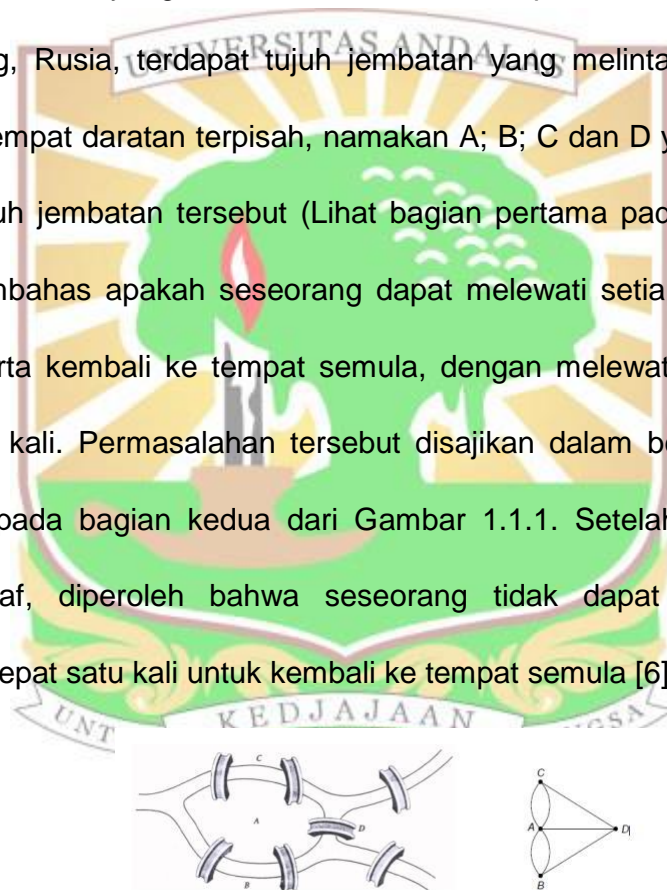


# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf pertama kali dicetuskan oleh seorang ilmuwan Matematika Swiss yang bernama Leonhard Euler pada tahun 1736. Di daerah Königsberg, Rusia, terdapat tujuh jembatan yang melintasi sungai Pregel. Terdapat empat daratan terpisah, namakan A; B; C dan D yang dihubungkan oleh ketujuh jembatan tersebut (Lihat bagian pertama pada Gambar 1.1.1). Euler membahas apakah seseorang dapat melewati setiap daerah A, B, C dan D, serta kembali ke tempat semula, dengan melewati setiap jembatan tepat satu kali. Permasalahan tersebut disajikan dalam bentuk graf seperti diberikan pada bagian kedua dari Gambar 1.1.1. Setelah disajikan dalam bentuk graf, diperoleh bahwa seseorang tidak dapat melewati setiap jembatan tepat satu kali untuk kembali ke tempat semula [6].



Gambar 1.1.1: [6] Jembatan Königsberg

Setelah permasalahan jembatan Königsberg, teori graf berkembang dengan pesat. Salah satu pengembangan konsep dalam teori graf adalah

bilangan kromatik. Misalkan terdapat graf  $G = (V; E)$ , dimana  $V(G)$  adalah himpunan titik dan  $E(G)$  adalah himpunan sisi. Suatu pewarnaan titik dari graf  $G$  dengan  $k$  warna adalah suatu pemetaan  $c : V(G) \rightarrow \{1; 2; \dots; k\}$  sedemikian sehingga jika  $u$  dan  $v$  bertetangga, maka  $c(u) \neq c(v)$  dimana  $u; v \in V(G)$ . Bilangan bulat terkecil  $k$  sedemikian sehingga  $G$  mempunyai suatu pewarnaan titik disebut bilangan kromatik dari  $G$  yang dinotasikan sebagai  $\chi(G)$  [5].

Konsep bilangan kromatik lokasi dari suatu graf adalah perpaduan antara konsep pewarnaan titik dan dimensi partisi pada suatu graf. Misalkan  $S_i$  adalah himpunan titik yang diberi warna  $i$ , yang selanjutnya disebut kelas warna, maka  $V(G) = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_k$  adalah himpunan yang terdiri dari kelas-kelas warna dari  $V(G)$ . Untuk suatu titik  $v$  di  $G$ , kode warna  $c(v)$  dari  $v$  adalah  $k$ -pasang terurut  $c(v) = (d(v; S_1); d(v; S_2); \dots; d(v; S_k))$ , dimana  $d(v; S_i) = \min\{d(v; x) \mid x \in S_i\}$ , untuk  $1 \leq i \leq k$ . Jika setiap titik di  $G$  memiliki kode warna yang berbeda, maka  $c$  disebut pewarnaan lokasi dari  $G$ . Minimum dari banyaknya warna yang digunakan dalam pewarnaan lokasi ini disebut bilangan kromatik lokasi, dinotasikan  $L(G)$  [8].

Chartrand dkk. [8] memperoleh bilangan kromatik lokasi dari beberapa kelas graf diantaranya graf lintasan  $P_n$  dengan  $n > 3$  diperoleh bahwa bilangan kromatik lokasi,  $L(P_n) = 3$  dan untuk graf lingkaran  $C_n$  diperoleh  $L(C_n) = 3$  untuk  $n$  ganjil dan  $L(C_n) = 4$  untuk  $n$  genap. Selanjutnya, Chartrand dkk. [8] juga menunjukkan bahwa graf multipartit lengkap adalah satu-satunya graf dengan orde  $n$  yang mempunyai bilangan kromatik lokasi

n, untuk  $n \geq 3$ . Pada tahun 2012, Asmiati dkk. [3] memperoleh bilangan kromatik lokasi dari graf kembang api. Pada tahun yang sama, Asmiati dan Baskoro [2] mengkarakterisasi semua graf yang memuat siklus dengan bilangan kromatik lokasi tiga.

Penelitian tentang bilangan kromatik lokasi terus berkembang. Pada tahun 2014 Welyyanti dkk. [11] memperluas pengertian bilangan lokasi kromatik suatu graf agar dapat diaplikasikan pada semua jenis graf, termasuk graf tak terhubung. Pada tahun 2016 Welyyanti dkk. [12] membahas tentang bilangan kromatik untuk suatu graf yang memuat dua komponen. Selanjutnya, pada tahun 2017 Welyyanti dkk. [13] menentukan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf dengan dua komponen yang homogen, dimana setiap komponennya memiliki bilangan kromatik lokasi 3. Selanjutnya, Putri [9] membahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf tak terhubung dengan graf lintasan dan graf lingkaran sebagai komponen-komponennya. Hasil terbaru adalah dari Azhari [4], yang membahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf tak terhubung dengan graf lintasan dan bintang ganda sebagai komponen-komponennya.

Fullerene adalah molekul polihedral yang seluruhnya terbuat dari atom karbon. Molekul polihedral adalah kumpulan dari beberapa atom yang ada didalam susunan tertentu yang diperlukan oleh gaya kimia atau ikatan kimia. Fullerene dapat direpresentasikan dengan atom sebagai titik dan ikatan antar atom sebagai sisi. Graf fullerene adalah graf terhubung yang setiap titiknya mempunyai derajat yang sama, yaitu tiga. Setiap titik terse-

but memiliki sisi yang tidak saling memotong dengan bentuk pentagon  $C_5$  dan heksagon  $C_6$ . Graf fullerene yang mempunyai titik  $n = 20$  dinamakan graf Dodecahedral dan graf fullerene mempunyai titik  $n = 60$  dinamakan graf Buckminsterfullerene  $B_{60}$  [1]. Pada tugas akhir ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi dari gabungan lima graf Buckminsterfullerene, dinotasikan  $5B_{60}$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Pada tugas akhir ini akan dibahas tentang bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi dari gabungan lima graf Buckminsterfullerene  $B_{60}$ , yang dinotasikan dengan  $5B_{60}$ .

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bilangan kromatik lokasi dari gabungan lima graf Buckminsterfullerene  $B_{60}$ , yang dinotasikan dengan  $5B_{60}$ .

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam proposal tugas akhir ini terdiri dari tiga bab, yaitu : Bab I adalah Pendahuluan, yaitu Latar Belakang, Perumusan Masalah, Tujuan Penelitian dan Sistematika Penulisan. Bab II adalah Landasan Teori, yaitu materi dasar dan materi penunjang yang akan digunakan dalam penyelesaian permasalahan yang dibahas pada tugas akhir

ini. BAB III Pembahasan, memuat tentang bilangan kromatik lokasi dari graf tak terhubung dengan graf Buckminsterfullerene  $B_{60}$  sebagai komponennya. Bab IV Kesimpulan, berisikan kesimpulan dari tugas akhir. Hasil baru yang diperoleh dalam tugas akhir ini diberikan dalam teorema dengan tanda .

