

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Kombinatorika adalah salah satu bidang dalam ilmu matematika. Dalam penelitian ini akan dikaji salah satu kajian dalam bidang kombinatorika yaitu teori graf. Graf disebut sebagai pasangan himpunan titik yang dihubungkan oleh himpunan sisi. Titik menggambarkan suatu objek dan sisi adalah penghubung antara satu objek dengan objek lainnya, sehingga membentuk suatu pola. Misal letak beberapa desa dalam suatu kota yang dihubungkan oleh jalan dari satu desa ke desa lainnya. Letak beberapa desa tersebut dapat direpresentasikan dengan titik, sedangkan jalan dari satu desa ke desa yang lain direpresentasikan dengan sisi. Beberapa jenis graf di antaranya adalah graf lengkap, graf lintasan, graf lingkaran, dan graf bintang.

Pada tahun 1930, teori Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Plumton Ramsey dalam makalahnya yang berjudul "On A Problem of Formal Logic" [15]. Ramsey mengemukakan suatu teori yang berkaitan dengan pencarian prosedur untuk menentukan benar tidaknya suatu formula logika yang diberikan. Penerapan teori Ramsey di antaranya pada bidang matematika, teori informasi, komputasi, dan ilmu ekonomi. Dalam teori graf, bilangan Ramsey klasik didefinisikan sebagai berikut. Untuk bilangan asli  $m$  dan  $n$ ,

bilangan Ramsey  $r(m, n)$  adalah bilangan asli terkecil  $p$  sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf lengkap  $K_p$  akan selalu memuat graf lengkap  $K_m$  merah atau  $K_n$  biru [7].

Hingga saat ini baru sembilan bilangan Ramsey klasik yang ditemukan yaitu sebagai berikut:  $r(3, 3) = 6$ ,  $r(3, 4) = 9$ ,  $r(3, 5) = 14$  dan  $r(4, 4) = 18$  yang ditemukan oleh Greenwood dan Gleason (1995),  $r(3, 6) = 18$  ditemukan oleh Kery (1964),  $r(3, 7) = 23$  ditemukan oleh Kalbfleisch (1965),  $r(3, 8) = 28$ ,  $r(3, 9) = 36$  ditemukan oleh Grinstead (1982), dan  $r(4, 5) = 25$  ditemukan oleh McKay dan Radziszowski [14]. Karena sulitnya mendapatkan bilangan Ramsey klasik untuk nilai  $m$  dan  $n$  lain, maka kajian bilangan Ramsey diperluas untuk sebarang graf yang tidak harus graf lengkap. Bilangan Ramsey untuk sebarang graf ini dinamakan bilangan Ramsey graf. Bilangan Ramsey graf  $r(F, G)$  dari dua buah graf  $F$  dan  $G$ , dengan bilangan asli terkecil  $t$  sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi  $K_t$  akan memuat subgraf merah yang isomorfik dengan  $F$  atau subgraf biru yang isomorfik dengan  $G$  [13].

Perluasan kajian bilangan Ramsey lainnya adalah bilangan Ramsey bipartit. Misalkan  $m$  dan  $n$  adalah dua bilangan bulat positif, bilangan Ramsey bipartit  $b(m, n)$  didefinisikan sebagai bilangan bulat terkecil  $t$  sedemikian sehingga, jika semua sisi dari graf bipartit lengkap  $K_{t,t}$  diberi dua pewarnaan sisi merah-biru akan memuat subgraf monokromatik  $K_{m,m}$  dengan warna merah atau  $K_{n,n}$  dengan warna biru [9]. Subgraf  $H$  dari  $G$  disebut monokromatik jika semua sisi  $H$  memiliki warna yang sama [4].

Pada tahun (1998) bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lintasan dan graf bintang diperoleh oleh Hatting dan Henning. Graf lintasan  $P_n$  adalah graf terhubung berorde  $n$  yang setiap titiknya berderajat dua kecuali kedua titik ujungnya berderajat satu, dan graf bintang  $K_{1,n}$  adalah graf terhubung berorde  $n + 1$  yang setiap titiknya berderajat satu kecuali titik pusatnya berderajat  $n$  [16]. Selanjutnya, dari perumuman konsep bilangan Ramsey bipartit terus berkembang ke perumuman konsep bilangan Ramsey multipartit. Tahun 2004 Burger dan Vuuren telah memperkenalkan dan mempopulerkan gagasan tentang bilangan Ramsey multipartit untuk kombinasi graf multipartit seimbang lengkap.

Perluasan bilangan Ramsey Multipartit adalah bilangan Ramsey Multipartit Himpunan dan bilangan Ramsey Multipartit Ukuran yang dijelaskan Burger dan Vuuren (2004) dalam [1] dan [2]. Konsep dari bilangan Ramsey multipartit himpunan yaitu misalkan  $K_{\zeta \times j}$  adalah suatu graf multipartit seimbang lengkap yang terdiri dari  $\zeta$  himpunan partit dan  $j$  banyaknya titik pada setiap himpunan partit. Misalkan  $j, n, l, s, t$  adalah bilangan-bilangan bulat positif dengan  $n, s \geq 2$  maka bilangan Ramsey multipartit himpunan  $M_j(K_{n \times l}, K_{s \times t})$  adalah bilangan bulat positif terkecil  $\zeta$  sedemikian sehingga sebarang pewarnaan dari sisi  $K_{\zeta \times j}$  menggunakan dua warna merah dan biru, semestinya  $K_{\zeta \times j}$  memuat  $K_{n \times l}$  merah atau  $K_{s \times t}$  biru sebagai subgraf [1].

Bilangan Ramsey multipartit himpunan yang memuat graf lintasan yaitu  $M_t(P_3, P_s)$ , dimana graf lintasan dinotasikan dengan  $P_s$  adalah graf terhubung yang memiliki  $s$  titik dan  $s - 1$  sisi dengan  $s \geq 2$ . Bilangan Ram-

sey multipartit himpunan  $M_t(P_3, P_s)$  menjadi salah satu topik kajian bilangan Ramsey multipartit himpunan yang menarik untuk dikaji karena belum banyak penelitian yang mengkaji topik ini. Beberapa bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi dari dua graf multipartit seimbang lengkap yang telah diperoleh adalah sebagai berikut:  $M_1(K_{2 \times 2}, K_{3 \times 3}) = 7$  ditemukan Chartrand [5],  $M_1(K_{2 \times 2}, K_{4 \times 1}) = 10$  ditemukan Chvatal [6],  $M_2(K_{2 \times 2}, K_{3 \times 1}) = 4$ ,  $M_2(K_{2 \times 2}, K_{4 \times 1}) = 7$ ,  $M_1(K_{2 \times 3}, K_{2 \times 3}) = 18$  ditemukan Harborth [11] [12] [10],  $M_1(K_{2 \times 2}, K_{6 \times 1}) = 18$  ditemukan Exoo [8].

Bilangan Ramsey multipartit himpunan diperumum untuk kombinasi graf yang tidak harus graf multipartit seimbang lengkap, seperti yang diperoleh Colton [13]. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji permasalahan bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi  $P_3$  dan  $P_s$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang masalah, rumusan masalah yang akan dikaji dalam penulisan ini adalah penentuan bilangan Ramsey multipartit himpunan  $M_t(P_3, P_s)$  untuk  $3 \leq t \leq 5$  dan  $3 \leq s \leq 20$ .

## 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan yang akan dicapai dalam penulisan ini adalah menentukan nilai-nilai dari bilangan Ramsey multipartit himpunan  $M_t(P_3, P_s)$  dengan  $3 \leq t \leq 5$  dan  $3 \leq s \leq 20$ .

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab yaitu: BAB I Pendahuluan merupakan gambaran singkat yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. BAB II Tinjauan Pustaka yang membahas teori-teori dasar sebagai acuan yang akan digunakan dalam pembahasan. BAB III Pembahasan dari hasil penelitian yang diperoleh. BAB IV Penutup yang memuat kesimpulan dan saran dari skripsi ini.

