

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan persamaan yang memuat satu atau lebih variabel tak bebas beserta turunannya terhadap variabel-variabel bebas. Persamaan diferensial diperkenalkan pertama kali oleh Newton dan Leibniz dengan penemuannya tentang teori kalkulus. Para ilmuwan berhasil mengembangkan persamaan diferensial hingga menemukan persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, dan persamaan diferensial fraksional.

Pada tahun 1695, L'Hopital bertanya kepada Leibniz bagaimana jika suatu persamaan diferensial memiliki orde fraksional atau pecahan. Sejak saat itu kalkulus fraksional telah menarik perhatian banyak ahli matematika seperti Euler, Laplace, Riemann, dan Liouville.[2]

Persamaan diferensial fraksional merupakan persamaan diferensial yang memiliki orde fraksional atau pecahan. Bentuk umum persamaan diferensial fraksional linier diberikan sebagai berikut[7]

$$D^{\alpha_n}y(t) + a_{n-1}D^{\alpha_{n-1}}y(t) + \dots + a_1D^{\alpha_1}y(t) + a_0y(t) = g(t) \quad (1.1.1)$$

yang dalam hal ini D^{α_i} , untuk $i = 1, 2, \dots, n$, merupakan operator turunan fraksional orde α_i dengan $m - 1 < \alpha_i < m$, $m \in \mathbb{N}$. Salah satu operator

turunan fraksional yang cukup dikenal adalah operator turunan Caputo, yang definisinya dapat dilihat dalam [7] dan disajikan kembali dalam Bab 2.

Kukla dan Urszula dalam [5] telah menyelesaikan persamaan diferensial fraksional (1.1.1) untuk $n = 2$. Pada penelitian ini, akan dibahas solusi dari persamaan diferensial fraksional linier nonhomogen (1.1.1) dengan syarat awal $y(0) = y_0$ dan $\alpha_i \in (0,1)$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$, menggunakan transformasi Laplace untuk n sebarang, yang dalam hal ini D^α adalah turunan fraksional tipe Caputo.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi persamaan (1.1.1) untuk sebarang $n \in \mathbb{N}$ dengan menggunakan transformasi Laplace.

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, batasan masalah difokuskan pada persamaan (1.1.1) dengan $\alpha_i \in (0,1)$ untuk sebarang $n \in \mathbb{N}$ dan operator turunan tipe Caputo menggunakan transformasi Laplace.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah mengetahui solusi dari persamaan (1.1.1) untuk sebarang $n \in \mathbb{N}$ menggunakan transformasi Laplace.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini yaitu : Bab I Pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang memuat teori-teori dasar sebagai acuan yang akan digunakan dalam pembahasan. Bab III Pembahasan, yang memuat bagaimana menentukan solusi persamaan diferensial fraksional non homogen. Bab IV Penutup, yang memuat kesimpulan dan saran atas penulisan tugas akhir ini.

