BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ukuran Lévy memiliki peran penting dalam penentuan kelas keterbagian tak hingga suatu distribusi. Ukuran Lévy diperoleh ketika menentukan representasi kanonik dari fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik merupakan fungsi dari suatu peubah acak X yang dilambangkan dengan $\varphi(t)$ dan didefinisikan sebagai $\varphi(t) = E[e^{itX}]$ untuk suatu bilangan riil t, di mana $e^{itX} = \cos(tX) + i\sin(tX)$ dan $i = \sqrt{-1}$. Fungsi karakteristik $\varphi(t)$ dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n, fungsi tersebut merupakan hasil pangkat ke-n dari suatu fungsi karakteristik $\varphi_n(t)$ [17]. Hubungan antara proses Lévy dan distribusi terbagi tak hingga secara rinci dibahas oleh Sato [24].

Suatu distribusi terbagi tak hingga dapat disajikan ke dalam bentuk representasi kanonik berdasarkan fungsi karakteristiknya sebagaimana dikenalkan pertama kali oleh Finneti [3]. Pada tahun 1932, Lévy-Khintchine mengembangkan ekspresi ini untuk kondisi umum setiap distribusi, termasuk distribusi peubah acak yang memiliki nilai harapan dan ragam tak hingga. Definisi keterbagian tak hingga yang telah disebutkan sebelumnya mengarah ke bentuk kanonik dari fungsi karakteristik suatu distribusi dalam bentuk fungsi yang mengandung bilangan kompleks [20].

Representasi kanonik yang dikembangkan oleh Lévy-Khintchine memberikan beberapa parameter untuk fungsi karakteristik dari suatu distribusi. Salah satu parameternya disebut sebagai ukuran Lévy dengan sifat-sifat yang akan menentukan kelas keterbagian tak hingga dari distribusi tersebut. Terdapat beberapa kelas keterbagian tak hingga yang telah diketahui berdasarkan ukuran Lévy. Kelas pertama distribusi terbagi tak hingga didefinisikan oleh Thorin pada tahun 1977 untuk distribusi Pareto dan Lognormal [25, 27]. Kelas berikutnya dikenal sebagai *selfdecomposable* yang didefinisikan oleh Jurek dkk pada tahun 1985 [15, 5] kemudian secara umum dibahas oleh Bondesson untuk distribusi tunggal maupun campuran [7, 8]. Sub kelas dari tipe G *selfdecomposable* dikenalkan oleh Aoyama dkk [2] setelah Maejima dan Rosinski menemukan kelas tipe G [18].

Kelas keterbagian tak hingga yang telah ditemukan di atas, menjadi dasar dalam penentuan kelas keterbagian tak hingga dari berbagai distribusi seperti distribusi eksponensial dan distribusi Log-Gamma yang termasuk ke dalam kelas Thorin [11, 23]. Fungsi karakteristik sebagai dasar dalam penentuan keterbagian tak hingga dari distribusi Cauchy telah dihasilkan dalam [30]. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dibahas lebih lanjut mengenai representasi kanonik distribusi Cauchy untuk selanjutnya ditentukan ukuran Lévy yang sifat-sifatnya dapat digunakan untuk menentukan kelas keterbagian tak hingga dari distribusi Cauchy.

Distribusi Cauchy yang dinamai berdasarkan nama ilmuwan Augustin

Louis Cauchy sering digunakan sebagai *counterexample* dari teorema umum yang ada. Penerapan distribusi Cauchy saat ini tidak hanya dalam teori mekanik, kelistrikan, fisika antropologi dan masalah pengukuran saja namun juga dalam analisis resiko keuangan. Dalam ilmu fisika, distribusi Cauchy dikenal dengan nama distribusi Lorentzian yang menyatakan distribusi energi suatu keadaan tak stabil pada mekanika kuantum [1]. Mahdizadeh dan Zamanzade [19] melakukan 6 (enam) uji kecocokan untuk distribusi Cauchy di mana salah satunya menghasilkan nilai yang sangat sesuai untuk diterapkan pada data riil seperti *stock market return*. Aplikasi lain dari distribusi Cauchy adalah pemodelan dengan *wrapped Cauchy distribution* untuk menangkap ketergantungan di antara beberapa variabel [16] dan pengkodean gambar secara optimum lokal dalam memodelkan *Nonsub-Sampled Contourlet Transform* (NSCT) dengan koefisien vektor berbeda berdasarkan distribusi Cauchy [29].

Distribusi Cauchy tidak memiliki nilai harapan, ragam dan fungsi pembangkit momen namun masih menarik untuk diteliti. Secara teori peluang, hal ini menandakan bahwa rata-rata sampel tidak pernah menyimpang jauh dari nilai awalnya [22]. Devianto dkk [12, 13] menurunkan fungsi karakteristik dari konvolusi peubah acak berdistribusi Cauchy variasional dan menggunakan penjumlahannya untuk mendapatkan variabel acak baru berdistribusi Poisson majemuk. Lee dkk [14] mengkaji distribusi Cauchy multivariat hanya dengan memanfaatkan fungsi kepadatan peluang yang secara umum digunakan dalam statistika matematika modern. Oleh karena itu, pendekatan dengan fungsi karakteristik dan fungsi distribusi kumulatif dalam menurunkan ukuran Lévy untuk mengkaji kelas keterbagian tak hingga distribusi Cauchy sebagaimana akan dibahas dalam penelitian ini sangat mungkin untuk dilakukan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, penelitian ini mengkaji beberapa pemasalahan meliputi:

1. Bagaimana sifat keterbagian tak hingga distribusi Cauchy?
2. Bagaimana sifat ukuran Lévy dalam penentuan kelas keterbagian tak hingga distribusi Cauchy?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari perumusan masalah di atas, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji keterbagian tak hingga distribusi Cauchy.
2. Menentukan sifat ukuran Lévy dan kelas keterbagian tak hingga distribusi Cauchy.

1.4 Sistematika Penulisan

Penelitian ini disusun dengan sistematika penulisan yang terdiri dari 5 (lima) bab, yaitu Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori berisi teori-teori yang terkait dalam pembahasan dan mendukung masalah yang dibahas dan Bab III Metode penelitian memaparkan tentang cara penyelesaian masalah yang telah dirumuskan. Pada BAB IV Pembahasan, dibahas mengenai sifat keterbagian tak hingga distribusi Cauchy, representasi kanonik dan ukuran Lévy dari distribusi Cauchy hingga penentuan kelas keterbagian tak hingganya. BAB V Penutup, memberikan kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh pada pembahasan dan juga disampaikan saran yang menjadi pedoman untuk peneliti selanjutnya.