

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matriks adalah susunan elemen-elemen berbentuk persegi panjang atau bujursangkar yang disusun menurut baris dan kolom. Elemen yang terdapat disuatu matriks disebut dengan entri matriks. Matriks biasanya disimbolkan dengan huruf besar dan entrinya dengan huruf kecil.

Himpunan matriks yang memiliki entri-entri bilangan kompleks, yang terdiri dari  $n$  baris dan  $n$  kolom dapat disimbolkan dengan  $\mathbb{C}_{n \times n}$ . Suatu matriks  $A$  dikatakan idempoten apabila  $A$  dikalikan dengan dirinya sendiri merupakan matriks itu sendiri ( $A^2=A$ ), dikatakan tripoten apabila  $A^3=A$ , dan dikatakan  $t$ -poten jika  $A^t = A$ .

Permasalahan matriks idempoten semakin diperluas dengan menggunakan kombinasi linier. Pada tahun 2000, J.K. Baksalary dan O.M Baksalary mengkaji terkait keidempotenan dari kombinasi linier dua buah matriks idempoten [6]. Selanjutnya pada tahun 2002, kajian tersebut dikembangkan oleh J.K. Baksalary, O.M. Baksalary dan G.P.H. Styan terhadap matriks idempoten dan matriks tripoten [7]. Merujuk pada dua referensi tersebut, pada tahun 2005 J.Benitez dan N. Thome juga mengembangkan kembali kajian tersebut terhadap matriks idempoten dan matriks  $t$ -poten yang komutatif [4].

Jika  $A$  dan  $B$  komutatif ( $AB = BA$ ), dimana  $A$  adalah matriks idempoten dan  $B$  adalah matriks  $t$ -poten, maka  $A$  dan  $B$  keduanya dapat didiagonalisasi secara simultan, terdapat matriks nonsingular  $S$  sedemikian sehingga  $c_1S^{-1}AS + c_2S^{-1}BS$  adalah matriks dempoten. Pada tugas akhir ini akan mengkaji kembali [4] terkait keidempotenan dari kombinasi linier pada matriks idempoten dan matriks  $t$ -poten yang komutatif.

## 1.2 Perumusan Masalah

Misal  $A$  adalah matriks idempoten ( $A^2=A$ ) dan  $B$  adalah matriks  $t$ -poten ( $B^t = B$ ) untuk semua bilangan bulat positif  $t > 1$ . Rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah bagaimana mendapatkan kombinasi linier  $c_1S^{-1}AS + c_2S^{-1}BS$  yang idempoten. Masalah ini sudah dibahas pada [6] dan [7] untuk  $t = 2$  dan  $t = 3$  secara berturut-turut, maka pada skripsi ini akan membahas untuk  $t > 1$  dan  $A, B$  yang komutatif.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperlihatkan semua pasangan  $c_1, c_2$  bilangan kompleks tak nol yang memiliki matriks kompleks idempoten  $A$  dan matriks kompleks  $t$ -poten  $B$  untuk  $t > 1$  dan  $AB = BA$  sehingga kombinasi linier  $c_1S^{-1}AS + c_2S^{-1}BS$  adalah idempoten.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut: Bab I Pendahuluan, terdiri dari: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisi tentang definisi-definisi dan teori-teori dasar yang digunakan sebagai acuan pada pembahasan. Bab III Pembahasan yang membahas cara mendapatkan kombinasi linier dari matriks idempoten dan matriks  $t$ -poten yang komutatif sehingga  $c_1 S^{-1} A S + c_2 S^{-1} B S$  adalah matriks idempoten. Kesimpulan dari pembahasan diberikan di Bab IV.

