+2x2+1.5x3<=25
        2x1+1.5x2+0.5x3<=11
        x2<=5
```

Out put nya adalah sebagai berikut :

```
LINDO
File  Edit  Solve  Reports  Window  Help
Reports Window

     OBJECTIVE FUNCTION VALUE

     1)      360.0000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1         4.000000          0.000000
       X2         0.000000          5.000000
       X3         6.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)        20.000000          0.000000
       3)         0.000000         10.000000
       4)         0.000000         10.000000
       5)         5.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2
```

LAMPIRAN 9

Program LINDO pada Persamaan (4.3.15)

```
max G
subject to
        5x1+2x2+3x3+40a<=40
        60x1+30x2+20x3-280a>=0
        2x1+5x2+2x3-30.4a>=0
        60x1+30x2+20x3-80t>=280
        8x1+6x2+x3+10t<=58
        4x1+2x2+1.5x3+5t<=25
        2x1+1.5x2+0.5x3+3t<=11
        x2<=5
        a-G>=0
        t-G>=0
end
```

Out put nya adalah sebagai berikut

```
      G      0.326087        0.000000
     X1      4.739130        0.000000
     X2      0.000000        0.038043
     X3      1.086957        0.000000
      A      0.326087        0.000000
      T      0.326087        0.000000


    ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
     2)      0.000000         0.010870
     3)    214.782608          0.000000
     4)      1.739130         0.000000
     5)      0.000000        -0.003804
     6)     15.739130          0.000000
     7)      2.782609         0.000000
     8)      0.000000         0.086957
     9)      5.000000         0.000000
    10)      0.000000        -0.434783
    11)      0.000000        -0.565217
```

Keterangan

$a = \alpha$

$t = \theta$

$G = \gamma$