GRUP ALTERNATING A4

TESIS

SRI YENTI
06215081

PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS ANDALAS
2008

GRUP ALTERNATING A_4

Oleh : Sri Yenti

(Di bawah bimbingan Dr.I Made Arnawa dan Jenizon, M.Si)

RINGKASAN

Teori grup dalam aljabar abstak adalah salah satu teori yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan, tidak semua himpunan merupakan grup karena salah satu himpunan dikatakan grup harus mempunyai sifat-sifat tertentu. Suatu himpunan tak kosong G disebut grup jika G bersama operasi biner tertentu, memenuhi sifat tertentu, asosiatif terdapat unsur identitas di G dan sitiap unsur di G mempunyai invers.

Pada tesis ini penulis mencoba membahas suatu grup yaitu grup Alternating A_4 yang merupakan himpunan dengan anggota: $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12},\}$. Dengan menggunakan operasi komposisi fungsi penulis membahas tentang subgrup, order, centralizer dan homomorpisma.

Dalam pembahasan tesis ini penulis melakukan studi literatur yaitu : mengumpulkan buku-buku dan jurnal-jurnal yang relevan sebagai buku sumber. Selanjutnya penulis mempelajari dengan mengurutkan mengklasifikasikan, mengelompokkan, membuktikan serta mencari solusi dari permasalahan.

Dari pembahasan yang penulis lakukan maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Grup Alternating A_4 adalah grup permutasi genap yang mempunyai 12 buah elemen yaitu :$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12},\}$, dimana :

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{pmatrix} \qquad \alpha_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix} \qquad \alpha_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix}$$

$$\alpha_4=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{pmatrix} \qquad \alpha_5=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&1&4\end{pmatrix} \qquad \alpha_6=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&4&2&3\end{pmatrix}$$

$$\alpha_7=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&1&3&2\end{pmatrix} \qquad \alpha_8=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&4&1\end{pmatrix} \qquad \alpha_9=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&1&2&4\end{pmatrix}$$

$$\alpha_{10}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&2&1&3\end{pmatrix} \qquad \alpha_{11}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&3&4&2\end{pmatrix} \qquad \alpha_{12}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&4&3&1\end{pmatrix}$$

2. Subgrup dari A_4 adalah :

   $Ho = \{\alpha_1\}$

   $H_1 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$

   $H_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$

   $H_3 = \{\alpha_1, \alpha_4\}$

   $H_4 = \{\alpha_1, \alpha_6, \alpha_{11}\}$

   $H_5 = \{\alpha_1, \alpha_7, \alpha_{12}\}$

   $H_6 = \{\alpha_1, \alpha_8, \alpha_{10}\}$

   $H_7 = \{\alpha_1, \alpha_9, \alpha_5\}$

   $H_8 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$

3. Order dari A_4 adalah sebagai berikut :

3. Order dari A_4 adalah sebagai berikut :

α_1 berorder 1	α_7 berorder 3
α_2 berorder 2	α_8 berorder 3
α_3 berorder 2	α_9 berorder 3
α_4 berorder 2	α_{10} berorder 3
α_5 berorder 3	α_{11} berorder 3
α_6 berorder 3	α_{12} berorder 3

4. Centralizer dari unsur – unsur di A_4 adalah :

$C(\alpha_1) = A_4$	$C(\alpha_7) = H_5$
$C(\alpha_2) = H_8$	$C(\alpha_8) = H_6$
$C(\alpha_3) = H_8$	$C(\alpha_9) = H_7$
$C(\alpha_4) = H_8$	$C(\alpha_{10}) = H_6$
$C(\alpha_5) = H_7$	$C(\alpha_{11}) = H_4$
$C(\alpha_6) = H_4$	$C(\alpha_{12}) = H_5$

5. Terdapat pemetaan homomorpisma dari A_4 ke $\{1\}$.

بسم الله الرحمن الرحيم

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat (Mujaadilah ayat 11)

Kebenaran itu semua dari Tuhan
Oleh sebab itu...............
Janganlah engkau termasuk
Orang-orang yang bimbang (Albaqarah : 147)

Sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan
Maka apabila kamu telah selesai (dari satu urusan)
kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang
lainnya dan hanya kepada Tuhanmulah
hendaklah kamu berharap (dalam Nasrah: 6-8)

Detik demi detik telah kulalui untuk mencapai suatu perobahan
Hari demi hari kujalani untuk memperoleh kesuksesan dan keberhasilan
Semua halangan dan rintangan kejalani dengan penuh ketegaran
Dengan izin Mu ya Allah hari ini, buah ketegaran ini sudah ku petik yang ada senyum
Kebahagian yang tersungging dibibirku
Ya Allah, Engkau tlah pilihkan jalan terbaik bagiku
Telah Engkau kuatkan hatiku
Dalam menempuh perjalanan hidup.

Ya Allah perjuangan ini kuraih dengan segenap daya dan upayaku
Rintangan yang datang silih berganti, kuhadang dengan penuh kesabaran
Akhir dari perjuangan ini, Kubersujud syukur, menangis dihadapanMu
Untuk sebuah kemenangan dan kebahagian karena ridhaMu

Dengan mengucapkan rasa syukur
Tanpa mengabaikan-Mu ya Allah Kupersembahkan keharibaan yang mulia
Mama terkasih yang selalu mendoakanku
Suamiku tercinta Zulifas BA dengan setia dan penuh kesabaran mendampingi
hidupku dalam suka dan duka

Suamiku tersayang yang memberikan
dorongan untuk keberhasilanku
Anakku tercinta Salsabila Intania
Yang menjadi pemacu semangat dan sumber inspirasiku
dalam setiap ayunan langkahku
Walaupun selama meraih kesuksesan ini kalian orang-orang yang ku cintai
sering terabaikan dan tak kuperhatikan dengan semestinya

Terimalah kebnerhasilan ini sebagai tanda cinta kasih dan sekaligus
permintaan maaf karena kurang memperhatikan kalian
orang-orang yang terkasih
Anakku jadikanlah keberhasilan mama
sebagai motivasi untuk keberhasilan dikelak kemudian hari

Rasa terimakasih yang tak terlupakan untuk adik Dra. Reni Susanti
dan suami Ir. Irianto Noor serta keponakanku Dira Irsanti dan
Rayhan Fadhil untuk semua bantuan dan dorongan yang telah diberikan
selama masa perkuliahan dan juga untuk seluruh keluarga besarku
Semoga apa yang kita cita-citakan dikabulkan oleh Allah SWT

Wassalam

Sri Yenti

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Padang pada tanggal 23 Juni 1963 sebagai anak ke tiga dari lima orang bersaudara, ayah bernama Basyiruddin, M.S dan ibu Azizah Abbas, mempunyai seorang anak perempuan berumur delapan tahun bernama Salsabila Intania dari suami bernama Zulifas BE. Penulis menamatkan SD pada tahun 1975, kemudian selama satu tahun belajar di Pesantren Bayur Maninjau pada tahun berikutnya masuk ke SMP dan tamat tahun 1980 di Jakarta, pada tahun 1983 menyelesaikan pendidikan di SMA Maninjau pada tahun 1987 tamat DIII di IKIP Padang jurusan Matematika.

Pada tahun 1988 penulis ditugaskan sebagai guru di SMAN Sunggai Geringging Kabupaten Padang Pariaman. Pada tahun 1989 penulis berkesempatan mengikuti Pelatiahan Kerja Guru (PKG) tingkat Propinsi di Padang dan menjadi peserta terbaik saat itu, dengan prestasi itu penulis di angkat menjadi penatar guru SMA di Kabupaten Padang Pariaman dalam wadah SPKG Matematika yang disebut sebagai Guru Inti sampai tahun 1995. Seiring dengan itu penulis di tunjuk sebagai salah seorang Tutor untuk Proyek Penyetaraan DIII guru-guru SMP di Kabupaten Padang Pariaman sampai tahun 1996. Penulis manamatkan S1 di STKIP YDB Lubuk Alung pada tahun 1998.

Kemudian tahun 2002 penulis di angkat sebagai Instruktur Imtaq untuk Propinsi Sumatera Barat setelah melalui serangkaian test dan pelatihan di tingkat Nasional. Sejak tahun 1990 sampai sekarang bertugas di SMAN 2 Pariaman. Pada tahun 2006 penulis memperoleh kesempatan meneruskan pendidikan pada Program Pascasarjana Universitas Andalas Padang. Pada tahun 2008 ini penulis dinyatakan lulus murni dalam seleksi sertifikasi guru dan diangkat sebagai guru propesional.

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa tulisan saya yang berjudul **"GRUP ALTERNATING A4"** adalah hasil kerja saya sendiri dan bukan merupakan jiplakan dari hasil / karya orang lain, kecuali kutipan yang sumbernya dicantumkan. Jika kemudian hari pernyataan ini tidak benar, maka status kelulusan dan gelar yang saya peroleh menjadi batal dengan sendirinya.

Padang, 21 Juli 2008
Yang Membuat Pernyataan

Sri Yenti

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanawata`ala yang telah melimpahkan karunia dan petunjukNya sehingga penulis dapat menyusun tesis ini. Tesis ini ditulis berdasarkan penelitian dan percobaan yang berjudul " Grup Alternating A_4 ".

Tesis ini ditulis untuk memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Sains pada program Pascasarjana Universitas Andalas Padang. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih banyak kepada:

1. Gubernur Sumatera Barat yang telah memberikan bantuan dana dalam Proyek Pendidikan S2 Guru SLTA se- Sumatera Barat.
2. Direktur Program Pascasarjana Bapak Prof. Dr. Ir. Rudi Febriamansyah yang telah memberikan arahan dan bimbingan dalam perkuliahan dan penyelesaian studi penulis.
3. Bapak Ketua Program Studi Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang Jenizon, S.Si. M.Si yang sekaligus sebagai anggota komisi pembimbing atas arahan dan bimbingannya selama masa perkuliahan dan penyelesaian tesis.
4. Bapak Dr. Irmade Arnawa sebagai ketua komisi pembimbing atas saran, arahan dan bimbingannya selama penelitian dan penulisan tesis.
5. Bapak koordinator Pascasarjana Guru jurusan Matematika Zulakmal M.Si yang telah memberikan bimbingan administrasi dan akademik selama masa perkuliahan.

6. Bapak Dr. Muhafzan, Ph.D, Ibu Dr. Susila Bahri, M.Sc dan Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritik sehingga terwujud tesis ini.
7. Bapak dan Ibu Dosen pada jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang yang telah memberikan materi perkuliahan sehingga penulis dapat menyelesaikan beban studi.
8. Bapak Walikota Pariaman Ir. H Mahyudin yang telah memberikan izin sehingga penulis berkesempatan menyelesaikan pendidikan S2 di jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang.
9. Bapak kepala Dinas Pendidikan Kota Pariaman Drs. Bahari, MM yang telah memberikan izin dan kesempatan untuk kuliah di Program Pascasarjana FMIPA Universitas Andalas Padang.
10. Kepala SMAN 2 Pariaman Drs. Salman yang telah memberikan izin dan kesempatan serta motifasi sehingga penulis dapat menyelesaikan perkuliahan di Program Pascasarjana Universitas Andalas Padang.
11. Teman-teman seperjuangan yang telah membantu dan memberikan masukan untuk penyelesaian perkuliahan ini.
12. Orang tua, Suami, Anak dan Seluruh keluarga besar penulis atas motifasi, dorongan dan do'a Nya demi selesainya perkuliahan ini.

Padang Juli 2008

P e n u l i s

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Tabel **Halaman**

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori grup dalam aljabar abstrak adalah salah satu materi yang mempelajari tentang struktur aljabar suatu himpunan. Himpunan tak kosong G disebut grup jika G bersama suatu operasi biner "o" memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat unsur identitas di G dan untuk setiap unsur di G terdapat unsur inversnya. Himpunan bilangan dengan operasi penjumlahan adalah grup (Erlich, 1991; Gallian, 1998, Herstein 1975).

Ada banyak contoh grup selain contoh diatas yaitu grup dari himpunan bilangan bulat, dengan operasi penjumlahan modulo n yang dilambangkan dengan Zn (Gallion, 1998). Adapun unsur dari himpunan Zn adalah 0, 1, 2, 3…..n-1. Banyaknya unsur dari suatu grup disebut dengan order, himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan berorder tak hingga (Gallian, 1998).

Untuk lebih memahami tentang konsep grup penulis mencoba meneliti dan mempelajari lebih dalam tentang grup yang disebut dengan grup Alternating A_4 dengan center Z (A_4)= {(1 2 3 4)}.Grup Alternating A_4 termasuk grup permutasi genap, secara umum dilambangkan dengan A_n. Untuk n>1, An mempunyai susunan sebanyak $\frac{1}{2}$ n ! (Yoseph Agallian 1989). Dengan demikian A_4, mempunyai elemen sebanyak ½ · 4 ! = 12, anggotanya dilambangkan dengan α_1, α_2, …..,α_{12} sebagai contoh α_1 o α_2, yang operasinya didefinisikan sebagai pemetaan, khususnya yang terkait dengan komposisi fungsi.

$\alpha_1=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$ $\alpha_2=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$

α_2 didapat dari proses pemetaan dengan komposisi (1 2) (3 4), jika

$g = (1\ 2) = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 3 & 4\end{pmatrix}$ dan $f = (3\ 4) = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 4 & 3\end{pmatrix}$

maka $\alpha_2 = g \circ f = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 3 & 4\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 4 & 3\end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$$

atau komposisi fungsi dapat di tulis sebagai berikut :

$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(1) = 2$

$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(2) = 1$

$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(4) = 4$

$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(3) = 3$

jadi $\alpha_2 = g \circ f = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$

$\alpha_1 \circ \alpha_2$ dapat ditentukan dengan mengacu kepada cara untuk mendapatkan α_2 maka :

$$\alpha_1 \circ \alpha_2 = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 4 & 3\end{pmatrix} = \alpha_2$$

selanjutnya pemetaan $\alpha_2 \circ \alpha_1$ yaitu :

$$\alpha_2 o \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} o \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \alpha_2$$

jadi dapat ditunjukkan $\alpha_1 o \alpha_2 = \alpha_2 o \alpha_1$

atas dasar ini penulis bemaksud mempelajari sifat-sifat dari grup alternating A_4 yang elemen-elemennya terdiri dari $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sampai α_{12}.

1.2 Rumusan Masalah

Seperti yang dijelaskan pada latar belakang masalah, penulisan ini dititik beratkan pada pengkajian sifat – sifat grup Alternating A_4 yaitu subgrup, order, centralizer dan homomorpisma,

1.3 Manfaat Penulisan

Hasil penulisan ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih tentang grup, terutama grup alternating A_4 bagi penulis dan diharapkan juga dapat memberikan sumbangsih terhadap perkembangan ilmu pengetahun serta dapat menambah khasanah ilmu tentang teori grup khususnya grup alternating A_4.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan pokok dari penelitian ini adalah untuk mempelajari sifat-sifat yang belaku pada grup alternating A_4.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas konsep-konsep dasar dan beberapa teorema tentang subgup, order, center, centralizer, homomorpisma, isomorpisma, grup permutasi, permutasi genap dan beberapa teorema yang berkaitan.

2.1 Grup

Definisi 2.1.1: (Fraleigh, 1994)

Suatu operasi biner "o" atas suatu himpunan S adalah suatu relasi yang menghubungkan setiap pasangan terurut (x,y) dan unsur-unsur dari S x S ke tepat satu $z \in S$ dan dinotasikan dengan $x \circ y = z$

Ditulis $S \times S \longrightarrow S$

$(x,y) \longrightarrow x \circ y = z$

Definisi 2.1.2: (Herstein, 1975)

Misalkan G adalah suatu himpunan tak kosong. G dikatakan suatu grup jika pada G dapat di definisikan suatu operasi biner yang ditulis sebagai "o" sedemikian sehingga :

1. Setiap $a, b \in G$ berlaku $a \circ b \in G$.

   (G bersifat tertutup terhadap operasi biner "o")

2. Setiap $a, b, c \in G$ berlaku $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$

   (G bersifat asosiatif terhadap operasi biner "o")

3. Ada suatu unsur di G yang dilambangkan dengan e sehingga untuk setiap a $\in$ G berlaku a o e = e o a = a.

   e disebut unsur identitas.

   (G mempunyai unsur identitas terhadap operasi biner "o")

4. Untuk setiap a $\in$G ada b $\in$G sehingga berlaku a o b = b o a = e setiap unsur di G mempunyai invers-invers dari a di tulis a^{-1} jadi b = a^{-1}. Grup G dengan operasi biner "o" disimbolkan dengan (G,o)

   Contoh :

   Pandang bilangan bulat dengan operasi tambah, disimbolkan dengan (Z, +). Dari definisi 2.1.1 dan 2.1.2 diketahui bahwa pada (Z, +) berlaku sifat-sifat berikut :

   (1) Setiap a, b$\in$Z berlaku a + b $\in$ Z)

   (Z bersifat tertutup terhadap operasi +)

   (2) Setiap a, b,c $\in$Z berlaku (a + b) + c = a + (b + c)

   (Z bersifat asosiatif terhadap operasi biner +)

   (3) Ada unsur di Z yang dilambangkan dengan 0 sehingga berlaku a + 0 = 0 + a = a dalam hal ini 0 = e.

   (Z mempunyai unsur identitas terhadap operasi biner +)

   (4) Setiap a$\in$Z berlaku - a sehingga berlaku a + (-a) = 0

   (untuk setiap a $\in$G mempunyai invers yaitu –a)

Definisi 2.1.3: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) suatu grup, jika setiap a, b $\in$G berlaku a o b = b o a maka G disebut grup komutatif.

Teorema 2.1.4: (Erlich, 1991)

Misalkan (G,o) suatu grup jika a, b, x $\in$ G maka :

1. x o a = x o b maka a = b

   (hukum penghapusan kiri)

2. a o x = b o x maka a = b

   (hukum penghapusan kanan)

Bukti :

1. Misal G suatu grup. Ambil a, b, x$\in$ G sebarang maka terdapat $x^{-1} \in$ G.

   Sehingga $x \circ x^{-1} = x^{-1} \circ x = e$

   Perhatikan bahwa :

   $$x^{-1} \circ (x \circ a) = x^{-1} \circ (x \circ b)$$
   $$(x^{-1} \circ x) \circ a = (x^{-1} \circ x) \circ b$$
   $$e \circ a = e \circ b$$
   $$a = b$$

   Karena a, b, x $\in$ G diambil sebarang, maka dapat disimpulkan bahwa setiap a, b, x $\in$ G dengan x o a = x o b berlaku a = b

2. Misalkan G suatu grup

   Ambil a, b,x $\in$ G sebarang dengan a o x = b o x karena G grup dan x $\in$ G maka $x^{-1} \in$ G

   $$(a \circ x) \circ x^{-1} = (b \circ x) \circ x^{-1}$$
   $$a \circ (x \circ x^{-1}) = b \circ (x \circ x^{-1})$$
   $$a \circ e = b \circ e$$
   $$a = b$$

Karena a, b, x $\in$ G sebarang maka dapat disimpulkan bahwa setiap a, b, x $\in$ G dengan a o x = b o x berlaku a = b

Teorema 2.1.5: (Herstein, 1975)

Misalkan G suatu grup dan a, b$\in$ G. Persamaan a o x = b dan y o x = b mempunyai solusi tunggal untuk x , y $\in$ G

Bukti :

Misal (G,o) suatu grup

Ambil a, b, x $\in$ G sebarang dan a$\in$ G. maka $a^{-1} \in G$

Perhatikan bahwa :

$$\begin{aligned} a \circ x &= b \\ a^{-1} \circ a \circ x &= a^{-1} \circ b \\ e \circ x &= a^{-1} \circ b \\ x &= a^{-1} \circ b \end{aligned}$$

Karena a^{-1} , b $\in$ G dan grup bersifat tertutup maka $a^{-1} \circ b \in G$

Jadi a^{-1} o b adalah solusi dari a o x = b

Misalkan x_1 dan x_2 adalah solusi dari a o x = b.

Karena x_1 dan x_2 solusi dari persamaan a o x = b maka a o x_1 = b dan a o x_2 = b atau a o x_1 = a o x_2 dengan mnggunakan hukum penghapusan maka $x_1 = x_2$.

Jadi solusi dari persamaan a o x = b tunggal. Dengan cara yang sama dapat ditunjukan bahwa solusi dari y o a = b adalah tunggal.

2.2 Koset

Definisi 2.2.1: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) suatu grup, H subgrup dari G dan untuk setiap $a \in G$, berlaku:

(1) H o a = { h o a / h $\in$H} disebut koset kanan dari H di G yang memuat a.

(2) a o H = { a o h / h $\in$H} disebut koset kiri dari H di G yang memuat a.

2.3 Order

Definisi 2.3.1: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) suatu grup, banyaknya unsur dari suatu grup G (hingga atau tak hingga) di sebut order.

Contoh : Himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan berorder tak hingga.

Definisi 2.3.2: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) suatu grup dan a $\in$ G. Order dari a adalah bilangan bulat positif terkecil n yang memenuhi $a^n = e$ disebut order dari a ditulis sebagi σ (a) dimana e elemen identitas pada G, jika tidak terdapat bilangan bulat positif terkecil n yang memenuhi $a^n = e$ maka dikatakan a berorder tak hingga. Order dari suatu unsur ditulis $|a|$.

Contoh :

Himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan biasa, dimana unsur yang bukan nol beroder tak hingga, karena a, 2a, 3a, ... tidak pernah bernilai nol dengan $a \neq 0$.

2.4 Subgrup

Definisi 2.4.1: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) suatu grup, H $\subseteq$G dan H $\neq$ 0. H dikatakan Subgrup dari G jika H membentuk grup terhadap operasi biner yang di definisikan di G yaitu (H, o) suatu grup.

Lemma 2.4.2: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) suatu grup, H $\subseteq$ G dan H $\neq$ Ø, H Subgrup dari grup G jika dan hanya jika :

(1) setiap a, b $\in$ H berlaku a o b $\in$ H

(2) setiap a $\in$ H berlaku a^{-1} $\in$ H

Contoh :

Himpunan semua bilangan bulat dengan operasi penjumlahan adalah subgrup dari himpunan semua bilangan ril.

Teorema 2.4.3: (Arifin, 2000)

Di dalam grup hingga, order suatu subgrup senantiasa merupakan pembagi order grup.

Bukti :

Misalkan G suatu grup hingga dengan order σ (G) = n dan H, suatu subgrup dari G dengan order σ (H) = k.

Himpunan semua koset kanan Ķ = {Ha / a$\in$ G} adalah suatu partisi pada G dan setiap koset kanan Ha, memuat k unsur. Banyaknya koset kanan di Ķ adalah indeks subgrup H di G yaitu [G : H] jadi σ(G)= [G:H] σ(H), dengan kata lain σ(H) adalah pembagi σ(G).

Teorema 2.4.4: (Fraleigh, 1994)

Misalkan (G,o) suatu grup dan a $\in$ G maka H = $\{a^n / n \in Z\}$adalah subgrup dari G.

Bukti :

Misalkan (G,o) suatu grup dan a $\in$ G.

Akan ditunjukan H = $\{a^n / n \in Z\}$ Subgrup yaitu :

(1) $H \subseteq G$

(2) $H \neq \emptyset$

(3) Setiap x , y, $\in$ H berlaku x o y $\in$ H

(4) Setiap x $\in$ H berlaku $x^{-1} \in$ H

(1) Akan ditunjukan $H \subseteq G$

Ambil sebarang x$\in$ H maka x = a^n untuk suatu n $\in$ Z. Karena a$\in$G dan G grup maka $a^n \in G$ ini berarti $H \subseteq G$

(2) Akan ditunjukan $H \neq \emptyset$

Karena 0 $\in$ Z dan a^o = e maka e $\in$H ini berarti ada e $\in$ H, jadi $H \neq \emptyset$

(3) Akan di tunjukkan setiap x, y$\in$H berlaku x o y$\in$H ambil seberang x, y$\in$H, karena x,y $\in$ H maka x = a^n dan y = a^m untuk suatu n, m, $\in$Z. Perhatikan bahwa:

$$x \circ y \quad = \quad a^n \circ a^m \quad = a^{n+m}$$

Karena n, m $\in$ Z maka n + m $\in$ Z

Tulis e = n + m, maka x o y = a^e, $\rightarrow$ untuk suatu e $\in$ Z

Ini berarti x o y $\in$ H

(4) Akan ditunjukkan seitap x $\in$ H berlaku $x^{-1} \in$ H

Diambil sebarang x $\in$ H maka x = a^n untuk suatu n $\in$ Z

Perhatikan bahwa :

$x^{-1} = (a^n)^{-1} = a^{-n}$

Karena n $\in$ Z maka –n $\in$ Z

jika e = -n maka $x^{-1} = a^e$ untuk suatu e $\in$ Z. ini berarti $x^{-1} \in$ H

Defenisi 2.4.5: (Fraleigh, 1994)

Misalkan (G,o) suatu grup dan H subgrup dari G. H = $\{a^n / n \in Z\}$ disebut subgrup siklik dari G yang dibangun oleh a dan di lambangkan dengan H = (a).

2.5 Genarator

Definisi 2.5.1: (Fraleigh, 1994)

Misalkan (G,o) suatu grup.

Grup G dikatakan siklik, jika terdapat a $\in$ G dengan G grup siklik sehingga G = $\{a^n / n \in Z\}$= (a), jika G = $\{a^n / n \in Z\}$= (a) maka a disebut generator atau pembangun dari G.

2.6 Center

Definisi 2.6.1: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) suatu grup. Center dari grup G dilambangkan dengan Z(G) di definisikan sebagai :

$Z(G) = \{a \in G \,/\, a \circ x = x \circ a, \text{ setiap } x \in G\}$

Teorema 2.6.2: (Gallian, 1998)

Center dari grup G adalah subgrup dari G

Bukti :

Misalkan (G,o) suatu grup dan ditulis $Z(G) = \{a \in G \,/\, a \circ x = x \circ a, \text{ setiap } x \in G\}$

Akan ditunjukkan Z (G) adalah suatu subgrup yaitu :

(1) $Z(G) \subseteq G$

(2) $Z(G) \neq \emptyset$ Setiap a, b $\in Z(G)$ maka $a \circ b \in Z(G)$

(3) Setiap a b $\in Z(G)$ maka $a \circ b \in Z(G)$

(4) Setiap $a \in Z(G)$ maka $a^{-1} \in Z(G)$

1. Karena $Z(G) = \{a \in G \,/\, a \circ x = x \circ a, \text{ setiap } x \in G\}$

   maka $Z(G) \subseteq G$

2. Karena $e \in G$ dan $e \circ x = x \circ e$ untuk setiap $x \in G$ maka $e \in Z(G)$, jadi $Z(G) \neq \emptyset$

3. Ambil sebarang a, b $\in Z(G)$ karena a, b $\in Z(G)$ berarti a, b $\in (G)$ dan berlaku :

   $a \circ x = x \circ a$ dan

   $b \circ x = x \circ b$ untuk setiap $x \in G$

Ambil sebarang $x \in G$

Perhatikan bahwa :

$$
\begin{aligned}
(a \circ b) \circ x &= a \circ (b \circ x) && \\
&= a \circ (x \circ b) && (b \circ x = x \circ b) \\
&= (a \circ x) \circ b && (\text{G bersifat asosiatif}) \\
&= (x \circ a) \circ b && (a \circ x = x \circ a) \\
&= x \circ (a \circ b) && (\text{G bersifat asosiatif})
\end{aligned}
$$

Karena $x \in G$ diambil sebarang maka dapat disimpulkan $(a \circ b) \circ x = x \circ (a \circ b)$ dan $a, b \in G$ maka $a \circ b \in G$

Jadi $a \circ b \in G$ dengan $(a \circ b) \circ x = x \circ (a \circ b)$

untuk setiap $x \in G$ berarti $a \circ b$ Z (G)

4. Ambil sebarang $a \in Z(G)$. karena $a \in Z(G)$ berarti $a \in G$ dan berlaku $a \circ x = x \circ a$, untuk setiap $x \in G$ karena $a \in G$ maka $a^{-1} \in G$.

   Ambil sebarang $x \in G$

   Perhatikan bahwa :

$$
\begin{aligned}
a^{-1} \circ (a \circ x) \circ a^{-1} &= a^{-1} \circ (x \circ a) \circ a^{-1} \\
(a^{-1} \circ a) \circ x \circ a^{-1} &= a^{-1} \circ x \circ (a \circ a^{-1}) \\
e \circ x \circ a^{-1} &= a^{-1} \circ x \circ e \\
x \circ a^{-1} &= a^{-1} \circ x
\end{aligned}
$$

   karena $x \in G$ diambil sebarang maka dapat di simpulkan $a^{-1} \circ x = x \circ a^{-1}$ untuk setiap $x \in G$ karena $a^{-1} \circ x = x \circ a^{-1}$ untuk setiap $x \in G$ maka $a^{-1} \in Z$ (G).

2.7 Centralizer

Defenisi 2.7.1: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) grup dan $a \in G$. Centralizer dari a dilambangkan dengan C (a) didefinisikan sebagai C (a) = $\{g \in G / g \circ a = a \circ g\}$.

2.8 Homomorpisma

Definisi 2.8.1: (Gallian, 1998)

Misalkan (G,o) dan ($\overline{G}, \bar{o}$) suatu grup. Suatu fungsi φ yang memetakan grup G ke $\overline{G}$ atau $\varphi : G \rightarrow \overline{G}$ disebut homorpisma grup jika setiap a, b $\in$ G

maka : $\varphi(a \circ b) = \varphi(a) \circ \varphi(b)$

Lemma 2.8.2: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) suatu grup N subgup normal di G dan φ fungsi dari G ke G / N dengan $\varphi(x) = N \circ x$ untuk setiap $x \in G$ maka φ suatu homorpisma grup.

Bukti :

Misalkan (G,o) suatu grup N subgrup normal di G dan φ merupakan fungsi yang memetakan $G \rightarrow \overline{G}/N$ dengan $\varphi(x) = N \circ x$; untuk setiap $x \in G$.

Akan ditunjuk φ homomorpisma grup.

Ambil sebarang x , y $\in$ G

Perhatikan bahwa :

$$
\begin{aligned}
\varphi(x \circ y) &= N \circ (x \circ y) \\
&= (N \circ x) \circ (N \circ y) \qquad \text{(N subgrup normal)} \\
&= \varphi(x) \circ \varphi(y)
\end{aligned}
$$

Karena x , y $\in$ G diambil sebarang maka dapat disimpulkan untuk setiap x, y $\in$ G berlaku φ (x o y) = φ (x) o φ (y) jadi φ suatu homomorpisma grup.

Definisi 2.8.3: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) dan $(\overline{G}, \bar{o})$ suatu grup dan $\varphi : G \rightarrow \overline{G}$ adalah homomorpisma grup.

Kernel dari φ atau Ker (φ) didefinisikan sebagai :

Ker (φ) = $\{x \in G \,/\, \varphi(x) = e^{'}, e^{'}$ identitas di $\overline{G}\}$

Image dari φ atau lm (φ) didefinisikan sebagai

lm (φ) = $\{ \varphi(x) \,/\, x \in G\}$

Lemma 2.8.4: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) dan $(\overline{G}, \bar{o})$ suatu grup dan $\varphi : G \rightarrow \overline{G}$ adalah homomorpisma grup, maka :

(1) $\varphi(e) \;=\; e^{'}$, $e \in G$ dan $e^{'} \in \overline{G}$

(2) $\varphi(x^{-1}) \;=\; (\varphi(x))^{-1}$, untuk setiap $x \in$ Y

Bukti :

Misalkan (G,o) dan $(\overline{G}, \bar{o})$ suatu grup dan $\varphi : G \rightarrow \overline{G}$ adalah homomorpisma grup.

(1) Ambil sebarang x $\in$ G

Perhatikan bahwa :

$\varphi(x)\, \bar{o}\, e^{'} \;=\; \varphi(x)$

$= \varphi(x \circ e)$

$= \varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(e)$ (φ homomorpisma grup)

$\varphi(x)\, \bar{o}\, e' = \varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(e)$

$e' = \varphi(e)$

Karena x diambil sebarang maka dapat disimpulkan setiap $x \in G$ berlaku :

$\varphi(x)\, \bar{o}\, e' = \varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(e)$ dengan hukum penghapusan

maka $\varphi(x)\, \bar{o}\, e' = \varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(e)$ menjadi $\varphi(e) = e'$

(2) Ambil sebarang $\varphi \in G$

Perhatikan bahwa :

$\varphi(e) = e'$

$\varphi(x \circ x^{-1}) = e'$ ($x \in G$ dan G grup)

$\varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(x^{-1}) = e'$ (φ homomorpisma grup).....(1)

$x \in G$ maka $\varphi(x) \in G$ karena G grup dan $\varphi(x) \in G$

maka $(\varphi(x))^{-1} \in G$

Perhatikan bahwa :

$\varphi(x), (\varphi(x))^{-1} \in \overline{G}$

$\varphi(x)\, \bar{o} (\varphi(x))^{-1} = e'$ ....(2)

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh :

$\varphi(x)\, \bar{o}\, \varphi(x^{-1}) = \varphi(x)\, \bar{o}\, (\varphi(x))^{-1}$

$\varphi(x^{-1}) = \varphi\, (\varphi(x))^{-1}$

Karena x diambil sebarang maka dapat disimpulkan setiap $x \in G$ berlaku :

$\varphi(x^{-1}) = (\varphi(x))^{-1}$

Definisi 2.8.5: (Herstein, 1975)

Misalkan (G,o) dan ($\overline{G}$,$\overline{o}$) suatu grup dan φ suatu homomorpisma dari G ke $\overline{G}$.

(1) φ disebut homomorpisma satu-satu jika untuk setiap x, y ∈ G dengan φ (x) = φ (y) berlaku x = y

(2) φ disebut homomorpisma pada jika Im (φ) = $\overline{G}$ atau untuk setiap a ∈ $\overline{G}$ terdapat x ∈ G sehingga φ (x) = a

2.9 Permutasi

Definisi 2.9.1: (Fraleigh, 1994)

Sebuah permutasi dari himpunan S yang tidak kosong adalah suatu pemetaan φ : S → S yang satu-satu dan pada. Dengan kata lain suatu permutasi dari himpunan S adalah suatu pemetaan yang satu-satu dari S pada dirinya sendiri.

Definisi 2.9.2: (Durbin, 2000)

Himpunan semua permutasi dari suatu himpunan S yang tidak kosong adalah suatu grup dengan operasi komposisi. Grup ini disebut grub simetri dari S dan dinotasikan dengan Sym (S). Apabila S adalah himpunan {1,2,3,…,n }yang terdiri atas n bilangan bulat positif, Sym (S) dinotasikan dengan Sn.

Definisi 2.9.3: (Gallian, 1998)

Permutasi dapat diungkapkan sebagai produk dari sebuah angka genap yang berputar, yang disebut permutasi genap. Suatu permutasi dapat di ungkapkan sebagai suatu produk dari angka ganjil yang berputar yang disebut sebagai permutasi ganjil.

Teorema 2.9.4: (Gallian, 1998)

Setiap permutasi dapat dijelaskan sebagai permutasi genap atau ganjil tetapi tidak keduanya.

Bukti :

Permutasi genap membentuk sebuah kelompok permutasi genap dalam Sn, dan membentuk sub kelompok dari Sn.

Teorema 2.9.5: (Gallian, 1998)

Untuki n>1, An mempunyai susunan $\frac{1}{2}$n!

Bukti :

Untuk setiap permutasi ganjil β dan α adalah permutasi genap, maka terdapat sekurang-kurangnya beberapa permutasi genap sebagai mana permutasi ganjil. Sebaliknya untuk α permutasi genap dan β permutasi ganjil maka terdapat beberapa permutasi ganjil sebagaimana permutasi genap.

Seiring dengan pernyataan tersebut data dipahami bahwa terdapat jumlah anggota yang sama dari permutasi genap dan ganjil. Karena | Sn | = n! kita dapatkan

$|An| = \frac{1}{2}n!$

Definisi 2.9.6: (Gallian, 1998)

Kelompok permutasi genap dari n dilambangkan dengan An dan disebut grup Alterating berderajat n.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan mulai bulan Mei 2007 sampai dengan bulan April 2008. Tempat penelitian perpustakaan jurusan Matematika Universitas Andalas Padang dan perpustakaan lain yang ada buku penunjang sesuai dengan topik yang dipilih oleh penulis.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur yang membahas tentang grup alternating A_4 dengan segala teori pendukung aksioma dan sifat dari setiap teori yang terkait. Upaya yang penulis lakukan dengan mengumpulkan literatur yang relevan sebagai sumber utama dari penelitian ini.

Selanjutnya hasil penelitian atau sumber informasi yang terkumpul dipelajari dengan mengurutkan mengklasifikasikan, mengelompokkan dan mereduksinya kedalam suatu analisis. Pada tahap ini dibahas teorema-teorema pendukung dan contoh-contoh tentang penggunaan konsep dan aplikasinya terhadap grup alternating A_4. Kemudian dianalisis dan ditarik kesimpulan tentang sifat-sifat dan ciri-ciri dari grup alternating A_4 tersebut. Keseluruhan proses penelitian diatas secara umum dapat dikelompokkan dalam 4 tahap sebagai berikut :

Tahap Pertama

Kegiatan utama pada tahap ini adalah mengumpulkan literatur, berupa buku dan jurnal ilmiah yang ada kaitannya dengan masalah penelitian. Mengumpulkan konsep-konsep dan landasan teori yang akan digunakan untuk mencari solusi dari masalah penelitian

Tahap Kedua

Pada tahap ini seluruh konsep-konsep yang telah dikumpulkan pada tahap pertama dipelajari dengan mengurutkan, mengklasifikasikan, mengelompokan dan mereduksinya kedalam suatu analisis.

Tahap Ketiga

Pada tahap ini dilakukan pembahasan grup alternating A_4 , Jika

$A_4 = \{1,2,3,4\}$.

Grup permutasi dari A_4 adalah $A_4 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12}\}$dimana :

$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\alpha_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $\alpha_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

$\alpha_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\alpha_8 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

$\alpha_9 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\alpha_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

$$\alpha_{11}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 3 & 4 & 2\end{pmatrix} \qquad \alpha_{12}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 4 & 3 & 1\end{pmatrix}$$

Kemudian akan dibahas dan dipelajari sifat-sifat dari grup Alternating A_4 yang anggotanya sebanyak 12. Sifat-sifat itu meliputi :

1. Semua Subgrup dari A_4
2. Orde dari setiap unsur di A_4
3. Cencalizer dari A_4
4. Homomorpisma dari A_4

Dengan mengemukakan contoh-contoh yang terkait dengan teorema-teorema pendukung. Untuk lebih jelasnya permasalahan dari tulisan ini dapat disimpulkan "Apakah sifat subgrup, order, centralizer dan homomorpisma, berlaku pada grup Alternating A_4".

Tahap Keempat

Pada tahap ini diambil kesimpulan yang didapat dari kegiatan yang dilakukan pada tahap tiga yaitu yang dapat menjawab sebuah pertanyaan "Apa itu grup alternating A_4".

BAB IV

PEMBAHASAN

Pada bab ini, akan dipaparkan pembahasan dari hasil penelitian bentuk grup Alternating A_4, subgrup A_4, center dan centralizer serta homomorpisma.

4.1 Grup

Grup alternating A_4 termasuk grup permutasi genap A_n dengan n banyak unsur yang permutasikan empat buah. Jika $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ grup permutasi dari A adalah S_4, mempunyai anggota sebanyak $4! = 24$ buah yaitu :

$S_4 = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots, \alpha_{24})$, dimana :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \alpha_9 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \alpha_{17} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha_{19} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \alpha_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \alpha_{20} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \alpha_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha_{14} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha_{15} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_8=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&4&1\end{pmatrix} \qquad \alpha_{16}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&3&2&4\end{pmatrix} \qquad \alpha_{24}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&4&1&3\end{pmatrix}$$

α_1 sampai α_{12} adalah anggota dari grup permutasi genap yang disebut grup alternating A_4. Bila kita perhatikan susunan dari unsur pembentuk α_1 sampai α_{12}, banyak macam posisi unsur yang terdiri dari bilangan besar mendahului bilangan yang lebih kecil merupakan bilangan genap.

Contoh :

1) $\alpha_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}$

Untuk α_2 bila diperhatikan susunan posisi unsurnya :

Angka 2 mendahului angka 1

Angka 4 mendahului angka 3

Jadi banyak macam posisi angka besar mendahului angka kecil ada 2 posisi.

2) $\alpha_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix}$

Untuk α_3 bila diperhatikan susunan posisi unsurnya :

Angka 3 mendahului angka 1

Angka 3 mendahului angka 2

Angka 4 mendahului angka 1

Angka 4 mendahului angka 2

Jadi banyak macam posisi angka besar mendahului angka kecil ada 4 posisi.

3) $\alpha_4=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Untuk α_4 bila diperhatikan susunan posisi unsurnya :

Angka 2 mendahului angka 1

Angka 3 mendahului angka 2

Angka 3 mendahului angka 1

Angka 4 mendahului angka 3

Angka 4 mendahului angka 2

Angka 4 mendahului angka 1

Jadi banyak macam posisi angka besar mendahului angka kecil ada 6 posisi.

4) $\alpha_7=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Untuk α_7 bila diperhatikan susunan posisi unsurnya :

Angka 3 mendahului angka 2

Angka 4 mendahului angka 1

Angka 4 mendahului angka 3

Angka 4 mendahului angka 2

Jadi banyak macam posisi angka besar mendahului angka kecil ada 4 posisi.

Untuk α_{13} sampai α_{24} disebut permutasi ganjil.

Operasi biner "o" yang didefinisikan sebagai pemetaan yang terkait dengan komposisi fungsi, hasil komposisinya dapat dilihat dari tabel cayley berikut :

Tabel 4.1 Operasi Komposisi Fungsi dari α_1 sampai α_{12}

o	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
α_1	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
α_2	α_2	α_1	α_4	α_3	α_6	α_5	α_8	α_7	α_{10}	α_9	α_{12}	α_{11}
α_3	α_3	α_4	α_1	α_2	α_7	α_8	α_5	α_6	α_{11}	α_{12}	α_9	α_{10}
α_4	α_4	α_3	α_2	α_1	α_8	α_7	α_6	α_5	α_{12}	α_{11}	α_{10}	α_9
α_5	α_5	α_8	α_6	α_7	α_9	α_{12}	α_{10}	α_{11}	α_1	α_4	α_2	α_3
α_6	α_6	α_7	α_5	α_8	α_{10}	α_{11}	α_9	α_{12}	α_2	α_3	α_1	α_4
α_7	α_7	α_6	α_8	α_5	α_{11}	α_{10}	α_{12}	α_9	α_3	α_2	α_4	α_1
α_8	α_8	α_5	α_7	α_6	α_{12}	α_9	α_{11}	α_{10}	α_4	α_1	α_3	α_2
α_9	α_9	α_{11}	α_{12}	α_{10}	α_1	α_3	α_4	α_2	α_5	α_7	α_8	α_6
α_{10}	α_{10}	α_{12}	α_{11}	α_9	α_2	α_4	α_3	α_1	α_6	α_8	α_7	α_5
α_{11}	α_{11}	α_9	α_{10}	α_{12}	α_3	α_1	α_2	α_4	α_7	α_5	α_6	α_8
α_{12}	α_{12}	α_{10}	α_9	α_{11}	α_4	α_2	α_1	α_3	α_8	α_6	α_5	α_7

Dengan memperhatikan Tabel 4.1 nampak bahwa operasi komposisi fungsi bersifat tertutup, asosiatif terdapat unsur identitas dan setiap unsurnya mempunyai invers.

Sifat tertutup dapat terlihat dengan jelas dari tabel diatas, hasil komposisi dari $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{12}$ hasilnya juga $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{12}$.

Sifat asosiatif bisa kita lihat beberapa operasi sebagai contoh yaitu :

1) $(\alpha_1 \circ \alpha_2) \circ \alpha_3 = \alpha_2 \circ \alpha_3 = \alpha_4$

   $\alpha_1 \circ (\alpha_2 \circ \alpha_3) = \alpha_1 \circ \alpha_4 = \alpha_4$

Jadi $(\alpha_1 \circ \alpha_2) \circ \alpha_3 = \alpha_1 \circ (\alpha_2 \circ \alpha_3)$

2) $(\alpha_5 \circ \alpha_9) \circ \alpha_{12} = \alpha_1 \circ \alpha_{12} = \alpha_{12}$

$\alpha_5 \circ (\alpha_9 \circ \alpha_{12}) = \alpha_5 \circ \alpha_6 = \alpha_{12}$

Jadi $(\alpha_5 \circ \alpha_9) \circ \alpha_{12} = \alpha_5 \circ (\alpha_9 \circ \alpha_{12})$

Sifat asosiatif juga berlaku untuk semua bentuk komposisi yang ada dari setiap anggota grup Alternating A_4.

Unsur identitas dari kelompok permutasi genap ini adalah α_1 dan setiap unsur mempunyai invers, misalnya invers dari α_5 adalah α_9 karena $\alpha_5 \circ \alpha_9 = \alpha_1$.

Dengan demikian semua syarat grup dipenuhi oleh kelompok permutasi genap ini yang kita kenal dengan grup Alternating A_4 terbukti sebagai grup.

4.2 Subgrup A_4

Jika H adalah subgrup dari A_4 maka berdasarkan definisi 2.3.1 dan lemma 2.3.2, H subgrup dari G jika dan hanya jika :

1. Setiap α_x dan $\alpha_y \in H$ berlaku $\alpha_x \circ \alpha_y \in H$ dengan $x, y \in \{1, 2, 3, \ldots, 12\}$.
2. Setiap $\alpha_x \in H$ berlaku $\alpha^{-1} \in H$ dimana $\alpha_x \circ \alpha^{-1} = \alpha_1$

   α_1 adalah unsur identitas di G.

   α^{-1} merupakan invers di G.

Berikut ini beberapa subgrup dari grup Alternating A_4 yang didapat melalui beberapa percobaan yaitu :

3. $H_0 = \{\alpha_1\}$
4. $H_1 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$

Tabel 4.2

o	α_1	α_2
α_1	α_1	α_2
α_2	α_2	α_1

Dengan memperhatikan Tabel 4.2 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_1 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_1 mempunyai invers yaitu unsur H_1 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_1 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

3) $H_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$

Tabel 4.3

o	α_1	α_3
α_1	α_1	α_3
α_3	α_3	α_1

Dengan memperhatikan Tabel 4.3 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_2 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_2 mempunyai invers yaitu unsur H_2 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_2 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

4) $H_3 = \{ \alpha_1, \alpha_4 \}$

Tabel 4.4

o	α_1	α_4
α_1	α_1	α_4
α_4	α_4	α_1

Dengan memperhatikan Tabel 4.4 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_3 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_3 mempunyai invers yaitu unsur H_3 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_3 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

5) $H_4 = \{ \alpha_1, \alpha_6, \alpha_{11} \}$

Tabel 4.5

o	α_1	α_6	α_{11}
α_1	α_1	α_6	α_{11}
α_6	α_6	α_{11}	α_1
α_{11}	α_{11}	α_1	α_6

Dengan memperhatikan Tabel 4.5 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_4 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_4 mempunyai invers yaitu unsur H_4 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_4 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

6) $H_5 = \{ \alpha_1, \alpha_7, \alpha_{12} \}$

Tabel 4.6

o	α_1	α_7	α_{12}
α_1	α_1	α_7	α_{12}
α_7	α_7	α_{12}	α_1
α_{12}	α_{12}	α_1	α_7

Dengan memperhatikan Tabel 4.6 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_5 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_5 mempunyai invers yaitu unsur H_5 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_5 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

7) $H_6 = \{ \alpha_1, \alpha_8, \alpha_{10} \}$

Tabel 4.7

o	α_1	α_8	α_{10}
α_1	α_1	α_8	α_{10}
α_8	α_8	α_{10}	α_1
α_{10}	α_{10}	α_1	α_8

Dengan memperhatikan Tabel 4.7 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_6 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_6 mempunyai invers yaitu unsur H_6 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_6 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

8) $H_7 = \{ \alpha_1, \alpha_9, \alpha_5 \}$

Tabel 4.8

o	α_1	α_9	α_5
α_1	α_1	α_9	α_5
α_9	α_9	α_5	α_1
α_5	α_5	α_1	α_9

Dengan memperhatikan Tabel 4.8 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_7 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_7 mempunyai invers yaitu unsur H_7 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_7 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

9) $H_8 = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \}$

Tabel 4.9

o	α_1	α_2	α_3	α_4
α_1	α_1	α_2	α_3	α_4
α_2	α_2	α_1	α_4	α_3
α_3	α_3	α_4	α_1	α_2
α_4	α_4	α_3	α_2	α_1

Dengan memperhatikan Tabel 4.9 nampak bahwa operasi komposisi fungsi di H_8 bersifat tertutup dan setiap unsur di H_8 mempunyai invers yaitu unsur H_8 sendiri. Dengan demikian terbukti bahwa H_8 adalah subgrup dari grup Alternating A_4.

4.3 Order A_4

Jika α adalah elemen dari grup Alternating A_4, order dari α adalah bilangan bulat terkecil n yang memenuhi $\alpha^n = \alpha_1$, dimana α_1 adalah unsur identitas.

Berikut ini adalah order dari grup Alternating A_4, dapat ditentukan dengan memperhatikan Tabel 4.1, yaitu :

α_1 beroder 1 karena $(\alpha_1)^1 = \alpha_1$

α_2 beroder 2 karena $\alpha_2 \circ \alpha_2 = (\alpha_2)^2 = \alpha_1$

α_3 beroder 2 karena $\alpha_3 \circ \alpha_3 = (\alpha_3)^2 = \alpha_1$

α_4 beroder 2 karena $\alpha_4 \circ \alpha_4 = (\alpha_4)^2 = \alpha_1$

α_5 beroder 3 karena $\alpha_5 \circ \alpha_5 \circ \alpha_5 = (\alpha_5)^3 = \alpha_1$

α_6 beroder 3 karena $\alpha_6 \circ \alpha_6 \circ \alpha_6 = (\alpha_6)^3 = \alpha_1$

α_7 beroder 3 karena $\alpha_7 \circ \alpha_7 \circ \alpha_7 = (\alpha_7)^3 = \alpha_1$

α_8 beroder 3 karena $\alpha_8 \circ \alpha_8 \circ \alpha_8 = (\alpha_8)^3 = \alpha_1$

α_9 beroder 3 karena $\alpha_9 \circ \alpha_9 \circ \alpha_9 = (\alpha_9)^3 = \alpha_1$

α_{10} beroder 3 karena $\alpha_{10} \circ \alpha_{10} \circ \alpha_{10} = (\alpha_{10})^3 = \alpha_1$

α_{11} beroder 3 karena $\alpha_{11} \circ \alpha_{11} \circ \alpha_{11} = (\alpha_{11})^3 = \alpha_1$

α_{12} beroder 3 karena $\alpha_{12} \circ \alpha_{12} \circ \alpha_{12} = (\alpha_{12})^3 = \alpha_1$

Jadi order dari grup Alternating A_4 adalah berkisar dari 1, 2, dan 3.

4.4 Centralizer A_4

Centralizer dari $\alpha \in A_4$ dilambangkan dengan $C(\alpha)$ didefinisikan sebagai : $C(\alpha_x) = \{ \alpha_y \in A_4 \ / \ \alpha_y \circ \alpha_x = \alpha_x \circ \alpha_y \}$, dimana x dan y adalah elemen bilangan asli dari 1 sampai 12. Berikut ini centralizer dari grup Alternating A_4 dapat ditentukan dengan memperhatikan Tabel 4.1, yaitu :

4.4.1 Centralizer dari α_1 atau $C(\alpha_1)$

$\alpha_1 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_1 = \alpha_1$

$\alpha_1 \circ \alpha_2 = \alpha_2 \circ \alpha_1 = \alpha_2$

$\alpha_1 \circ \alpha_3 = \alpha_3 \circ \alpha_1 = \alpha_3$

$\alpha_1 \circ \alpha_4 = \alpha_4 \circ \alpha_1 = \alpha_4$

$\alpha_1 \circ \alpha_5 = \alpha_5 \circ \alpha_1 = \alpha_5$

$\alpha_1 \circ \alpha_6 = \alpha_6 \circ \alpha_1 = \alpha_6$

$\alpha_1 \circ \alpha_7 = \alpha_7 \circ \alpha_1 = \alpha_7$

$\alpha_1 \circ \alpha_8 = \alpha_8 \circ \alpha_1 = \alpha_8$

$\alpha_1 \circ \alpha_9 = \alpha_9 \circ \alpha_1 = \alpha_9$

$\alpha_1 \circ \alpha_{10} = \alpha_{10} \circ \alpha_1 = \alpha_{10}$

$\alpha_1 \circ \alpha_{11} = \alpha_{11} \circ \alpha_1 = \alpha_{11}$

$\alpha_1 \circ \alpha_{12} = \alpha_{12} \circ \alpha_1 = \alpha_{12}$

Jadi $C(\alpha_1) = A_4$

4.4.2 Centralizer dari α_2 atau $C(\alpha_2)$

$\alpha_2 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_2 = \alpha_2$

$\alpha_2 \circ \alpha_2 = \alpha_2 \circ \alpha_2 = \alpha_1$

$\alpha_2 \circ \alpha_3 = \alpha_3 \circ \alpha_2 = \alpha_4$

$\alpha_2 \circ \alpha_4 = \alpha_4 \circ \alpha_2 = \alpha_3$

Jadi $C(\alpha_2) = H_8$

4.4.3 Centralizer dari α_3 atau $C(\alpha_3)$

$\alpha_3 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_3 = \alpha_3$

$\alpha_3 \circ \alpha_2 = \alpha_2 \circ \alpha_3 = \alpha_4$

$\alpha_3 \circ \alpha_4 = \alpha_4 \circ \alpha_3 = \alpha_2$

$\alpha_3 \circ \alpha_3 = \alpha_3 \circ \alpha_3 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_3) = H_8$

4.4.4 Centralizer dari α_4 atau $C(\alpha_4)$

$\alpha_4 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_4 = \alpha_4$

$\alpha_4 \circ \alpha_2 = \alpha_2 \circ \alpha_4 = \alpha_3$

$\alpha_4 \circ \alpha_3 = \alpha_3 \circ \alpha_4 = \alpha_2$

$\alpha_4 \circ \alpha_4 = \alpha_4 \circ \alpha_4 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_4) = H_8$

4.4.5 Centralizer dari α_5 atau $C(\alpha_5)$

$\alpha_5 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_5 = \alpha_5$

$\alpha_5 \circ \alpha_5 = \alpha_5 \circ \alpha_5 = \alpha_9$

$\alpha_5 \circ \alpha_9 = \alpha_9 \circ \alpha_5 = \alpha_1$

$\alpha_5 \circ \alpha_9 = \alpha_9 \circ \alpha_5 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_5) = H_7$

4.4.6 Centralizer dari α_6 atau $C(\alpha_6)$

$\alpha_6 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_6 = \alpha_6$

$\alpha_6 \circ \alpha_6 = \alpha_6 \circ \alpha_6 = \alpha_{11}$

$\alpha_6 \circ \alpha_{11} = \alpha_{11} \circ \alpha_6 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_3) = H_4$

4.4.7 Centralizer dari α_7 atau $C(\alpha_7)$

$\alpha_7 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_7 = \alpha_7$

$\alpha_7 \circ \alpha_7 = \alpha_7 \circ \alpha_7 = \alpha_{12}$

$\alpha_7 \circ \alpha_{12} = \alpha_{12} \circ \alpha_7 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_7) = H_5$

4.4.8 Centralizer dari α_8 atau $C(\alpha_8)$

$\alpha_8 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_8 = \alpha_8$

$\alpha_8 \circ \alpha_8 = \alpha_8 \circ \alpha_8 = \alpha_{10}$

$\alpha_8 \circ \alpha_{10} = \alpha_{10} \circ \alpha_8 = \alpha_1$

Jadi $C(\alpha_8) = H_6$

4.4.9 Centralizer dari α_9 atau $C(\alpha_9)$

$\alpha_9 \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_9 = \alpha_9$

$\alpha_9 \circ \alpha_5 = \alpha_5 \circ \alpha_9 = \alpha_1$

$\alpha_9 \circ \alpha_9 = \alpha_9 \circ \alpha_9 = \alpha_5$

Jadi $C(\alpha_9) = H_7$

4.4.10 Centralizer dari α_{10} atau $C(\alpha_{10})$

$\alpha_{10} \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_{10} = \alpha_{10}$

$\alpha_{10} \circ \alpha_8 = \alpha_8 \circ \alpha_{10} = \alpha_1$

$\alpha_{10} \circ \alpha_{10} = \alpha_{10} \circ \alpha_1 = \alpha_8$

Jadi $C(\alpha_{10}) = H_6$

4.4.11 Centralizer dari α_{11} atau $C(\alpha_{11})$

$\alpha_{11} \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_{11} = \alpha_{11}$

$\alpha_{11} \circ \alpha_6 = \alpha_6 \circ \alpha_{11} = \alpha_1$

$\alpha_{11} \circ \alpha_{11} = \alpha_{11} \circ \alpha_{11} = \alpha_6$

Jadi $C(\alpha_{11}) = H_4$

4.4.12 Centralizer dari α_{12} atau $C(\alpha_{12})$

$\alpha_{12} \circ \alpha_1 = \alpha_1 \circ \alpha_{12} = \alpha_{12}$

$\alpha_{12} \circ \alpha_7 = \alpha_7 \circ \alpha_{12} = \alpha_1$

$\alpha_{12} \circ \alpha_{12} = \alpha_{12} \circ \alpha_{12} = \alpha_7$

Jadi $C(\alpha_{12}) = H_5$

Dengan demikian dapat dilihat bahwa centralizer dari setiap elemen A_4 adalah subgrup dari A_4.

4.5 Homomorpisma A_4

Suatu fungsi φ merupakan memetakan A_4 ke $\{1\}$ atau $\varphi : A_4 \longrightarrow \{1\}$ didefinisikan dengan :

$\varphi(\alpha_1) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_2) = 1$

$\varphi(\alpha_3) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_4) = 1$

$\varphi(\alpha_5) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_6) = 1$

$\varphi(\alpha_7) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_8) = 1$

$\varphi(\alpha_9) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_{10}) = 1$

$\varphi(\alpha_{11}) = 1$ $\quad$ $\varphi(\alpha_{12}) = 1$

Berdasarkan definisi diatas φ merupakan pemetaan satu – satu dan pada. Jika untuk setiap unsur x dan y di A_4 berlaku : $\varphi(x\, y) = \varphi(x)\ \varphi(y)$ maka φ merupakan suatu pemetaan homomorpisma, untuk lebih memahami kita perhatikan langkah – langkah sebagai berikut :

1. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_1)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_1)$

2. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_2)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_2)$

3. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_3)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_3)$

4. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_4)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_4) = (\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_4)$

5. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_5)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_5)$

6. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_6)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_6)$

7. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_7)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_7)$

8. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_8)$

   $= 1$

   $\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

   $= 1$

   jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_8)$

9. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_9)$

10. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_{10})$

11. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_1) \circ \varphi(\alpha_{11})$

12. $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

jadi : $\varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_1 \circ \alpha_{12})$

13. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_1)$

14. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_2)$

15. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_3)$

16. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_4)$

17. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_6)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_5)$

18. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_5)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_6)$

19. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_8)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_7)$

20. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_7)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_8)$

21. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{10})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_9)$

22. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_9)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{10})$

23. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{12})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{11})$

24. $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{11})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_2 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_2) \circ \varphi(\alpha_{12})$

25. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_1)$

26. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_2)$

27. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_3)$

28. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_4)$

29. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_5)$

30. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_6)$

31. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_7)$

32. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_8)$

33. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_9)$

34. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{10})$

35. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{11})$

36. $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_3 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_3) \circ \varphi(\alpha_{12})$

37. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_1)$

38. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_2)$

39. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_3)$

40. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_4)$

41. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_5)$

42. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_6)$

43. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_7)$

44. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_8)$

45. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_9)$

46. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{10})$

47. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{11})$

48. $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_4 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_4) \circ \varphi(\alpha_{12})$

49. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_1)$

50. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_2)$

51. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_3)$

52. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_4)$

53. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_5)$

54. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_6)$

55. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_7)$

56. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_8)$

57. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_9)$

58. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{10})$

59. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{11})$

60. $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_5 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_5) \circ \varphi(\alpha_{12})$

61. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_1)$

62. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_2)$

63. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_3)$

64. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_4)$

65. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_{10})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_5)$

66. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{11})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_6)$

67. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_9)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_7)$

68. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{12})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_8)$

69. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_2)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_9)$

70. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_3)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{10})$

71. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_1)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $(\alpha_6 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{11})$

72. $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_4)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_6 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_6) \circ \varphi(\alpha_{12})$

73. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_1)$

74. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_2)$

75. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_3)$

76. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_4)$

77. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_5)$

78. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_6)$

79. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_7)$

80. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_8)$

81. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_9)$

82. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{10}) = (\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{10})$

83. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{11})$

84. $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_7 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_7) \circ \varphi(\alpha_{12})$

85. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_1)$

86. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_2)$

87. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_3)$

88. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_4)$

89. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_2)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_5)$

90. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_9)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_6)$

91. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{11})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_7)$

92. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{11})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_8)$

93. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_4)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_9)$

94. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_1)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{10})$

95. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_3)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{11})$

96. $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_2)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$
$= 1$
Jadi : $\varphi(\alpha_8 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_8) \circ \varphi(\alpha_{12})$

97. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_9)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_1)$

98. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{11})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_2)$

99. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{12})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_3)$

100. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{10})$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_4)$

101. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_1)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_5)$

102. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_3)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_6)$

103. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_4)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_7)$

104. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_2)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_8)$

105. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_9)$

106. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{10})$

107. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{11})$

108. $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_9 \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_9) \circ \varphi(\alpha_{12})$

109. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_1)$

110. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_2)$

111. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_3)$

112. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_4)$

113. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_2)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_5)$

114. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_4)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_6)$

115. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_3)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_7)$

116. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_1)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_8)$

117. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_6)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_9)$

118. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_8)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_{10})$

119. $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_7)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{10} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{10}) \circ \varphi(\alpha_{11})$

120. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_5)$
$= 1$
$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$
$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{12})$

121. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_1)$

122. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_2)$

123. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1_3$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_3)$

124. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_4)$

125. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_3)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_5)$

126. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_6)$

127. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_7)$

128. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_8)$

129. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_9)$

130. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{10})$

131. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{11})$

132. $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{11} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{11}) \circ \varphi(\alpha_{12})$

133. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{12})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_1) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_1) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_1)$

134. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{10})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_2) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_2) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_2)$

135. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_9)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_3) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_3) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_3)$

136. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{11})$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_4) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_4) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_4)$

137. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_4)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_5) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_5) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_5)$

138. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_2)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_6) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_6) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_6)$

139. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_1)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_7) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_7) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_7)$

140. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_8) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_8) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_8)$

141. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_8)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_9) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_9) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_9)$

142. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_6)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{10}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{10}) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{10})$

143. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_5)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{11}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{11}) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{11})$

144. $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_7)$

$= 1$

$\varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{12}) = 1 \circ 1$

$= 1$

Jadi : $\varphi(\alpha_{12} \circ \alpha_{12}) = \varphi(\alpha_{12}) \circ \varphi(\alpha_{12})$

Dari paparan langkah – langkah diatas dapat disimpulkan bahwa fungsi φ yang memetakan A_4 ke $\{1\}$ atau $\varphi : A_4 \rightarrow \{1\}$ adalah homomorpisma grup sehingga berlaku : $\varphi (\alpha_x \circ \alpha_y) = \varphi (\alpha_x) \circ \varphi (\alpha_y)$ dengan x, y adalah himpunan 12 buah bilangan asli yang pertama.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa :

1. Grup Alternating A_4 adalah grup permutasi genap yang mempunyai 12 buah elemen yaitu :{α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, α_6, α_7, α_8, α_9, α_{10}, α_{11}, α_{12},}, dimana :

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{pmatrix} \quad \alpha_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix} \quad \alpha_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix}$$

$$\alpha_4=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{pmatrix} \quad \alpha_5=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&1&4\end{pmatrix} \quad \alpha_6=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&4&2&3\end{pmatrix}$$

$$\alpha_7=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&1&3&2\end{pmatrix} \quad \alpha_8=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&4&1\end{pmatrix} \quad \alpha_9=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&1&2&4\end{pmatrix}$$

$$\alpha_{10}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&2&1&3\end{pmatrix} \quad \alpha_{11}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&3&4&2\end{pmatrix} \quad \alpha_{12}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&4&3&1\end{pmatrix}$$

2. Subgrup dari A_4 adalah :

   $Ho = \{\alpha_1\}$

   $H_1 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$

   $H_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$

   $H_3 = \{\alpha_1, \alpha_4\}$

   $H_4 = \{\alpha_1, \alpha_6, \alpha_{11}\}$

   $H_5 = \{\alpha_1, \alpha_7, \alpha_{12}\}$

   $H_6 = \{\alpha_1, \alpha_8, \alpha_{10}\}$

$H_7 = \{\alpha_1, \alpha_9, \alpha_5\}$

$H_8 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$

3. Order dari A_4 adalah sebagai berikut :

α_1 berorder 1	α_7 berorder 3
α_2 berorder 2	α_8 berorder 3
α_3 berorder 2	α_9 berorder 3
α_4 berorder 2	α_{10} berorder 3
α_5 berorder 3	α_{11} berorder 3
α_6 berorder 3	α_{12} berorder 3

4. Centralizer dari unsur – unsur di A_4 adalah :

$C(\alpha_1) = A_4$	$C(\alpha_7) = H_5$
$C(\alpha_2) = H_8$	$C(\alpha_8) = H_6$
$C(\alpha_3) = H_8$	$C(\alpha_9) = H_7$
$C(\alpha_4) = H_8$	$C(\alpha_{10}) = H_6$
$C(\alpha_5) = H_7$	$C(\alpha_{11}) = H_4$
$C(\alpha_6) = H_4$	$C(\alpha_{12}) = H_5$

5. Terdapat pemetaan homomorpisma dari A_4 ke $\{1\}$.

2.1 Saran

Karena grup Alternating A_4 merupakan bagian dari S_4, diharapkan peneliti berikutnya dapat membuktikan apakah sifat – sifat yang penulis teliti berlaku pada S_4.

DAFTAR PUSTAKA

Arifin Ahmad. 2000. *Aljabar ITB Bandung*

David, D dan Richard, MF. 1991. Abstract Alqebra. A. Simon & Scater Company. Englewood New Jersey

Durbin, John R. 2000. Modern Alqebra An Intruduction, fourth edition. John Willey & Sons Inc. New York Chiccester. Wienheim Brisbane Singapora Toronto

Erlich, 1991. Fundamental Concept Abstract Alqebra. PWS – Kent Publishing Company, Boston

Fraleigh, J.B. 1994. A. First Course in Abtract Alqebra. Addison – Wesley Publishing Company, New York

Gallian, J. 1998. Contemporary Abtract Alqebra. New York : Hougthon Mifflin Company

Herstein, I.N. 1975. Topics in Alqebra 2nd edition. New York : John Wiley & Sons

Sukirman, M.P, Drs. 1986. Aljabar Abstrak, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta