BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ruang norm diperkenalkan pertama kali oleh Banach, Hahn dan Wiener pada tahun 1922. Ruang norm adalah ruang yang dibangun dari ruang vektor dengan norm yang didefinisikan di dalamnya *[10]*. Ruang norm biasanya dilambangkan dengan $(X, \|.\|)$ yaitu pasangan ruang vektor X dengan norm $\|.\|$.

Analisis fungsional memusatkan perhatian pada "ruang" yang menjadi dasar penting untuk mengkaji ruang metik, ruang norm, ruang Banach, ruang Hilbert. Ruang Banach adalah ruang norm yang lengkap yaitu ruang norm yang apabila setiap barisan Cauchy di dalamnya konvergen.

Pada tahun 1920 Banach menemukan sebuah teorema yang menyatakan keberadaan dan keunggulan suatu titik tetap yang dinamakan teorema Titik Tetap Banach (dikenal juga dengan teorema pemetaan kontraksi atau prinsip pemetaan kontraksi). Teorema Titik Tetap Banach dibuktikan Pertama kali oleh Caccroppoli pada tahun 1931. Teorema Titik Tetap Banach menjamin keberadaan dan keunikan titik-titik tertentu yang memetakan suatu ruang norm lengkap ke dirinya sendiri. Teorema titik tetap menjamin adanya suatu penyelesaian yang dinyatakan dalam prinsip titik tetap *(fixed point principles)*. Teorema Titik Tetap Banach menyakan bahwa jika pemetaan

$T : X \to X$ dari ruang norm lengkap $(X, \|.\|)$ merupakan pemetaan kontraktif yaitu $\|T_x - T_y\| \leq \|x - y\|$ untuk $0 < k < 1$ maka T memiliki titik tetap yang tunggal.

Pada tahun 1964, Gähler untuk pertama kalinya memperkenalkan tentang konsep ruang norm-2*[6]*. Pada tahun 1970 dilanjutkan dengan diperkenalkannya konsep ruang hasil kali dalam-2 oleh Gähler ,Diminnie dan White *[5]*. Pada tahun 1989, ruang hasil kali dalam diperumum lagi oleh Misiak menjadi ruang hasil kali dalam-n (untuk $n \geq 2$). Lalu penelitian tentang norm-2 ini dilanjutkan oleh Gunawan, Mashadi pada tahun 2001 *[7]*, H. Gunawan pada tahun 2002 *[8]* dan M.Acikgoz pada tahun 2009 *[1]*.

Pada Tahun 2011, Nur pada *[11]* memformulasikan suatu teorema titik tetap pada ruang Norm-2 $(X, \|.,.\|_s)$ dimana Norm-2 yang digunakan yaitu norm-2 standar menggunakan hasil kali dalam sembarang. Pada Tahun 2013, Idris, Ekariani dan Gunawan memformulasikan suatu titik tetap di ruang l^p sebagai ruang norm-2. Sedangkan pada tugas akhir ini akan diformulasikan suatu teorema titik tetap di ruang norm-2 $(\mathbb{R}^n, \|.,.\|_2)$ dengan norm standar yang didefinisikan sebagai $\|x, y\|_s := \begin{vmatrix} \langle x.x \rangle & \langle x.y \rangle \\ \langle y.x \rangle & \langle y.y \rangle \end{vmatrix}^{1/2}$ dimana hasil kali dalamnya didefinisikan sebagai hasil kali titik.

1.2 Perumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah memformulasikan teorema titik tetap pada ruang norm-2 berdimensi hingga.

1.3 Pembatasan Masalah

Masalah pada penelitian ini dibatasi pada ruang $\mathbb{R}^n$ dengan norm $\|x, y\|_2 := \det \begin{pmatrix} x \cdot x & x \cdot y \\ y \cdot x & y \cdot y \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}}$ dengan $x, y \in \mathbb{R}^n$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah memberikan formulasi teorema titik tetap pada ruang norm-2$(\mathbb{R}^n, \|., .\|_2)$.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam skripsi ini terdiri dari tiga bab. Bab I memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II memuat Tinjauan Pustaka yang berisi materi dasar dan materi-materi penunjang yang diperlukan. Bab III memuat hasil penelitian. Bab IV penutup, memuat kesimpulan tugas akhir dan saran tugas akhir.