

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori grup merupakan salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Terkait dengan struktur grup, telah dikenal beberapa grup khusus, salah satunya grup siklik. Grup siklik adalah grup dengan satu unsur  $a$ , dimana setiap unsur lainnya merupakan pangkat dari unsur  $a$ , dan disimbolkan dengan  $G = \langle a \rangle$  atau  $G = \{a^n | n \in \mathbb{Z}\}$ . Unsur  $a$  disebut dengan generator (pembangun) dari grup.

Grup siklik dapat dikembangkan menjadi suatu *picture*. *Picture* adalah susunan geometri yang terdiri dari *disc*  $D^2$ , *disjoint disc*  $\Delta$ , *arc* dan label. Untuk menggambarkan *picture* diperlukan suatu presentasi grup, yaitu suatu cara mewakili unsur-unsur setiap grup dengan satu atau lebih generator dan relasi. Bentuk umum presentasi grup adalah  $\langle X | R \rangle$  dimana  $X$  adalah himpunan generator dan  $R$  adalah himpunan relasi (unsur dari relasi  $R$  disebut relator). Ada banyak kajian tentang grup siklik, diantaranya grup siklik yang digambarkan dalam bentuk graf dan menjadi grup fundamental pertama [1]. Selanjutnya Mini Gopalakrishnan [6] pada tahun 2019 mengkaji tentang generator graf untuk grup siklik.

Kajian tentang *picture* juga telah banyak dilakukan oleh peneliti terdahulu, diantaranya adalah Pride [11] pada tahun 1991 memberikan penjelasan tentang barisan dari presentasi grup dengan berfokus pada teori *picture*. Bogley dan Pride [2] pada tahun 1993 mengkaji tentang menentukan generator untuk modul homotopi kedua menggunakan teknik geometrik kombinatorik yang mengandung teori-teori *picture*. Hitchman [7] pada tahun 1997 mengkaji tentang sifat-sifat identitas *word* untuk menentukan *picture* yang *spherical* dengan *empty picture*. Tweedale [12] pada tahun 2006 mengkaji tentang pengkonstruksian suatu grup yang unsur-unsurnya merupakan *picture* yang *spherical* dari subhimpunan Artin. Davidson [3] pada tahun 2008 dalam penelitiannya menggunakan diagram dan *picture* dari presentasi grup untuk membangun modul homotopi kedua. Kemudian *picture* dari modul homotopi kedua dari grup yang diperoleh dari hasil kali kroneker pada grup quaternion dapat dilihat pada [13].

Kajian-kajian yang telah dilakukan oleh peneliti terdahulu menggunakan dasar dari penelitian Pride [11] dan Bogley [2]. Mengingat belum ada kajian tentang pengkonstruksian *picture* pada presentasi grup siklik, maka penelitian ini akan mengkaji pengkonstruksian *picture* pada presentasi grup siklik  $G = \{a^n | n \in \mathbb{Z}\}$  dengan presentasi grup  $\mathcal{P} = \langle t | t^m \rangle$ . Oleh karena *picture* ini tidak tunggal, sehingga *picture* yang akan di konstruksi adalah *picture* yang sama sekali belum dikenakan operasi *picture*, dan setiap *disc* pada *picture* paling banyak terhubung dengan satu *arc*.

## 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka yang menjadi rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah bagaimana pengkonstruksian *picture* pada presentasi grup siklik dengan membuat pola 1 lajur dan 2 lajur.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bentuk umum dari *picture* pada presentasi grup siklik  $G = \{a^n | n \in \mathbb{Z}\}$  dengan presentasi grup  $\mathcal{P} = \langle t | t^m \rangle$ , dengan membatasi *picture* yang digambarkan belum dikenakan operasi *picture* dan setiap *disc* pada *picture* paling banyak terhubung dengan satu *arc*.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah, yaitu : BAB I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori, yang membahas mengenai teori-teori sebagai acuan dasar dalam pembahasan, BAB III *Picture* Untuk Presentasi Grup Siklik , yang berisi tentang teori-teori yang diperoleh mengenai *picture* dari grup siklik . BAB IV Penutup, yang berisi tentang Kesimpulan.