

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis fungsional merupakan salah satu cabang dari matematika analisis klasik. Analisis fungsional memiliki peranan yang cukup besar dalam berbagai bidang matematika. Pada analisis fungsional dibahas mengenai "ruang" yang disertai dengan "fungsi" yang terdefinisi pada ruang tersebut. Sebagai contoh, ruang vektor yang disertai "fungsi norm" dinamakan sebagai "ruang norm". Selanjutnya himpunan tak kosong yang disertai "fungsi jarak" dinamakan sebagai "ruang metrik".

Fungsi jarak pada ruang metrik merupakan fungsi bernilai riil [4]. Ruang metrik sendiri merupakan salah satu konsep penting dalam bidang analisis. Hal ini dikarenakan konsep ruang metrik banyak digunakan dalam pembahasan konsep-konsep analisis yang lain dan juga digunakan pada bidang aplikasi. Sebagai contoh, untuk menentukan kekonvergenan dari barisan bilangan riil digunakan fungsi nilai mutlak $|x - y|$, dimana fungsi nilai mutlak $|x - y|$ juga menyatakan jarak antara titik x dan y .

Salah satu teorema yang memanfaatkan konsep kekonvergenan pada ruang metrik adalah teorema titik tetap *Banach*. Teorema titik tetap *Banach* telah banyak dikembangkan dalam analisis fungsional guna menge-

tahui keberadaan dan ketunggalan dari titik tetap tersebut. Untuk sebarang himpunan tak kosong X , titik $x \in X$ disebut titik tetap dari suatu pemetaan T jika $Tx = x$ [4].

Teorema titik tetap *Banach* menjadi landasan dari teorema eksistensi dan ketunggalan dalam matematika analisis. Aplikasi teorema titik tetap *Banach* ini juga memiliki peranan yang cukup besar. Misalnya aplikasi teorema titik tetap *Banach* dalam menentukan solusi dalam persamaan differensial biasa yang dilengkapi dengan masalah nilai awal.

Bentuk perluasan dari ruang metrik adalah ruang metrik *cone*, dimana fungsi jarak pada ruang metrik *cone* merupakan suatu pemetaan menuju ruang *banach*. Pada ruang metrik *cone* juga terdapat konsep kekonvergenan barisan seperti pada ruang metrik sehingga teorema titik tetap juga dapat diterapkan pada ruang metrik *cone*.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membahas kembali konsep kekonvergenan pada ruang metrik *cone* dan menganalisis keberadaan dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik *cone* dengan merujuk artikel dari Huang Long-Guang dan Zhang Xhian. Masalah yang akan dibahas pada penelitian ini dibatasi pada penggunaan konsep kekonvergenan barisan pada ruang metrik *cone* dalam menganalisis teorema titik tetap pada ruang metrik *cone*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

- (1) Bagaimana konsep kekonvergenan barisan pada ruang metrik *cone*.
- (2) Bagaimana keberadaan dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik *cone*.

1.3 Pembatasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada konsep kekonvergenan barisan pada ruang metrik *cone* dan menggunakan konsep kekonvergenan tersebut untuk menganalisis keberadaan dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik *cone*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

- (1) Membahas kembali konsep kekonvergenan pada ruang metrik *cone*.
- (2) Menganalisis keberadaan dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik *cone*.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini terdiri dari IV bab. Bab I Pendahuluan memuat latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah,

tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori memuat tentang ruang *Banach*, *cone*, dan ruang metrik *cone*. Bab III memuat hasil dari penelitian yaitu konsep konsep kekonvergenan barisan pada ruang metrik *cone* dan teorema titik tetap *Banach* pada ruang metrik *cone*. Kemudian disajikan kesimpulan dan saran untuk peneliti selanjutnya pada Bab IV Penutup.

