BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Penentuan bilangan Ramsey merupakan salah satu topik kajian matematika dalam bidang kombinatorika. Perkembangan bilangan Ramsey diawali dari bilangan Ramsey klasik yaitu untuk setiap bilangan bulat positif m dan n, bilangan Ramsey $r(m, n)$ adalah bilangan bulat positif terkecil r sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi pada graf lengkap K_r akan selalu menghasilkan graf lengkap K_m merah atau K_n biru sebagai subgraf.

Penentuan bilangan Ramsey klasik $r(m, n) = r(K_m, K_n)$ adalah masalah yang sulit dengan K_m dan K_n adalah graf lengkap dengan m dan n titik. Sampai saat ini, baru hanya sembilan bilangan Ramsey klasik yang dapat diketahui, terlihat pada paper Radziszowski yang berjudul *Small Ramsey Numbers* [14]. Bilangan Ramsey klasik yang ditemukan adalah sebagai berikut $r(3, 3) = 6$, $r(3, 4) = 9$, $r(3, 5) = 14$, dan $r(4, 4) = 18$ ditemukan oleh Greenwood dan Gleason (1955) [9], dan $r(3, 6) = 18$ diperoleh oleh Kery (1964) [6]. Selanjutnya, Kalbfleisch (1965) mendapatkan $r(3, 7) = 23$ [11]. Bilangan Ramsey $r(3, 8) = 28$ dan $r(3, 9) = 36$ dihasilkan oleh Gristead dan Roberts (1982) [10]. Selanjutnya McKay dan Radziszowski (1995) menemukan bilangan Ramsey klasik $r(4, 5) = 25$ [2]. Karena sulitnya mendapatkan bilangan

Ramsey klasik untuk nilai m dan n yang lain, maka kajian bilangan Ramsey diperluas untuk sebarang graf yang tak harus lengkap. Bilangan Ramsey untuk sebarang graf ini dinamakan bilangan Ramsey graf.

Diberikan dua graf G dan graf H. Bilangan Ramsey untuk graf G terhadap graf H, dinotasikan dengan $r(G, H)$ adalah bilangan bulat terkecil n sedemikian sehingga untuk setiap graf F dengan orde n akan memenuhi sifat berikut: F memuat graf G atau komplemen dari F memuat graf H. Dalam perkataan lain bilangan Ramsey graf $r(G, H)$ dapat dinyatakan sebagai bilangan bulat terkecil n sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf lengkap K_n akan memuat subgraf dengan sisi berwarna merah yang isomorfik dengan G atau memuat subgraf dengan sisi berwarna biru yang isomorfik dengan graf H. Bentuk ini juga dapat ditulis dalam dua pewarnaan, yaitu jika setiap sisi dari graf lengkap diberi pewarnaan merah-biru, maka akan selalu menghasilkan graf lengkap dengan sisi berwarna merah yang isomorfik dengan graf G atau memuat graf lengkap dengan sisi berwarna biru yang isomorfik dengan graf H sebagai subgraf.

Salah satu bentuk perluasan konsep dari bilangan Ramsey graf adalah bilangan Ramsey multipartit ukuran. Burger dan Vuuren (2004) memberikan konsep tentang bilangan Ramsey multipartit ukuran sebagai berikut. Misalkan j, l, n, s dan t adalah bilangan-bilangan asli dengan $n,\ s \geq 2$ dan $j, l, t \geq 1$ maka bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(K_{n\times l}, K_{s\times t})$ adalah bilangan asli terkecil ξ sedemikian sehingga sebarang pewarnaan dari sisi $K_{j\times\xi}$ menggunakan dua warna merah dan biru, akan selalu berlaku bahwa $K_{j\times\xi}$ memuat

$K_{n\times l}$ merah atau $K_{s\times t}$ biru sebagai subgraf [1].

Permasalahan penentuan bilangan Ramsey multipartit ukuran merupakan salah satu dari penentuan bilangan Ramsey graf dengan menjadikan graf multipartit seimbang lengkap sebagai domainnya. Suatu graf multipartit seimbang lengkap dinotasikan dengan $K_{j\times t}$ merupakan graf yang terdiri dari j himpunan partit dan t titik di setiap partitnya dan setiap titik pada setiap partit bertetangga dengan setiap titik di partit lainnya. Untuk graf sederhana G dan H, bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(G, H)$ adalah bilangan asli terkecil t sedemikian sehingga untuk sebarang pewarnaan merah-biru pada sisi-sisi graf $K_{j\times t}$ akan mengakibatkan graf $K_{j\times t}$ memuat graf merah G atau graf biru H sebagai subgraf.

Sampai saat ini, beberapa nilai bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi beberapa graf telah diperoleh, diantaranya bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(P_s, G)$ untuk $j \geq 3$ dan $2 \leq s \leq 3$ dengan $G = W_n, S_n$, atau F_n untuk $n \geq 6$ dikaji oleh Syafrizal Sy, dkk (2007) [16], $m_j(P_s, G)$ untuk $j \geq 3$, $n \geq 2$ dan $s = 3$ atau 4 dengan $G = C_n$ dikaji oleh Syafrizal Sy (2010) [17]. Selanjutnya bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk lintasan yaitu $m_j(P_s, P_t)$ untuk $s = 2, 3$ dan $t \geq 2$ dikaji oleh Syafrizal Sy, dkk (2005) [15], serta bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(P_3, B_n)$ untuk $j \geq 3$ dan $n \geq 1$, C. Jayawardene dan Jayampathy R mengkajinya pada tahun 2016 [4], dan bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(P_3, K_{2,n})$ untuk $j \geq 3$ dan $n \geq 1$ pada tahun 2019 dikaji oleh C. J. Jayawardene [5].

Bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(G, H)$ untuk $G = T_n$ dan

$H = P_n$ yaitu bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf pohon dan graf lintasan masih menarik untuk dikaji. Graf pohon yaitu graf terhubung dan tidak memiliki siklus. Graf pohon dengan n titik dilambangkan dengan T_n. Sedangkan graf lintasan dinotasikan dengan P_n, adalah graf terhubung yang membentuk lintasan yang terdiri dari n titik dan $n-1$ sisi dengan $n \geq 2$.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji permasalahan tentang bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf pohon dan graf lintasan.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang masalah di atas, rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah penentuan bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf pohon dan graf lintasan.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini mengkaji tentang bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi antara graf pohon dan graf lintasan. Masalah dalam penelitian ini dibatasai pada kombinasi antara graf pohon dan graf lintasan(P_3) dimana akan ditentukan nilai-nilai dari $m_j(T_n, P_3)$ untuk $j \geq 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah menentukan nilai-nilai dari bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf pohon dan graf lintasan.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan konstribusi dalam meningkatkan pemahaman dalam bilangan Ramsey multipartit ukuran, serta dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan dalam kajian matematika, khususnya perkembangan tentang bilangan Ramsey multipartit ukuran.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tesis ini disusun sebagai berikut. BAB I merupakan bagian pendahuluan yang berisikan gambaran ringkas dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, serta manfaat penelitian.

Pembahasan tentang definisi dan terminologi graf, beberapa jenis graf, serta tentang bilangan Ramsey disajikan pada BAB II. Pembahasan disajikan pada BAB III yang merupakan hasil dari penelitian ini yaitu penentuan bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf pohon dan graf lintasan. Kesimpulan dan saran diberikan pada BAB IV yang merupakan bab akhir dari tesis ini.