

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Permasalahan gelombang nonlinier sering muncul dalam berbagai bidang fisika dan teknik, seperti masalah dinamika fluida, fisika plasma, teori medan kuantum dan fiber optik nonlinier. Permasalahan tersebut dapat dimodelkan secara matematis ke dalam bentuk persamaan diferensial parsial (PDP) nonlinier. Beberapa metode alternatif penyelesaian PDP nonlinier yang berkembang saat ini adalah metode tanh, metode sinus-kosinus, metode bilinear Hirota, metode transformasi Backlund, metode ekspansi persamaan Riccati, metode inverse-scattering dan metode variasiional [18].

Dari berbagai metode yang telah dikembangkan tersebut, metode variasiional dinilai efektif dan sangat sederhana dalam menyelesaikan permasalahan PDP nonlinier [17]. Metode ini dikonstruksi berdasarkan prinsip Hamiltonian, yaitu suatu prinsip dalam mekanika klasik yang menyatakan bahwa persamaan gerak suatu sistem ditentukan oleh titik-titik kritis dari integral Lagrangiannya (yaitu selisih antara energi kinetik dan energi potensial sistem tersebut) [11]. Keberhasilan metode ini sangat bergantung pada pemilihan ansatz, yaitu bentuk analitik percobaan dari solusi yang ingin dicari [13]. Jika ansatz yang dipilih tersebut tepat, maka solusi yang diperoleh merupakan solusi eksak.

Metode variasional juga sering digunakan untuk mencari solusi gelombang soliter pada berbagai PDP nonlinier, seperti persamaan Korteweg-de Vries (KdV) [17], persamaan Klein-Gordon nonlinier [7], persamaan Schrödinger nonlinier [21], persamaan Zakharov-Kuznetsov [17], dan persamaan Boussineq [8]. Solusi gelombang soliter sendiri adalah solusi gelombang berjalan dari suatu PDP nonlinier dengan profil yang asimtotik ke suatu konstanta ketika koordinat spasialnya menuju $\pm\infty$ dan merambat dengan kecepatan konstan [18]. Terdapat dua jenis profil solusi gelombang soliter yang sering dipelajari, yaitu *pulse* dan *kink*. *Pulse* adalah solusi gelombang soliter yang memiliki profil asimtotik ke nol ketika koordinat spasialnya menuju $\pm\infty$ [10], sedangkan *kink* adalah solusi gelombang soliter yang memiliki profil asimtotik ke konstanta yang berbeda ketika koordinat spasialnya menuju $\pm\infty$ [18].

Dalam penelitian ini secara khusus akan dicari solusi gelombang soliter pada persamaan Benjamin-Bona-Mahony (BBM). Persamaan ini pertama kali diperkenalkan oleh Brooke Benjamin, Jerry L. Bona dan John Joseph Mahony pada tahun 1972 untuk memodelkan gelombang permukaan air dalam satu arah rambat yang berlaku untuk sebarang bilangan gelombang. Persamaan ini diturunkan untuk mengatasi kelemahan dari persamaan KdV yang juga memodelkan gelombang permukaan air dalam satu arah rambat namun hanya berlaku untuk bilangan gelombang yang relatif kecil [2].

Berbagai metode penyelesaian persamaan BBM dan modifikasinya dalam memperoleh solusi gelombang soliter telah banyak dikembangkan oleh berbagai peneliti. Beberapa di antaranya adalah metode fungsi exp oleh Yusufoglu

yang memperoleh solusi eksak baru [20], metode aproksimasi sinc-Galerkin oleh Alquran dan Al-Khaled [1] dan metode perturbasi homotopi oleh Tari dan Ganji [16] yang memperoleh aproksimasi solusi eksplisit.

Dalam [19], Yan-Hai Ye dan Lu-Feng Mo mengklaim telah berhasil memperoleh solusi eksak gelombang soliter dari persamaan BBM dengan menggunakan metode variasional. Namun pada kenyataannya terdapat kekeliruan dalam penelitian tersebut, karena yang dikaji bukanlah persamaan BBM, melainkan persamaan KdV. Oleh karena itu, pada penelitian ini solusi eksak gelombang soliter dari persamaan BBM yang sebenarnya akan dicari dengan menggunakan metode variasional, sebagai metode alternatif yang lebih efektif namun menghasilkan ekspresi solusi yang lebih umum.

1.2 Perumusan Masalah

Dalam penelitian ini akan dikaji bagaimana memperoleh solusi eksak gelombang soliter pada persamaan BBM dengan menggunakan metode variasional.

1.3 Pembatasan Masalah

Penerapan metode variasional dalam memperoleh solusi eksak gelombang soliter pada persamaan BBM dibatasi untuk jenis profil *pulse*.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang akan dibahas, maka tujuan dari penelitian ini adalah menentukan solusi eksak gelombang soliter pada persamaan BBM dengan menggunakan metode variasiional.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperkaya kajian teoritis tentang solusi eksak gelombang soliter pada persamaan BBM.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tesis ini dibagi atas empat bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan. Bab II berisi tentang solusi gelombang soliter, persamaan BBM, metode tanh, prinsip *dominant balance*, kalkulus variasi, mekanika Lagrangian, penurunan metode variasiional. Selanjutnya Bab III memuat tentang pembahasan langkah-langkah metode variasiional pada persamaan BBM, yaitu perumusan Lagrangian, pemilihan ansatz, dan Lagrangian efektif dan titik kritis parameter variasiional. Terakhir, Bab IV berisi kesimpulan dan saran.