PENERAPAN METODE *JACKKNIFE RIDGE REGRESSION* DALAM KASUS MULTIKOLINIERITAS PADA INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN/KOTA PROVINSI JAWA TENGAH

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

WINDA BR MALAU

NO. BP. 1610431016

PEMBIMBING I : Dr. MAIYASTRI

PEMBIMBING II : HAZMIRA YOZZA, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2021

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini dinyatakan bahwa

Nama : Winda Br Malau

No. Buku Pokok : 1610431016

Jurusan : Matematika

Bidang : Statistika dan Teori Peluang

Judul Skripsi : **Penerapan Metode *Jackknife Ridge Regression* Dalam Kasus Multikolinieritas Pada Indeks Pembangunan Manusia Di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah**

telah diuji dan disetujui skripsinya sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) melalui ujian sarjana yang diadakan pada tanggal **15 Februari 2021** berdasarkan ketentuan yang berlaku.

Pembimbing,

1.

Dr. Maiyastri
NIP.196505311991032001

2.

Hazmira Yozza, M.Si
NIP. 196903081994032002

Penguji,

1.

Dr. Ferra Yanuar
NIP. 197505301999032002

2.

Prof.Dr. Syafrizal Sy
NIP.196708071993091001

3.

Dr. Shelvi Ekariani
NIP.198806192015042001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNAND

Dr. Yanita
NIP. 197210302003122001

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur Penulis sampaikan atas kehadirat Tuhan Yesus Kristus yang telah memberikan kasih sayang, penguatan, kebaikan, dan setia-Nya yang berlimpah, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Penerapan Metode *Jackknife Ridge Regression* dalam Kasus Multikolinieritas pada Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah" ini, sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Terimaksih selalu ku ucapkan kepada juru slamatku Tuhan Yesus Kristus atas penyertaannya dalam pembuatan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak terlepas dari dukungan dan kerjasama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini, terutama kepada:

1. Keluarga tercinta, Ayahanda Saruel Gurning dan Ibunda Rista Sinurat, yang selalu menyisakan sedikit ruang didalam doa nya untuk menyebut nama ini. Abang Safri Tua Gurning, Abang Riduan Gurning, Kakak Novita Gurning, Adik Teguh Pratama Gurning dan Adik Afriani Gurning yang selalu menjadi pelecut semangat dalam diam.

2. Ibu Dr. Maiyastri dan Ibu Hazmira Yozza, M.Si, selaku dosen pembimbing yang dengan sabar dan ikhlas telah meluangkan waktu untuk mem-

berikan ilmu, motivasi, dan nasehat dalam menyelesaikan skripsi ini.

3. Ibu Dr. Ferra Yanuar, Bapak Prof. Dr. Syafrizal Sy dan Ibu Dr. Shelvi Ekariani, selaku tim penguji yang telah memberikan kritikan dan saran untuk perbaikan dalam penulisan skripsi ini.

4. Ibu Dr. Haripamyu, M.Si, selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan ilmu, nasehat serta membimbing penulis selama masa studi.

5. Seluruh Bapak dan Ibu dosen yang telah memberikan ilmu, nasehat dan pengajaran dengan penuh kesabaran dan pengorbanan, serta keluarga besar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas yang telah membantu selama penulis melaksanakan studi.

6. Semua pihak yang telah membantu selama menyelesaikan skripsi ini.

Penulis sangat menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang memerlukan terutama dalam bidang ilmu matematika. Aamiin.

Padang, 15 Februari 2021

Winda Br Malau, S.Si

ABSTRAK

Indeks Pembangunan Manusia merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia. Faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pemba-ngunan manusia ada tiga yaitu kesehatan, pendidikan dan standar hidup layak. Analisis yang dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor tersebut adalah analisis regresi. Analisis regresi yang dapat digunakan yaitu analisis regresi linier berganda dengan menggunakan model regresi klasik dan Analisis regresi jackknife ridge. Kedua model tersebut digunakan untuk menganalisis faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2017. Pada penelitian ini, jackknife ridge regression merupakan metode yang dapat mengatasi masalah multikolinieritas. Terdapat empat faktor yang secara signifikan mempengaruhi IPM di Provinsi Jawa Tengah pada 5% yaitu angka harapan hidup, angka harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, dan produk domestik regional bruto.

Kata kunci : IPM, jackknife ridge regression, multikolinieritas

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan metode statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan variabel tak bebas dengan variabel bebas. Analisis regresi berguna untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan tentang hubungan ketergantungan suatu variabel dengan variabel lainnya [4]. Analisis regresi memiliki dua jenis yaitu, analisis regresi linier dan analisis regresi nonlinier. Analisis regresi linier adalah analisis yang digunakan untuk mencari hubungan antara variabel tak bebas dengan variabel-variabel bebas yang bersifat linier [10]. Berdasarkan banyak variabel yang terlibat, analisis regresi linier dibagi atas dua macam yaitu analisis regresi linier sederhana yang terdiri dari satu variabel bebas dan analisis regresi linier berganda yang terdiri dari dua atau lebih variabel bebas.

Model regresi dapat diperoleh dengan melakukan penduga parameter modelnya. Salah satu metode penduga yang paling sering digunakan adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Ada beberapa asumsi yang harus terpenuhi agar penduga parameter dikatakan BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Salah satu asumsi yang harus terpenuhi dalam MKT, yaitu tidak terjadi multikolinieritas.

Istilah Multikolinieritas mula-mula ditemukan oleh Ragnar Frisch pada tahun 1934 yaitu adanya hubungan linier antara variabel-variabel bebas. Jika terjadi masalah multikolinieritas, maka pendugaan koefisien regresi yang dihasilkan tidak stabil dan variansi koefisien regresi menjadi sangat besar[7]. Untuk mengatasi permasalahan tersebut diperlukan suatu metode pendugaan alternatif, salah satunya adalah regresi *ridge*. Namun metode ini masih memiliki kelemahan yaitu bias yang dihasilkan tidak di jamin selalu bernilai kecil, sehingga Singh pada tahun 1986 memperbaiki kelemahan metode tersebut dengan memperkenalkan metode *Jackknife Ridge Regression*. Metode ini diperoleh dengan menerapkan prosedur *Jackknife* yang bertujuan untuk memperkecil nilai bias dari suatu penduga dengan menghapus beberapa observasi sampel.

Metode *Jackknife Ridge Regression* ini telah digunakan oleh Hany[8], dan menyatakan bahwa metode *Jackknife Ridge Regression* adalah metode yang lebih menekankan pengurangan bias pada penduga *Ridge*. Metode *Jackknife Ridge Regression* akan menghasilkan variansi minimun dan hasil taksiran yang lebih stabil meskipun *Jackknife Ridge Regression* merupakan penaksir yang bias.

Pada skripsi ini akan dimodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan *Jackknife Ridge Regression*. IPM penting diteliti karena IPM merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat atau penduduk). IPM juga menentukan peringkat atau level pembangunan suatu wilayah atau negara. Bagi Indonesia, IPM merupakan data strategis karena selain sebagai ukuran kinerja pemerintah, IPM juga digunakan sebagai salah satu alokator penentuan Dana Alokasi Umum (DAU)[3]. Pada penelitian ini akan digunakan data terkait IPM tahun 2017 untuk daerah Jawa Tengah. Pada studi pendahuluan yang telah dilakukan diketahui bahwa terdapat masalah multikolinieritas pada data sekunder tersebut. Dengan demikian peneliti tertarik mengangkat topik tentang bagaimana mengatasi masalah multikolinieritas dengan *Jackknife Ridge Regression* pada kasus pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2017. Diharapkan hasil penelitian ini dapat memberikan suatu gambaran bagaimana mengatasi masalah multikolinieritas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang , masalah yang akan dianalisis pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana bentuk penduga parameter model regresi linier berganda menggunakan metode *Jackknife Ridge Regression*?
2. Bagaimana bentuk model regresi linier berganda pada IPM di Provinsi Jawa Tengah dengan metode *Jackknife Ridge Regression*?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, masalah dibatasi pada data IPM di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2017 serta faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

1. mengetahui bentuk penduga parameter model regresi linier berganda menggunakan metode *Jackknife Ridge Regression*,
2. menentukan model regresi linier berganda pada IPM di Provinsi Jawa Tengah dengan metode *Jackknife Ridge Regression*.

1.5 Sistematika Penulisan

Tulisan ini akan dibagi menjadi 5 bab, yaitu Bab I Pendahuluan yang berisikan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori yang berisikan tentang konsep-konsep yang mendasari teori yang dikaji meliputi matriks, analisis regresi, multikolinieritas, regresi ridge, tetapan bias k dan indeks pembangunan manusia. Bab III Metode Penelitian yang menguraikan data yang digunakan pada penelitian serta sumber data, variabel-variabel yang terlibat dan tahap-tahap analisis yang digunakan. Bab IV Pembahasan yang berisi hasil analisis serta pembahasan terhadap hasil penelitian secara lebih detail. Bab V Penutup yang berisi inti dari pembahasan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dijelaskan beberapa konsep dan teori yang berhubungan dengan penelitian faktor-faktor yang diduga mempengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Tengah. Beberapa konsep dan teori tersebut akan dijelaskan sebagai berikut.

2.1 Matriks

Pembahasan mengenai metode regresi linear berganda melibatkan banyak notasi matriks karena sangat membantu dalam proses perhitungan matematis dari analisis regresi liner berganda. Oleh karena itu , pada bagian awal ini akan dibahas terlebih dahulu beberapa konsep mengenai matriks.

Suatu matriks adalah jajaran segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut **entri** dari matriks[1]. Jika $\mathbf{A}$ adalah suatu matriks, maka entri yang terdapat pada baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks $\mathbf{A}$ dinyatakan sebagai a_{ij}, dengan $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$.

Secara umum matriks $\mathbf{A}$ dengan ukuran $m \times n$ dapat ditulis sebagai

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Matriks identitas adalah suatu matriks bujur sangkar yang berukuran $n \times n$ dimana semua elemen pada diagonal utamanya bernilai 1 dan bernilai 0 untuk elemen lainnya[15]. Matriks identitas disimbolkan dengan **I**. Suatu matriks identitas umumnya dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{I}= \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & ... & 1 \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.1.1. *[1] Jika $\boldsymbol{A}$ adalah sembarang matriks $m \times n$, maka transpos $\boldsymbol{A}$ dinyatakan oleh $\boldsymbol{A}^t$ yang didefinisikan sebagai matriks berukuran $n \times m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari $\boldsymbol{A}$, kolom keduanya adalah baris kedua dari $\boldsymbol{A}$, dan seterusnya.*

Jadi transpos suatu matriks diperoleh dengan menukarkan baris dengan kolom. Berikut ini beberapa sifat transpos matriks.

1. $(\mathbf{A}^t)^t = \mathbf{A}$.
2. $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^t = \mathbf{A}^t + \mathbf{B}^t$.
3. $k(\mathbf{A})^t = k\mathbf{A}^t$ dengan k sembarang skalar.
4. $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t\mathbf{A}^t$.

Jika **A** matriks berukuran $n \times n$, determinan matriks **A** didefinisikan sebagai

$$\det(\mathbf{A}) = \mid \mathbf{A} \mid = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} M_{1j}.$$

Nilai determinan matriks pada umumnya dilambangkan dengan $\det(\mathbf{A})$[1].

Definisi 2.1.2. *[15] $\boldsymbol{A}$ adalah matriks berukuran $n \times n$ dan jika ada matriks $\boldsymbol{B}$ berukuran $n \times n$, sedemikian sehingga*

$$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}=\boldsymbol{I} \tag{2.1.1}$$

maka matriks $\boldsymbol{A}$ disebut mempunyai invers dan $\boldsymbol{B}$ disebut invers dari $\boldsymbol{A}$. Invers dari $\boldsymbol{A}$ dilambangkan dengan $\boldsymbol{A}^{-1}$.

Secara umum invers matriks dapat dicari dengan cara

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{det(\mathbf{A})} Adj(\mathbf{A}).$$

$Adj(\mathbf{A})$ atau biasa disebut sebagai adjoin dari matriks $\mathbf{A}$ merupakan suatu matriks yang elemen-elemennya terdiri dari semua elemen-elemen kofaktor matriks $\mathbf{A}$ dimana K_{ij} adalah kofaktor dari elemen-elemen a_{ij}, dengan $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$

$$K_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

dengan M_{ij} adalah minor entri dari a_{ij} yaitu determinan matriks ketika baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan, sehingga adjoin matriks $\mathbf{A}$ dapat dituliskan sebagai

$$Adj(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}$$

Definisi 2.1.3. *[15] Suatu matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $n \times n$ disebut orthogonal jika*

$$\boldsymbol{A}^t\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^t = I. \tag{2.1.2}$$

Karena Persamaan (2.1.1), maka

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{A}^t. \tag{2.1.3}$$

Berikut adalah sifat matriks orthogonal.

1. Invers matriks orthogonal juga merupakan matriks orthogonal.
2. Hasil kali matriks-matriks orthogonal juga merupakan matriks orthogonal.
3. Jika **A** merupakan matriks orthogonal, maka nilai determinan matriks **A** bernilai 1 atau -1.

2.2 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan yang bermakna tentang hubungan ketergantungan suatu variabel terhadap variabel lainnya. Salah satu tujuan analisis regresi adalah menentukan model regresi yang baik, sehingga model dapat digunakan untuk menjelaskan dan memprediksi hal-hal yang berhubungan dengan variabel-variabel yang terkait dalam model regresi[4].

Berdasarkan hubungan variabel bebas dengan variabel tak bebas, analisis regresi dibagi dua yaitu analisis regresi linier dan non-linier.

2.2.1 Model Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier adalah analisis yang digunakan untuk mencari hubungan antara variabel tak bebas dengan variabel-variabel bebas yang bersifat linier. Berdasarkan banyak variabel yang terlibat, analisis regresi linier dibagi dua yaitu analisis regresi linier sederhana dan analisis regresi linier berganda[10].

Model regresi linier sederhana adalah model yang memberikan gambaran mengenai hubungan linier antara satu variabel tak bebas dengan satu variabel bebas[17]. Model regresi linier berganda adalah model yang menjelaskan hubung-an antara satu variabel tak bebas dengan p variabel bebas. Secara umum, model regresi linier berganda dapat dituliskan sebagai [14]

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \tag{2.2.4}$$

dengan

Y_i : nilai variabel tak bebas pada pengamatan ke-i, i=1,2,...,N,

X_{ij} : nilai variabel bebas ke-j, j=1,2,...,p, pada pengamatan ke-i, i=1,2,...,N,

β_j : parameter regresi ke-j, j=1,2,...,p,

ε_i : galat pada pengamatan ke-i, i=1,...,N,

p : banyak variabel bebas,

N : banyak data.

Model regresi linier berganda dapat dilakukan dengan pendekatan matriks. Persamaan (2.2.1) dapat diuraikan menjadi[14],

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_p X_{1p} + \varepsilon_1 \\
Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_p X_{2p} + \varepsilon_2 \\
&\vdots \\
Y_N &= \beta_0 + \beta_1 X_{N1} + \beta_2 X_{N2} + \cdots + \beta_p X_{Np} + \varepsilon_N.
\end{aligned}$$

Dari uraian tersebut, diperoleh persamaan dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \ldots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \ldots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{N1} & \ldots & X_{Np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}.$$

Persamaan diatas juga dapat ditulis secara sederhana menjadi:

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.2.5}$$

dengan

$\boldsymbol{Y}$: vektor variabel tak bebas yang berukuran $N\times$ 1,

$\mathbf{X}$: matriks variabel bebas yang berukuran $N\times(p+1)$,

$\boldsymbol{\beta}$: vektor koefisien parameter regresi berukuran $(p+1)\times$ 1,

$\boldsymbol{\varepsilon}$: vektor galat yang berukuran $N\times$ 1.

Untuk data sampel, model pada Persamaan (2.2.2) dapat dituliskan menjadi

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{e} \tag{2.2.6}$$

dengan:

$\mathbf{b}$: vektor dugaan koefisien variabel bebas yang berukuran $(p+1)\times$ 1,

$\mathbf{e}$: vektor sisaan yang berukuran $n\times$ 1.

2.2.2 Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Method*)

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) adalah salah satu metode yang digunakan dalam menduga parameter regresi. Dalam pembentukan model regresi dengan metode ini diperoleh nilai-nilai penduga dengan meminimumkan Jumlah Kuadrat Sisa (JKS) yang didefinisikan sebagai [11].

$$JKS = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2.$$

Dalam bentuk matriks, JKS dapat ditulis sebagai:

$$JKS = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 e_2 \ldots e_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{e}^t\boldsymbol{e}.$$

Berdasarkan Persamaan (2.2.3) diperoleh:

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}, \tag{2.2.7}$$

dan oleh karena itu, JKS dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} JKS = \boldsymbol{e}^t\boldsymbol{e} &= (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b})^t(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}) \\ &= (\boldsymbol{Y}^t - (\boldsymbol{X}\boldsymbol{b})^t)(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}) \\ &= (\boldsymbol{Y}^t - \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t)(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}) \\ &= \boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b} - \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b} \\ &= \boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b} \\ &= \boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b}. \end{aligned}$$

Nilai **b** yang meminimumkan JKS diperoleh jika:

$$\frac{\partial JKS}{\partial \boldsymbol{b}} = 0$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{b}}(\boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{b}^t\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X}\boldsymbol{b}) &= 0 \\ -2\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} + 2(\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})\boldsymbol{b} &= 0 \\ 2(\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})\boldsymbol{b} &= 2\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} \\ (\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} \\ (\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})\boldsymbol{b} &= (\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y}. \end{aligned}$$

Akhirnya diperoleh penduga parameter regresi

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y}).$$

2.2.3 Mengukur Kebaikan Model Regresi Linier

Salah satu patokan yang biasa digunakan untuk melihat apakah suatu model regresi yang diperoleh sudah baik adalah dengan melihat nilai koefsien determinasi. Koefisien determinasi dilambangkan sebagai R^2 yang dirumuskan sebagai[5]

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}^t(\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) - n\bar{\mathbf{Y}}^2}{\boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - n\bar{\mathbf{Y}}^{\mathbf{2}}} \tag{2.2.8}$$

dengan

JKR : Jumlah Kuadrat Regresi,

JKT : Jumlah Kuadrat Total.

Koefisien determinasi mewakili proporsi dari keragaman data variabel respon yang diterangkan oleh model. Semakin tinggi nilai koefisien determinasi maka semakin baik model yang diperoleh[17].

2.2.4 Pengujian Parameter Model

Pengujian parameter dilakukan bertujuan untuk mengetahui apakah variabel bebas berpengaruh terhadap variabel tak bebas. Pengujian parameter ini terbagi dua yaitu pengujian serempak dan pengujian individu (parsial)

Pengujian Parameter secara Serempak (Uji F)

Uji F digunakan untuk menguji signifikansi parameter regresi secara bersamaan, dengan kata lain digunakan untuk memastikan bahwa model yang dipilih layak atau tidak untuk mengintepretasikan pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas. Hipotesis dari pengujian ini adalah[14]

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_p = 0$

H_1 : paling sedikit satu nilai $\beta_i \neq 0$, $i = 1, 2, \ldots, p$.

Statistik uji yang digunakan adalah[14]

$$F_{hitung} = \frac{JKR/p}{JKS/(n-p-1)} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}^t(\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) - n\bar{\mathbf{Y}}^2/p}{\boldsymbol{Y}^t\boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^t(\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y})/(n-p-1)}$$

dengan:

JKR : Jumlah Kuadrat Regresi,

JKS : Jumlah Kuadrat Sisaan.

Pengambilan keputusan untuk uji parameter ini dengan membandingkan nilai F_{hitung} yang diperoleh melalui statistik uji dengan nilai F_{tabel}. Nilai F_{tabel} diperoleh dari $F_{\alpha,p,n-p-1}$ dengan n adalah jumlah data dan p adalah jumlah variabel bebas. Apabila $F_{hitung} \geq F_{tabel}$ maka H_0 ditolak. Selain itu, penolakan H_0 juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *p-value* $< \alpha$. Penolakan H_0 berarti bahwa paling tidak ada satu variabel bebas yang signifikan terhadap variabel tak bebas.

Pengujian Parameter secara Individu (Uji t)

Uji t dikenal dengan uji parsial, digunakan untuk menguji bagaimana pengaruh masing-masing variabel bebas secara sendiri-sendiri terhadap variabel tak bebas. Untuk setiap $j = 0, 1, 2, \ldots, p$. hipotesis dari pengujian ini adalah[14]

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 : \beta_j \neq 0.$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji *t-student*, dengan formula[14]

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)}$$

dengan:

$\hat{\beta}_j$: parameter ke-j,

$se(\beta_j)$: *standard error* dari nilai penduga parameter ke-j.

Pengambilan keputusan untuk uji parameter ini dengan membandingkan nilai t_{hitung} yang diperoleh dengan nilai t_{tabel}. Nilai t_{tabel} diperoleh dari

t_{tabel}=$t_{\frac{\alpha}{2},n-p-1}$ dengan n adalah jumlah data dan p adalah banyaknya variabel bebas. Jika $|t_{hitung}| \geq t_{tabel}$ maka H_0 ditolak yang berarti bahwa ada variabel bebas yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel tak bebas.

2.3 Multikolinieritas

Multikolinieritas pertama kali diperkenalkan oleh Ragnar Frisch pada tahun 1934, yaitu adanya hubungan linier antara variabel bebas dari model regresi berganda. Jelas bahwa multikolinieritas adalah suatu kondisi yang menyalahi asumsi regresi linier berganda [7]. Berdasarkan hubungan yang terjadi antar variabel bebas, multikolinieritas dibedakan menjadi dua, sebagaimana yang dijelaskan berikut ini

1. Multikolinieritas Sempurna

   Multikolinieritas sempurna adalah korelasi yang terjadi antara variabel bebas yang sangat kuat. Apabila multikolinieritas sempurna terjadi maka metode kuadrat terkecil tidak dapat digunakan.

2. Multikolinieritas tidak Sempurna

   Multikolinieritas tidak sempurna adalah korelasi yang terjadi antara variabel bebas yang tinggi namun tidak sangat kuat.

Terjadinya multikolinieritas dalam regresi dapat memberikan dampak, salah satunya adalah koefisien regresi yang dihasilkan menjadi tidak efisien sehingga tidak dapat mewakili pengaruh dari variabel bebas, serta terjadinya multikolinieritas akan memberikan nilai *error* yang besar[14].

2.3.1 Mendeteksi Multikolinieritas

Ada beberapa cara untuk mengetahui adanya multikolinearitas. Adapun cara-caranya sebagai berikut.

1. VIF (*Variance Inflation Factor*) dan *Tolerance*

   Variance Inflantion Factors(*VIF*) adalah dapat mendeteksi adanya multikolinieritas pada regresi linier berganda yang melibatkan satu variabel bebas terhadap variabel bebas lainnya. Jika nilai *VIF* lebih besar dari 10 maka mengindikasikan terjadinya multikolinieritas kurang sempurna. Jika terjadi multikolinieritas sempurna maka nilai *VIF* akan bernilai tak hingga. *VIF* untuk koefisien regresi ke-j didefinisikan sebagai [14].

   $$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \tag{2.3.9}$$

   dengan R_j^2 merupakan koefisien determinasi ganda yang dihasilkan dari regresi X_j terhadap variabel yang lainnya dimana $j = 1, 2, \cdots, p$.

   Selain menggunakan VIF, multikolinieritas dapat dideteksi dengan nilai *tolerance*. Adapun nilai *tolerance* dapat dicari dari

   $$Tolerance = \frac{1}{VIF_j}. \tag{2.3.10}$$

   Jika nilai *Tolerance* < 0.1 maka dapat dikatakan suatu X memiliki kolinieritas yang tinggi dengan X yang lainnya.

2. Determinan Matriks Korelasi

   Nilai determinan matriks korelasi terletak 0 atau 1. Jika nilai determinan matriks korelasi adalah satu, maka kolom matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ adalah orthogonal. Jika nilai determinan matriks korelasi sama dengan 0, maka menandakan terjadinya multikolinieritas sempurna. Jika nilai determinan matriks korelasinya mendekati 0, maka menandakan terjadinya multikolinieritas kurang sempurna [16].

3. Nilai Kondisi

   Nilai kondisi adalah perbandingan antara nilai eigen terbesar dan terkecil dari matriks korelasi yang masing-masing dinotasikan dengan λ_{max} dan λ_{min} atau dapat dinyatakan sebagai berikut [14]

   $$\phi = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}. \tag{2.3.11}$$

   Jika terdapat multikolinieritas sempurna, maka λ_{min} sama dengan nol sehingga mengakibatkan ϕ tak hingga . Jika $\phi < 100$ maka berarti terjadi multikolinieritas kurang sempurna yang rendah. Jika $100 \leq \phi < 1000$ maka disebut multikolinieritas kurang sempurna cukup kuat dan jika $\phi \geqslant 1000$ maka disebut multikolinieritas sempurna sangat kuat.

2.4 Regresi *Ridge*

Regresi *ridge* pertama kali diperkenalkan oleh Hoer dan R.W. Kennard yang merupakan salah satu metode untuk mengatasi multikolineritas dengan cara memodifikasi metode kuadrat terkecil[9]. Penduga yang dihasilkan dengan metode regresi *ridge* disebut penduga *ridge*. Penduga *ridge* merupakan penduga yang bias, namun cenderung memiliki nilai *Mean Square Error* (MSE) yang lebih kecil daripada penduga *least square*.

Bila terdapat kolinearitas ganda yang besar maka metode kuadrat terkecil menghasilkan penduga tak bias untuk koefisien regresi, tetapi memiliki variansi yang besar. Variansi yang besar menimbulkan dua kesulitan yaitu penduga tidak stabil dan penduga menghasilkan koefisien yang cenderung besar. Salah satu cara mengatasi masalah ini adalah dengan menggunakan metode regresi *ridge*. Regresi *ridge* dilakukan pada data yang sudah dilakukan penskalaan dan pemusatan.

Pemusatan merupakan perbedaan antara masing-masing pengamatan dan rata-rata dari semua pengamatan variabel. Penskalaan merupakan gambaran pengamatan kesatuan (unit) standar deviasi dari pengamatan untuk variabel. Pembahasan data dilakukan dengan mentransformasi nilai setiap pengamatan dengan rumus[11]

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{(\sqrt{n-1})S_Y} \tag{2.4.12}$$

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{(\sqrt{n-1})S_{Xj}} \tag{2.4.13}$$

$$S_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}$$

$$S_{X_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n-1}}$$

untuk $i = 1, 2, ..., n$ dan $j = 1, 2, ..., p$.

Dari proses tersebut diperoleh data yang dibakukan yang secara notasi matriks dinotasikan dengan $\mathbf{Z}$. Prinsip dasar dari regresi *ridge* adalah menambahkan sebuah konstanta bias k pada diagonal matriks $\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}$. Didefinisikan penduga *ridge*[2]:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{RR} = (\mathbf{Z}^t\mathbf{Z} + k\mathbf{I})^{-1} + \mathbf{Z}^t\boldsymbol{Y} \tag{2.4.14}$$

dengan

$\boldsymbol{Y}$: vektor variabel tak bebas yang berukuran $n \times 1$,

$\mathbf{Z}$: matriks variabel bebas yang dibakukan berukuran $n \times p$,

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{RR}}$: vektor koefisien parameter regresi berukuran $p \times 1$,

$\mathbf{I}$: matriks identitas berukuran $p \times p$,

k : tetapan bias *ridge* $k > 0$.

2.5 Tetapan bias k

Pada regresi *ridge* terdapat nilai tetapan bias *ridge* yaitu k. Terdapat berbagai macam metode untuk menentukan tetapan bias k. Nilai k dapat dicari dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$k_j = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_j^2}, j = 1, 2, ..., p \tag{2.5.15}$$

dengan $\hat{\sigma}$ merupakan *mean square error* dan $\hat{\gamma}$ merupakan nilai penduga. Nilai parameter *ridge* k digunakan pada perhitungan *ridge* dan regresi *jackknife ridge*.

2.6 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Pada bagian ini akan dijelaskan tentang hasil beberapa penelitian sebelumnya terkait faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia diantaranya:

1. Angka Harapan Hidup (AHH)

   AHH merupakan alat untuk mengevaluasi kinerja pemerintah dalam meningkatkan kesejahteraan penduduk. AHH mengambarkan umur rata-rata yang dicapai seseorang dalam situasi mortalitas yang berlaku di lingkungan masyarakatnya. AHH berbanding lurus dengan IPM, sehingga jika AHH di suatu daerah rendah menunjukkan pembangunan manusia belum berhasil untuk daerah tersebut[18].

2. Angka Harapan Lama Sekolah (HLS)

   HLS didefinisikan sebagai lamanya sekolah (dalam tahun) yang diharapkan akan dirasakan oleh anak pada umur tertentu di masa mendatang. Angka harapan lama sekolah dihitung untuk penduduk berusia 7 tahun ke atas. HLS dapat digunakan untuk mengetahui kondisi pembangunan manusia, sehingga dapat dikatakan apabila HLS meningkat disuatu daerah maka IPM akan meningkatkan pada daerah tersebut[6].

3. Rata-rata lama sekolah

   Rata-rata lama sekolah didefinisikan sebagai jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk dalam menjalankan pendidikan formal. Rata-rata lama sekolah dihitung berdasarkan penduduk usia 25 tahun ke atas dengan asumsi pada umur 25 tahun proses pendidikan sudah berakhir. Apabila rata-rata lama sekolah meningkat akan menjamin perbaikan indeks pembangunan masyarakat meningkat[6].

4. Rasio murid terhadap guru (RMG)

   RMG adalah hasil perbandingan antara jumlah murid dengan jumlah guru pada jenjang pendidikan tertentu. RMG mencerminkan rata-rata jumlah murid yang dihadapi oleh seorang guru. Jika RMG terpenuhi pada jenjang pendidikan tertentu maka proses pendidikan dan pengajaran dari seorang guru memberikan hasil yang maksimal, sehingga diharapkan dapat meningkatkan kualitas siswa yang berdampak pada peningkatan kualitas masyarakat pada umumnya[13].

5. Angka Partisipasi Sekolah (APS)

   APS merupakan besaran dari semua anak yang masih sekolah pada suatu kelompok umur tertentu terhadap penduduk dengan kelompok umur yang sesuai. Apabila APS mengalami penurunan maka akan mengakibatkan IPM menurun[6].

6. Tingkat partisipasi angkatan kerja

   TPAK didefinisikan sebagai perbandingan jumlah penduduk yang masuk dalam kategori angkatan kerja dengan penduduk dalam kategori usia kerja (15 tahun keatas). Ketika produktifitas tenaga kerja meningkat maka upah yang akan diterima akan bertambah. Apabila produktifitas angkatan kerja meningkat maka akan meningkatkan IPM juga[18].

7. Kepadatan penduduk

   Kepadatan penduduk didefinisikan sebagai rata-rata jumlah penduduk tiap satu kilometer persegi. Semakin besar angka kepadatan penduduk menunjukan bahwa semakin tingginya persaingan antar penduduk dalam mencari lapangan pekerjaan. Dengan demikian jumlah pengganguran akan semakin meningkat akibat kurangnya lapangan pekerjaan yang memicu peningkatan angka kemiskinan. Berdasarkan [13] kepadatan penduduk berbanding terbalik dengan IPM.

8. Produk domestik regional bruto (PDRB)

   PDRB didefinisikan sebagai nilai keseluruhan semua barang dan jasa yang diproduksi dalam suatu wilayah dalam suatu jangka waktu tertentu (biasanya satu tahun). PDRB dapat dijadikan sebagai indikator guna melihat keberhasilan pembangunan ekonomi disuatu wilayah. PDRB memiliki hubungan yang positif terhadap IPM artinya apabila PDRB meningkat maka IPM akan meningkat[13].

BAB III

Metode Penelitian

Pada bab ini akan dijelaskan sumber data dan prosedur yang akan dilakukan dalam memecahkan masalah dan menguji hipotesis dari penelitian.

3.1 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang terkait dengan IPM dari 35 kabupaten atau kota di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2017. Data pada penelitian ini diperoleh dari Badan Pusat Statistika (BPS) Jawa Tengah.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari variabel bebas dan variabel tak bebas.

1. Variabel Tak Bebas

   Variabel tak bebas yang digunakan dalam penelitian ini adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada Provinsi Jawa Tengah tahun 2017.

2. Variabel Bebas

   Variabel bebas yang digunakan pada penelitian ini sebagai berikut.

   a. Angka Harapan Hidup (x_1)

      Angka Harapan Hidup (AHH) didefinisikan sebagai rata-rata perkiraan tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang sejak lahir.

b. Angka Harapan Lama Sekolah (x_2)

Angka Harapan Lama Sekolah (HLS) didefinisikan sebagai lamanya sekolah (dalam tahun) yang diharapkan akan dirasakan oleh anak pada umur tertentu di masa mendatang. HLS dapat dirumuskan sebagai

$$x_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{P_i}$$

dengan

E_i : jumlah penduduk yang bersekolah,

P_i : jumlah penduduk.

c. Rata-rata Lama Sekolah (x_3)

Rata-rata Lama Sekolah (RLS) didefinisikan sebagai jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk dalam menjalani pendidikan formal. RLS dapat dirumuskan sebagai

$$x_3 = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n} x_i$$

dengan

x_i : lama sekolah penduduk ke-i yang berusia 25 tahun,

n : jumlah penduduk usia 25 tahun ke atas.

d. Rasio murid terhadap guru (x_4)

Rasio murid terhadap guru (RMG) merupakan hasil perbandingan antara jumlah murid dengan jumlah guru pada jenjang pendidikan tertentu. RMG dapat diperoleh menggunakan rumus

$$x_4 = \frac{m}{r}$$

dengan

m : jumlah murid di tingkat pendidikan tertentu, r : jumlah guru di tingkat pendidikan tertentu.

e. Angka Partisipasi Sekolah (x_5)

Angka Partisipasi Sekolah (APS) didefinisikan sebagai persentase dari semua anak yang masih sekolah pada kelompok umur 16 tahun hingga 18 tahun. Presentase APS dapat dirumuskan sebagai

$$x_5 = \frac{c}{h} \times 100\%$$

dengan

c : jumlah penduduk usia 16 tahun hingga 18 tahun yang masih bersekolah,

h : jumlah penduduk usia 16 tahun hingga 18 tahun.

f. Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (x_6)

Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) didefinisikan sebagai presentase penduduk usia 15 tahun keatas yang merupakan angkatan kerja. TPAK dapat diperoleh menggunakan rumus

$$x_6 = \frac{g}{k} \times 100\%$$

dengan

g : jumlah penduduk dalam kategori angkatan kerja,

k : jumlah penduduk dalam kategori usia kerja.

g. Kepadatan penduduk (x_7)

Kepadatan penduduk didefinisikan sebagai rata-rata jumlah penduduk tiap satu kilometer persegi. Kepadatan penduduk dapat diperoleh menggunakan rumus

$$x_7 = \frac{p}{w}$$

dengan

p : jumlah penduduk,

w : luas wilayah.

h Produk Domestik Regional Bruto (x_8)

Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) merupakan jumlah nilai semua barang dan jasa yang diproduksi dalam suatu wilayah dalam suatu jangka waktu tertentu.

3.3 Langkah Analisis Data

Langkah-langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Metode *Jackknife Ridge Regression* dengan menganalisis parameter *Generalized Ridge Regression* menggunakan teknik *Jackknife*.

2. Mengaplikasikan metode *Jackknife Ridge Regression* pada data IPM di kabupaten/ kota di Jawa Tengah tahun 2017

   a Mendeskripsikan data yang akan digunakan dalam penelitian.

   b Melakukan analisis regresi linear berganda dengan Metode Kuadrat Terkecil

   c Melakukan pendeteksian multikolinearitas dengan VIF dan toleransi, determinan matriks korelasi dan nilai kondisi.

   d Pendugaan parameter dengan *Jackknife Ridge Regression.*

      i Melakukan transformasi terhadap matriks $\mathbf{X}$ dan vektor $\boldsymbol{Y}$ dengan metode pemusatan dan penskalaan.

ii Menghitung nilai penduga $\hat{\gamma}^*_{\boldsymbol{LS}}$ dengan metode kuadrat terkecil.

iii Menghitung nilai awal dari k untuk penduga *Generalized Ridge Regression*

iv Melakukan iterasi pemilihan k^i yang memenuhi $\boldsymbol{\gamma}_{\hat{\boldsymbol{GR}}}$ yang stabil, dengan ketentuan $|(\hat{\gamma}'_{\boldsymbol{GR}}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}})^i - (\hat{\gamma}'_{\boldsymbol{GR}}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}})^{i-1}| \leq 0.001$ iterasi berhenti

v Menghitung pendugaan parameter dengan *Generalized Ridge Regression*

vi Menghitung pendugaan parameter dengan *Jackknife Ridge Regression*

d Melakukan pengecekkan nilai VIF kembali.

e Menguji signifikansi model regresi linear berganda yang dipeoleh dari metode *Jackknife Ridge Regression* pada data.

f Melakukan transformasi ke bentuk awal dengan menggunakan rumus:

$$\hat{\beta}_j^* = \frac{S_Y}{S_{X_j}}\beta_{jJR}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X}_1 - \beta_2\bar{X}_2 - \cdots - \beta_p\bar{X}_p$$

dengan $\boldsymbol{S_Y}$ adalah standar deviasi data awal $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{S_{X_j}}$ adalah standar deviasi data awal $\mathbf{X}_j$, $\bar{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{j}}$ adalah rata-rata data awal $\mathbf{X}_j$ sebelum ditransformasi, dan $\bar{\boldsymbol{Y}}$ adalah rata-rata data awal $\boldsymbol{Y}$

g Menarik kesimpulan.

BAB IV

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diuraikan tentang penerapan metode *Jackknife Ridge Regression* dalam mengatasi masalah multikolinearitas dengan mengambil studi kasus pada penentuan faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Adapun data yang digunakan pada studi ini adalah data sekunder terkait IPM di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017. Data lengkap disajikan pada Lampiran 2.

4.1 Penduga Parameter Model Regresi Linear Berganda dengan Metode *Jackknife Ridge Regression*

Sebelum menduga parameter model regresi linear berganda dengan metode *Jackknife Ridge Regression*, akan terlebih dahulu dibahas tentang penduga *Generalized Ridge Regression*. Metode *Jackknife Ridge Regression* akan didapatkan dengan cara menganalisis parameter $\hat{\beta}$ *Generalized Ridge Regression* menggunakan teknik *Jackknife*.

4.1.1 Penduga Parameter *Generalized Ridge Regression*

Metode *Generalized Ridge Regression* diperkenalkan oleh Hoerl dan Kennard sebagai metode alternatif lain untuk mengatasi multikolinearitas pada penduga parameter model regresi. Penduga yang dihasilkan dari metode *Generalized Ridge Regression* dinamakan penduga *Generalized Ridge*.

Misalkan $\mathbf{D}$ adalah suatu matriks berukuran $p \times p$ dengan kolom-kolomnya adalah vektor eigen dari matriks $\mathbf{X}^{'}\mathbf{X}$. Berdasarkan teorema Dekomposisi Sepektral, untuk setiap matriks $\mathbf{C}$ yang simetris, maka terdapat matriks orthogonal $\mathbf{D}$ sedemikian sehingga

$$\mathbf{D}^t\mathbf{C}\mathbf{D} = \mathbf{\Lambda},$$

dimana $\mathbf{\Lambda}$ adalah matriks diagonal berukuran $p \times p$ yang entri diagonal utamanya adalah nilai eigen (λ_j) dari matriks $\mathbf{X}^t\mathbf{X}$, j=1,2,...,p. Karena matriks $\mathbf{D}$ adalah matriks orthogonal dimana $\mathbf{D}^t = \mathbf{D}^{-1}$, maka

$$\mathbf{D}^t\mathbf{D} = \mathbf{D}\mathbf{D}^t = \mathbf{I}.$$

Jika disubtitusikan pada Persamaan (2.2.2) yaitu persamaan umum model regresi,

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}\mathbf{D}\mathbf{D}^t\boldsymbol{\beta} + \varepsilon.$$

Misalkan $\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{D}^t\boldsymbol{\beta}$ sehingga

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}\mathbf{D}\gamma + \varepsilon.$$

Misalkan $\boldsymbol{XD} = \boldsymbol{X}^*$ sehingga

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}^*\gamma + \varepsilon. \tag{4.1.1}$$

Penduga MKT bagi Persamaan (4.1.1) adalah

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}} = (\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{X}^*\boldsymbol{Y}. \tag{4.1.2}$$

Diketahui bahwa $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D}$ maka Persamaan (4.1.2) menjadi:

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}} &= (\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} \\ &= ((\mathbf{X}\mathbf{D})^t\mathbf{X}\mathbf{D})^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} \\ &= (\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D})^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}\end{aligned}$$

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}. \tag{4.1.3}$$

Selanjutnya untuk mendapatkan parameter *Generalized Ridge* yaitu dengan cara menambahkan matriks tetapan bias $\mathbf{K}$. $\mathbf{K}$ adalah matriks diagonal yang entri diagonal utamanya merupakan konstanta bias $k_1, k_2, \cdots, k_p$.

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}} = (\boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K})^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}. \tag{4.1.4}$$

Jika dinyatakan $\mathbf{A} = \boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K}$ maka didapatkan

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}} &= \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}\\ &= \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{XD})^t\mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}}\\ &= \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{XD}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}},\end{aligned}$$

karena $\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{XD} = \boldsymbol{\Lambda}$ maka

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}} &= \mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}} \qquad (4.1.5)\\ &= \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A\text{-}K})\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}}\\ &= (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}}.\end{aligned}$$

Akhirnya diperoleh

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}}. \tag{4.1.6}$$

Lalu dengan mengaitkan bahwa yaitu $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{D}^t\boldsymbol{\beta}$, maka diperoleh $\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR}} = \mathbf{D}^t\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$, sehingga dengan mengalikan kedua ruas dengan matriks $\mathbf{D}$ akan diperoleh penduga untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$ yaitu,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}} = \mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_{\boldsymbol{GR}}, \tag{4.1.7}$$

dengan mensubtitusikan Persamaan (4.1.5) ke Persamaan (4.1.7) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}} &= \mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_{\boldsymbol{GR}}\\ &= \mathbf{D}(\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\hat{\gamma}_{\boldsymbol{LS}}).\end{aligned}$$

Diketahui bahwa $\hat{\gamma}_{LS} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}$, $\mathbf{A} = \mathbf{\Lambda} + \mathbf{K}$, $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D}$, dan $\mathbf{X}^* = \mathbf{X}\mathbf{D}$ akan diperoleh penduga untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$ yaitu:

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_{\boldsymbol{GR}} &= \mathbf{D}((\mathbf{\Lambda}+\mathbf{K})^{-1})\mathbf{\Lambda}(\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y})) \\
&= \mathbf{D}((\mathbf{\Lambda}+\mathbf{K})^{-1})((\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Lambda}^{-1})\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y})) \\
&= \mathbf{D}((\mathbf{\Lambda}+\mathbf{K})^{-1})(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y})) \\
&= \mathbf{D}((\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D}+\mathbf{K})^{-1})((\mathbf{D}\mathbf{X})^t\boldsymbol{Y}) \\
&= \mathbf{D}((\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D}+\mathbf{D}\mathbf{D}^t\mathbf{K}\mathbf{D}\mathbf{D}^t)^{-1}(\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{D}^t(\mathbf{X}^t\mathbf{X}+\mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t)\mathbf{D})^{-1}(\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) \\
&= \mathbf{D}\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{X}^t\mathbf{X}+\mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t)^{-1}(\mathbf{D}^t)^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} \\
\hat{\beta}_{\boldsymbol{GR}} &= (\mathbf{X}^t\mathbf{X}+\mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t)^{-1}\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}.
\end{aligned}$$

Jika dimisalkan $\mathbf{A}_* = \mathbf{X}^t\mathbf{X} + \mathbf{K}_*$ dan $\mathbf{K}_* = \mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t$, maka diperoleh penduga $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$

$$\hat{\beta}_{\boldsymbol{GR}} = \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}. \tag{4.1.8}$$

4.1.2 Metode Penduga *Jackknife Ridge Regression*

Prosedur *jackknife* digunakan untuk menduga suatu populasi yang tidak diketahui distribusinya. Prosedur *jackknife* pertama kali diperkenalkan oleh Quenouille[12], prosedur ini dilakukan dengan beberapa tahap dimana tahap pertama adalah menghitung parameter regresi dari sampel secara keseluruhan. Kemudian satu observasi dari sampel keseluruhan dihapus secara sekuensial dan dilakukan perhitungan dengan sampel yang berukuran kecil.

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan dengan menggunakan prosedur *jackknife* untuk memperoleh penduga parameter dengan nilai *error* yang lebih kecil.

Didefinisikan

$$\boldsymbol{Y_{-i}} = \mathbf{X}^*_{-i}\gamma + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan $\boldsymbol{Y_{-i}}$ merupakan matriks $\mathbf{Y}$ tanpa observasi baris ke-i dan $\mathbf{X}^*_{-i}$ merupakan matriks $\mathbf{X}^* = \mathbf{XD}$ tanpa observasi baris ke-i. Jadi Persamaan (4.1.4) tanpa observasi baris ke-i akan menjadi

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR(-i)}} = (\mathbf{X}^{*t}_{-i}\mathbf{X}^*_{-i} + \mathbf{K})^{-1}\mathbf{X}^{*t}_{-i}\boldsymbol{Y}_{-i}. \tag{4.1.9}$$

Persamaan (4.1.9) merupakan penduga dari *Generalized Ridge Regression* tanpa observasi baris ke-i dengan:

$$\mathbf{X}^{*t}_{-i}\mathbf{X}^*_{-i} = \mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^* - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i} \tag{4.1.10}$$

$$\mathbf{X}^{*t}_{-i}\boldsymbol{Y}_{-i} = \mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i} \tag{4.1.11}$$

dengan x^* merupakan matriks kolom berukuran $p \times 1$ yang elemen di dalamnya berisi observasi ke-i dari matriks $\mathbf{X}^*$ dan y_i merupakan matriks kolom yang berukuran $p \times 1$ yang elemen di dalamnya berisi observasi ke-i dari matriks $\mathbf{Y}$. Persamaan (4.1.10) dan (4.1.11) akan disubtitusikan ke Persamaan (4.1.9) dan akan diperoleh:

$$\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR-i}} = (\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^* - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i} + \mathbf{K})^{-1}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i}). \tag{4.1.12}$$

Jika dijabarkan maka diperoleh.

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_{\boldsymbol{GR-i}} &= \Big[(\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^* + \mathbf{K} - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i})^{-1}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i})\Big] \\
&= \Big[((\mathbf{XD})^t(\mathbf{XD}) + \mathbf{K} - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i})^{-1}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i})\Big] \\
&= \Big[(\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{XD} + \mathbf{K} - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i})^{\mathbf{-1}}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i})\Big] \\
&= \Big[(\boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K} - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i})^{-1}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i})\Big] \\
&= \Big[(\mathbf{A} - \boldsymbol{x^*_i x^{*t}_i})^{-1}(\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x^*_i y_i})\Big].
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan invers penjumlahan matriks yang dikemukan oleh Khurana[12]:

$$(\mathbf{A} - \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t})^{-1} = \left(\mathbf{A}^{-1} + \frac{(\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1})}{1 - \boldsymbol{x}_i^* \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^{*t}} \right).$$

Dari persamaan diatas diperoleh persamaan baru yaitu

$$\hat{\gamma}_{(GR)-i} = \left(\mathbf{A}^{-1} + \frac{(\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t-1} \boldsymbol{x}_i^*} \right) (\mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i)$$

$$= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y} - \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1}}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*\prime} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} (\mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y}) - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \boldsymbol{A}^{-1}}{1 - x_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} (\boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i)$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i (\mathbf{1} - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*)}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$- \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i)}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \left(\frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i - \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} \right) + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$- \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i)}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (x_i^* y_i)}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$- \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} (\boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i)}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{X}^{*t} \boldsymbol{Y})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*\prime} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} + \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \hat{\gamma}_{GR}}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \left(\frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{y}_i}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_i^{*t} \hat{\gamma}_{GR}}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} \right)$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} - \left(\frac{\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^* (\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{x}_i^{*t} \hat{\gamma}_{GR})}{1 - \boldsymbol{x}_i^{*t} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{x}_i^*} \right).$$

Dengan $w_i = \boldsymbol{x_i^{*\prime}}\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{x_i^{*\prime}}$, persamaan diatas dapat disederhanakan menjadi

$$\hat{\gamma_{GR(-i)}} = \hat{\gamma_{GR}} - \left(\frac{A^{-1}\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR})}{1 - w_i}\right). \quad (4.1.13)$$

Pada tahun 1977, Hinkley mendefinisikan *weighted pseudo-value* sebagai:

$$Q_i = \hat{\gamma} + n(1 - w_i)(\gamma - \gamma_{-i}), \quad (4.1.14)$$

dengan mensubtitusikan Persamaan (4.1.13) ke dalam Persamaan (4.1.14) didapatkan

$$\begin{aligned}
Q_i &= \hat{\gamma}_{GR} + n(1 - w_i)(\gamma_{GR} - \gamma_{GR(-i)}) \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + n(1 - w_i)\left(\hat{\gamma}_{GR} - \left(\hat{\gamma}_{GR} - \left(\frac{\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR})}{1 - w_i}\right)\right)\right) \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + n(1 - w_i)\left(\frac{\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR})}{1 - w_i}\right) \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + n\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR}).
\end{aligned}$$

Penduga parameter dengan prosedur *jackknife* dilakukan dengan mengambil rata-rata dari *weighted pseudo-value* tersebut kemudian digunakan pada sebagi berikut:

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_{JR} = \bar{Q} &= \frac{1}{n}\sum Q_i \\
&= \frac{1}{n}\sum(\hat{\gamma}_{GR} + n\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR})) \\
&= \frac{1}{n}\{n\hat{\gamma}_{GR}\sum n\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{x_i^*}(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR}))\} \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + \mathbf{A}^{-1}\sum \boldsymbol{x_i^*}\boldsymbol{y_i} - \sum \boldsymbol{x^*}\boldsymbol{x_i^{*t}}\hat{\gamma}_{GR} \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{GR}
\end{aligned}$$

$$\hat{\gamma}_{JR} = \hat{\gamma}_{GR} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}(\boldsymbol{Y} - \mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{GR}).$$

Jika $\hat{\gamma}_{JR}$ dijabarkan maka diperoleh persamaan baru sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_{JR} &= \hat{\gamma}_{GR} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}(\boldsymbol{Y} - \mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{GR}) \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{GR} \\
&= \hat{\gamma}_{GR} + \hat{\gamma}_{GR} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^*\hat{\gamma}_{GR}
\end{aligned}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}^{*t}X^{*})\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^{t}\mathbf{X}^{*t}\mathbf{X}^{*}\mathbf{D})\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{\Lambda}))\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - (\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{K})))\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}))\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}))\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{I} - \mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= \hat{\gamma}_{GR} + (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{GR}$$

$$= (\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{GR} \tag{4.1.15}$$

$$= (\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{LS}$$

$$= (\mathbf{I}^{2} - (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})^{2})\hat{\gamma}_{LS}$$

$$\hat{\gamma}_{JR} = \mathbf{I} - (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})^{2}\hat{\gamma}_{LS}. \tag{4.1.16}$$

Persamaan (4.1.16) disebut sebagai penduga *Jackknife Ridge Regression*. Penduga ini diperoleh dengan menggabungkan penduga yang sudah diperoleh dengan menggunakan penduga *Generalzed ridge* lalu dimodifikasikan dengan menerapkan metode *Jackknife* di dalamnya, Penduga *Jackknife Ridge Regression* untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{JR}$ diperoleh dengan mengaitkan bahwa

$$\hat{\gamma}_{JR} = \mathbf{D}^{t}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{JR},$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{JR} = \mathbf{D}\hat{\gamma}_{JR}. \tag{4.1.17}$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan matriks $\mathbf{D}$ dimana matriks $\mathbf{D}$ merupakan matriks orthogonal yang diperoleh melalui Teorema Dekomposisi Spektral. Dengan mensubtitusikan Persamaan (4.1.15) pada Persamaan (4.1.17) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{JR} = \mathbf{D}\hat{\gamma}_{JR}$$

$$= \mathbf{D}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}).$$

Diketahui $\hat{\gamma}_{LS} = \boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y}$,$\mathbf{A} = \boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K}$,$\boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D}$,$\hat{\gamma}_{GR} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\gamma}_{LS}$, dan $\mathbf{X}^* = \mathbf{XD}$ akan diperoleh penduga untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}}$ yaitu:

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}} &= \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{LS}} \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})(\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{K}))\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{X}^{*t}\boldsymbol{Y} \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K})(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) \\
&= \mathbf{D}(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}) \\
&= \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} + \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t X^t\boldsymbol{Y}
\end{aligned}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}} = (\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t + \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t)\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y}. \tag{4.1.18}$$

Dapat dituliskan $\mathbf{A} = \mathbf{D}^t\mathbf{X}^t\mathbf{X}\mathbf{D} + \mathbf{K} = \mathbf{D}^t(\mathbf{X}^t\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t)\mathbf{D}$ sedemikian se -hingga $\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t = (\mathbf{X}^t\mathbf{X} + \mathbf{K}_*)^{-1} = \mathbf{A}_*^{-1}$, dan $\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t = \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*\mathbf{A}_*^{-1}$, dimana $\mathbf{K}_* = \mathbf{D}\mathbf{K}\mathbf{D}^t$, sehingga dengan menggunakan $\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t$ dan $\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^t$ pada Persamaan (4.1.16) diperoleh:

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}} &= (\mathbf{A}_*^{-1} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*A_*^{-1})\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{Y} \\
&= \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*\mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{X}^t\boldsymbol{Y} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{X}^t(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\mathbf{A}_*^{-1}(\mathbf{X}^t\mathbf{X})\boldsymbol{\beta} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\mathbf{A}_*^{-1}(\mathbf{X}^t\mathbf{X} + \mathbf{K}_* - \mathbf{K}_*)\boldsymbol{\beta} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\mathbf{A}_*^{-1}(\mathbf{A}_* - \mathbf{K}_*)\boldsymbol{\beta} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)(\mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{A}_* - \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\boldsymbol{\beta} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)(\mathbf{I} - \mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)\boldsymbol{\beta}
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh penduga $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}}$ adalah

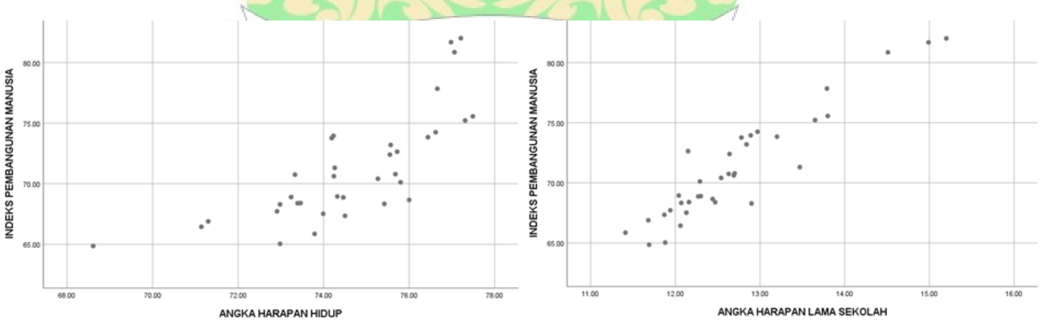
$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}} = (\mathbf{I} - (\mathbf{A}_*^{-1}\mathbf{K}_*)^2)\boldsymbol{\beta}. \tag{4.1.19}$$

4.2 Pemodelan IPM dengan metode *Jackknife Ridge Regression*

Pada bab ini akan dibahas mengenai eksplorasi data, analisis regresi linear berganda, pendeteksi multikolinearitas, dan regresi *jackknife ridge* untuk faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Tengah.

4.2.1 Eksplorasi Data

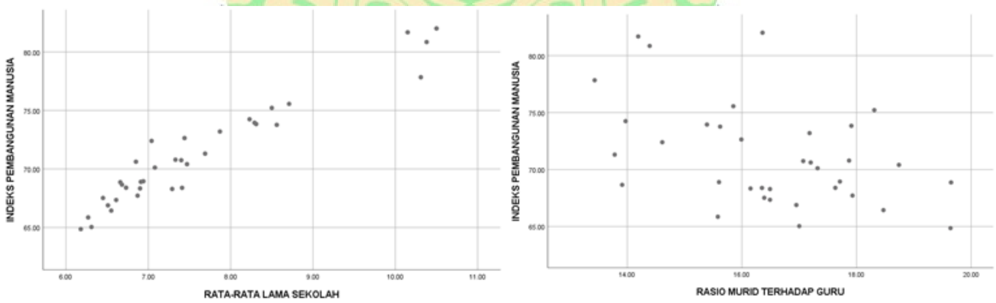
Pada subbab ini akan dideskripsikan terlebih dahulu semua variabel yang terlibat dalam penelitian. Deskripsi data dilakukan dengan membuat *scatterplot* (diagram pencar) yang akan menggambarkan hubungan antara IPM dengan variabel-variabel bebas yang diduga mempengaruhinya.



Gambar 4.2.1: *Scatterplot* indeks pembangunan manusia dengan angka harapan hidup ($r = 0.764$) dan angka harapan lama sekolah ($r = 0.937$)

Pada Gambar 4.2.1 dapat dilihat hubungan antara indeks pembangunan manusia dengan angka harapan hidup. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa ada hubungan positif antara indeks pembangunan manusia dengan angka harapan hidup yang cukup erat berarti semakin tinggi angka harapan hidup di suatu daerah maka akan semakin besar nilai indeks pembangunan manusia. Hal ini disimpulkan dari sebaran titik-titik data yang mendekati sebuah garis lurus sehingga diduga adanya hubungan linear antara indeks pembangunan manusia dengan angka harapan hidup. Kesimpulan ini didukung juga dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar $r = 0.764$.

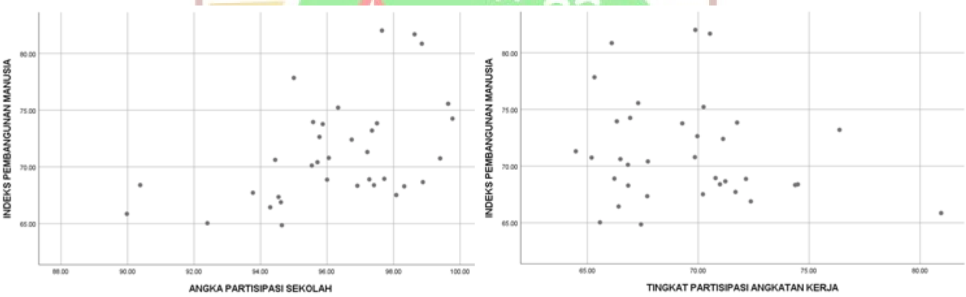
Hubungan antara variabel indeks pembangunan manusia dengan angka harapan lama sekolah dapat dilihat pada Gambar 4.2.1. Pada gambar tersebut terlihat adanya hubungan positif yang kuat antara indeks pembangunan manusia dengan angka harapan lama sekolah yang berarti semakin meningkat angka harapan lama sekolah pada suatu daerah maka akan meningkat pula indeks pembangunan manusia. Kemudian dapat dilihat pada gambar, sebaran titik-titik data mendekati sebuah garis lurus sehingga dapat diduga adanya hubungan linear yang kuat antara indeks pembangunan manusia dengan angka harapan lama sekolah. Hal ini diperkuat dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar $r = 0.937$.



Gambar 4.2.2: *Scatterplot* indeks pembangunan manusia dengan rata-rata lama sekolah ($r = 0.962$) dan rasio murid terhadap guru ($r = -0.459$)

Pada Gambar 4.2.2 diperlihatkan *scatterplot* antara indekas pembangunan manusia dengan rata-rata lama sekolah. Pada gambar tersebut juga terlihat hubungan positif yang kuat antara indekas pembangunan manusia dengan rata-rata lama sekolah yang berarti apabila rata-rata lama sekolah meningkat maka nilai indeks pembangunan manusia juga meningkat. Kemudian dapat dilihat pada gambar, sebaran titik-titik data mendekati sebuah garis lurus sehingga dapat diduga adanya hubungan linear antara indekas pembangunan manusia dengan rata-rata lama sekolah. Hal ini diperkuat dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar $r = 0.962$.

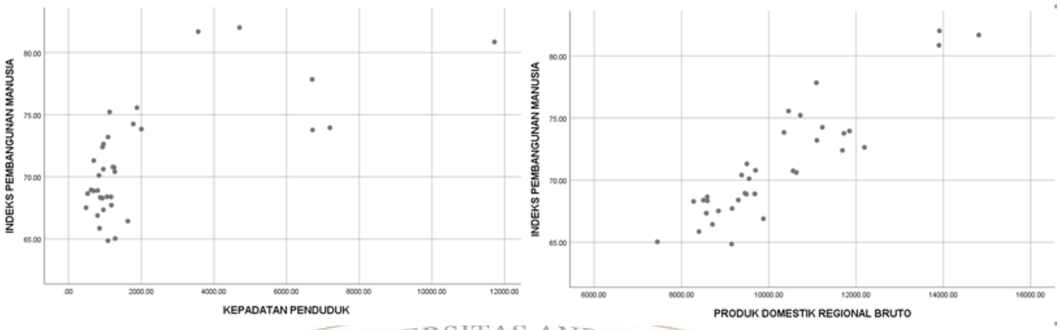
Scatterplot antara indeks pembangunan manusia dengan rasio murid terhadap guru pada Gambar 4.2.2. Dari gambar tersebut dapat dilihat antara indeks pembangunan manusia dengan rasio murid terhadap guru memiliki kecenderungan tidak ada hubungan linear. Hal ini juga didukung dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar r= -0.459.



Gambar 4.2.3: *Scatterplot* indeks pembangunan manusia dengan angka partisipasi sekolah ($r = 0.484$) dan tingkat partisipasi angkatan kerja ($r = -0.176$)

Hubungan antara indeks pembangunan manusia dengan angka partisipasi sekolah dapat dilihat pada Gambar 4.2.3. Pada gambar tersebut juga terlihat hubungan positif antara indeks pembangunan manusia dengan angka partisipasi sekolah yang berarti apabila angka partisipasi sekolah meningkat maka nilai indeks pembangunan manusia juga meningkat. Hal ini didukung dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar r= 0.484.

Pada Gambar 4.2.3 diperlihatkan *scatterplot* indeks pembangunan manusia dengan tingkat partisipasi angkatan kerja. Dapat dilihat pada gambar tersebut bahwa antara indeks pembangunan manusia dengan tingkat partisipasi angkatan kerja memiliki kecenderungan tidak ada hubungan linear. Hal ini diperkuat juga dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar r= -0.176.



Gambar 4.2.4: *Scatterplot* indeks pembangunan manusia dengan kepadatan penduduk ($r = -0.670$) dan produk domestik regional bruto ($r = 0.907$)

Hubungan antara indeks pembangunan manusia dengan kepadatan penduduk dapat dilihat pada Gambar 4.2.4. Pada gambar tersebut juga terlihat hubungan negatif antara indeks pembangunan manusia dengan kepadatan penduduk yang berarti apabila kepadatan penduduk meningkat maka nilai indeks pembangunan manusia juga menurun. Hal ini didukung dengan nilai koefisien korelasi yang diperoleh sebesar r= -0.670.

Pada Gambar 4.2.4 diperlihatkan *scatterplot* antara indeks pembangunan manusia dengan produk domestik regional bruto. Pada gambar tersebut dapat dilihat adanya hubungan positif yang kuat antara indeks pembangunan manusia dengan produk domestik regional bruto yang berarti semakin banyak produk domestik regional bruto maka kecenderungan semakin besar indeks pembangunan manusia. Kemudian juga dapat dilihat pada gambar, sebaran titik-titik data mendekati sebuah garis lurus sehingga dapat diduga adanya hubungan linear yang kuat antara indeks pembangunan manusia dengan pro duk domestik regional bruto. Hal ini juga didukung dengan nilai koefisien korelasi sebesar r= 0.907.

4.2.2 Analisis Regresi Berganda dengan Metode MKT

Metode kuadrat terkecil adalah suatu metode yang digunakan untuk menduga parameter regresi klasik dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat. Diperoleh persamaan regresi klasik dengan metode kuadrat terkecil sebagai berikut

$$Y = 2.821 + 0.000104X_1 + 0.000187X_2 + 0.000071X_3 + 0.005388X_4 - 0.0274X_5 + 0.000013X_6 - 0.000085X_7 + 1.023X_8$$

dengan: Y= indeks pembangunan manusia,

X_1= angka harapan hidup,

X_2= angka harapan lama sekolah,

X_3= rata-rata lama sekolah,

X_4= rasio murid terhadap guru,

X_5= angka partisipasi sekolah,

X_6= tingkat partisipasi angkatan kerja,

X_7= kepadatan penduduk,

X_8= produk domestik regional bruto.

Dari hasil pendugaan parameter tersebut diperoleh nilai koefisien determinasi sebesar $R^2 = 99.80\%$ yang berarti bahwa sebesar 99.80% dari variasi indeks pembangunan manusia di Jawa Tengah dapat dijelaskan oleh model regresi yang diperoleh.

Untuk menguji keberartian model yang diperoleh , dapat dilakukan secara simultan atau bersama-sama untuk semua β dengan uji F. Hasilnya akan disajikan pada Tabel 4.2.1 Hipotesis untuk uji ini adalah sebagai berikut:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = 0$

H_1: Paling sedikit satu nilai $\beta_j \neq 0, j = 1, 2, \cdots, 8$

Hasil statistik untuk uji F dengan $\alpha = 0.05$, disajikan pada Tabel 4.2.2 berikut ini:

Tabel 4.2.1: Analisis Variansi Untuk Data Awal

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat Tengah	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	$F_{0.05;8;26}$
Regresi	681.378	8	85.172	1954.441	2.32
Galat	1.133	26	0.044		
Total	682.511	34			

Berdasarkan Tabel 4.2.1 dapat disimpulkan bahwa nilai $F_{hitung} = 1913.046 > F_{0.05;8;26} = 2.32$. Hal ini berarti bahwa terdapat setidaknya satu diantara variabel-variabel bebas X berpengaruh terhadap variabel tak bebas Y.

Selanjutnya akan dilakukan uji t pada data, untuk mengetahui variabel-variabel bebas yang signifikan, dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: $\beta_j = 0,\ j = 0, 1, 2, \cdots, 8$

H_1: $\beta_j \neq 0,\ j = 0, 1, 2, \cdots, 8$

Hasil statistik uji t dengan $\alpha = 0.05$, disajikan pada Tabel 4.2.2 berikut ini:

Tabel 4.2.2: Perhitungan Nilai t untuk Data Awal

Parameter	**Nilai Dugaan**	$\lvert t_{hitung} \rvert$	$t_{0.025;26}$
Intersep	6.637	2.432	
$\hat{\beta}_1$	0.4586	15.734*	
$\hat{\beta}_2$	0.88294	6.187*	
$\hat{\beta}_3$	1.441	11.549*	2.05553
$\hat{\beta}_4$	0.04267	1.637	
$\hat{\beta}_5$	0.0001427	0.007	
$\hat{\beta}_6$	-0.0212	1.809	
$\hat{\beta}_7$	-0.000028	0.975	
$\hat{\beta}_8$	0.00095	25.349*	

Berdasarkan Tabel 4.2.2 diketahui bahwa nilai $\lvert t_{hitung} \rvert$ dari variabel X_1, X_2, X_3, dan X_8 lebih besar dari $t_{0.025;26}$, berarti variabel X_1, X_2, X_3, dan X_8 secara individu berpengaruh signifikan terhadap variabel Y.

4.2.3 Pendeteksi Multikolinieritas

Tahapan yang harus dilakukan sebelum menduga parameter menggunakan metode *Jackknife Ridge Regression* adalah memastikan ada atau tidaknya multikolineritas pada data. Beberapa cara telah diperkenalkan untuk mendeteksi adanya multikolinieritas diantaranya VIF dan toleransi, pemeriksaan determinan matriks korelasi, dan nilai kondisi.

Nilai VIF dan Toleransi Masalah multikolinieritas dapat dideteksi dengan menggunakan VIF dan toleransi. Jika VIF dari variabel-variabel bebas lebih besar dari 10 atau nilai toleransi dari variabel-variabel bebas tersebut kurang dari 0.1 maka terjadi multikolinearitas. Pada model regresi dengan metode kuadrat terkecil didapatkan nilai VIF dan toleransi sebagai berikut.

Tabel 4.2.3: Nilai VIF dan Toleransi Terhadap Data IPM

Variabel	**Toleransi**	ˆVIF
X_1	0.396	2.523
X_2	0.088	11.381
X_3	0.056	17.788
X_4	0.695	1.439
X_5	0.615	1.626
X_6	0.728	1.373
X_7	0.250	4.001
X_8	0.309	3.235

Berdasarkan Tabel 4.2.3 dapat diketahui bahwa nilai *VIF* dari X_2 dan X_3 lebih besar dari 10 dan juga nilai toleransi X_2 dan X_3 kurang dari 0.1 maka dapat dikatakan bahwa terjadi multikolinieritas pada data IPM.

Determinan Matriks Korelasi Multikolinieritas dapat dideteksi dengan menggunakan determinan matriks korelasi. Apabila nilai determinan matriks korelasinya mendekati 0, maka hal ini mengindikasikan terdapat masalah multikolineritas. Matriks $\mathbf{R}$ berikut berisikan koefisien korelasi antar variabel-variabel bebas terpilih pada skripsi ini.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.679 & 0.671 & -0.435 & 0.451 & 0.042 & 0.287 & 0.535 \\ 0.679 & 1 & 0.929 & -0.421 & -0.527 & 0.264 & 0.561 & 0.772 \\ 0.671 & 0.929 & 1 & -0.468 & 0.431 & -0.225 & 0.737 & 0.819 \\ 0.435 & -0.421 & -0.468 & 1 & -0.323 & 0.143 & -0.415 & -0.396 \\ 0.451 & 0.527 & 0.431 & -0.323 & 1 & -0.239 & 0.124 & 0.368 \\ 0.042 & -0.264 & -0.225 & 0.143 & -0.239 & 1 & -0.309 & -0.146 \\ 0.287 & 0.561 & 0.737 & -0.415 & 0.124 & -0.309 & 1 & 0.653 \\ 0.535 & 0.772 & 0.819 & -0.396 & 0.368 & -0.146 & 0.653 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determinan dari matriks korelasi $\mathbf{R}$ diatas adalah 0.0032. Determinan matriks korelasi tersebut menunjukkan nilai $\det(\mathbf{R})$ mendekati 0. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat masalah multikolinieritas pada model regresi.

Nilai Kondisi Multikolinieritas dapat juga diukur dalam bentuk rasio nilai terbesar dan terkecil dari nilai-nilai eigen matriks korelasi, yang diperoleh dan dinyatakan sebagai nilai kondisi dari matriks korelasi. Perhitungan nilai eigen menggunakan bantuan software MATLAB. Hasil lengkapnya disajikan pada Lampiran 3. Nilai Kondisi untuk data ini adalah:

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{\lambda_8}{\lambda_1}\\ &= \frac{4.2425}{0.0351}\\ &= 120.8689.\end{aligned}$$

Nilai kondisi yang diperoleh bernilai besar dari 100, sehingga dapat disimpulkan terjadinya multikolinieritas pada model regresi.

Berdasarkan nilai VIF dan toleransi, determinan matriks korelasi dan nilai kondisi dapat dikatakan bahwa asumsi tidak terdapat multikolinieritas tidak terpenuhi, sehingga dapat dikatakan bahwa metode MKT kurang tepat untuk kasus ini. Metode alternatif yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan metode regresi *jackknife ridge*

4.2.4 Analisis Regresi *Jackknife Ridge*

Regresi *jackknife ridge* merupakan salah satu metode alternatif jika variabel bebas terdapat multikolineritas. Seluruh perhitungan dalam penaksiran ini akan menggunakan bantuan MATLAB. Program ini dapat dilihat pada Lampiran 8.

Sebelum melakukan proses analisis regresi *jackknife ridge* maka akan dilakukan transformasi dengan metode pemusatan dan penskalaan pada variabel bebas dan variabel tak bebas. Hal yang diperlukan dalam melakukan transformasi pemusatan dan penskalaan adalah nilai rata-rata dan nilai simpangan baku dari masing-masing variabel dan didapatkan hasil sebagai berikut

Tabel 4.2.4: Rata-rata dan Simpangan Baku

Variabel	**Rata-rata**	⁀Simpangan Baku
Y	71.19114	4.480386
X_1	74.63143	1.951199
X_2	12.71543	0.9005336
X_3	7.5822861	1.216238
X_4	16.48914	1.634379
X_5	96.23514	2.332671
X_6	69.45771	3.54813
X_7	2043.6	2454.495
X_8	10181.34	1705.016

Menggunakan nilai rata-rata dan simpangan baku pada Tabel 4.2.4 akan dilakukan transformasi pada masing-masing variabel yang kemudian hasil dari transformasi akan digunakan untuk analisis regresi *Jackknife Ridge*. Hasil pemusatan dan penskalaan data diperoleh dengan bantuan SPSS 25 dapat dilihat pada Lampiran 7.

Langkah pertama yang dilakukan untuk penaksiran *Generalized Ridge Regression* adalah menentukan matriks tetapan bias **K**. Perhitungan nilai awal tetapan bias k adalah:

$$k_j = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\boldsymbol{\gamma}}^2_{\boldsymbol{LS_j}}} \tag{4.2.20}$$

dengan j=1,2,3,4,5,6,7,8

$\hat{\sigma}^2$ merupakan *Mean Square Error* (MSE) yang dihitung dari

$$MSE(\hat{\sigma}^2) = \frac{JKS}{n-p-1} \tag{4.2.21}$$

dan γ_{LS} merupakan parameter regresi dari penduga MKT

Dengan MKT, diperoleh nilai parameter $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{LS}}$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{LS}} = \begin{bmatrix} 0.1970 \\ 0.0218 \\ 0.1865 \\ 0.0810 \\ 0.1896 \\ 0.0961 \\ -0.1041 \\ 0.4641 \end{bmatrix}$$

dan MSE yang diperoleh dari $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{LS}}$ adalah $\hat{\sigma}^2 = 6.1486 \times 10^{-5}$, dengan demikian konstanta bias untuk setiap variabel adalah.

$$k_1^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.1970)^2} = 0.0016$$
$$k_2^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.0218)^2} = 0.1297$$
$$k_3^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.1865)^2} = 0.0018$$
$$k_4^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.0810)^2} = 0.0094$$
$$k_5^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.1896)^2} = 0.0017$$
$$k_6^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.0961)^2} = 0.0067$$
$$k_7^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(-0.1041)^2} = 0.0057$$
$$k_8^0 = \frac{6.1486 \times 10^{-5}}{(0.4641)^2} = 0.0003$$

Setelah mendapatkan nilai tetapan bias awal, disusun matriks tetapan bias yang dinyatakan sebagai $K^0 = diag(k_1^0, k_2^0, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0, k_8^0)$. Langkah selanjutnya akan ditentukan parameter $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}$ melalui proses iterasi.

Proses iterasi dimulai dengan menghitung parameter awal $\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathbf{0}}_{\boldsymbol{GR}}$ menggunakan $\mathbf{K}^0$. $\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathbf{0}}_{\boldsymbol{GR}}$ diperoleh dari $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}{}^0 = (\boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K}^0)^{-1}\mathbf{X}'^{*}\boldsymbol{Y}$. Parameter awal $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}{}^0$ akan digunakan untuk menghitung $k_j^1 = \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\gamma}_j^2}$. MSE yang digunakan dalam menghitung k_j^1 merupakan MSE dari *Generalized Ridge Regression*. Perhitungan dapat dilakukan menggunakan Persamaan (4.3.2) dengan Jumlah Kuadrat Sisaan (JKS) *Generalized Ridge Regression*.

Selanjutnya, $\mathbf{K}^1$ akan digunakan untuk menghitung $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}{}^1$ begitu seterusnya hingga proses iterasi berhenti ketika $\mid (\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{GR}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}})^i - (\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{GR}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}})^{i-1} \mid \leq 0.001$ dan diperoleh penduga parameter yang stabil. Kemudian akan diperoleh parameter $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}$ yang akan digunakan untuk mendapatkan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$ [12]. Adapun hasil proses iterasi menggunakan program MATLAB sebagai berikut.

Tabel 4.2.5: Proses Iterasi Parameter *Generalized Ridge Regression*

Iterasi	**Nilai K**	$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}$	$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GR}}$
0	0.0016	0.1886	0.1956
	0.1297	0.0130	0.1764
	0.0018	0.1853	0.3874
	0.0094	0.0792	0.0144
	0.0017	0.1891	0.0009
	0.0067	0.0955	-0.0148
	0.0057	-0.1035	-0.0140
	0.0003	0.4641	0.3567
1	0.0022	0.1854	0.1927
	0.4681	0.0063	0.1821
	0.0023	0.1849	0.3873
	0.0125	0.0786	0.0136
	0.0022	0.1890	0.0008
	0.0086	0.0953	-0.0135
	0.0073	-0.1034	-0.0142
	0.0004	0.4641	0.3533

Iterasi	Nilai K	$\hat{\gamma}_{GR}$	$\hat{\beta}_{GR}$
2	0.0025	0.1842	0.1908
	2.1267	0.0018	0.1855
	0.0025	0.1848	0.3879
	0.0137	0.0784	0.0132
	0.0024	0.1890	0.0006
	0.0093	0.0952	-0.0127
	0.0079	-0.1033	-0.0146
	0.0004	0.4641	0.3511

Nilai $\mathbf{K}$ yang digunakan pada metode *Jackknife Ridge Regression* adalah nilai pada iterasi kedua karena nilai $\mid (\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}^{\boldsymbol{t}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}})^{i} - (\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}}^{\boldsymbol{t}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{GR}})^{i-1} \mid = \mid (0.3451) - (0.3457) \mid = \mid -5.8806 \times 10^{-4} \mid \leq 0.001$. Langkah selanjutnya adalah menduga parameter *Jackknife Ridge Reg-ression*. Untuk memperoleh parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}}$ terlebih dahulu akan dihitung parameter $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{JR}}$. Parameter $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{JR}}$ dihitung menggunakan Persamaan (4.1.15) dan Persamaan (4.1.16) sehingga diperoleh

$$\hat{\gamma}_{JR} = \begin{bmatrix} 0.1962 \\ 0.0034 \\ 0.1865 \\ 0.0809 \\ 0.1896 \\ 0.0961 \\ -0.1041 \\ 0.4641 \end{bmatrix}.$$

Dari nilai $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{JR}}$ akan dicari $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}}$ dengan persamaan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{JR}} = \mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{JR}}$ atau Persamaan (4.1.19) dan diperoleh

$$\hat{\beta}_{JR} = \begin{bmatrix} 0.1921 \\ 0.1784 \\ 0.3969 \\ 0.0137 \\ -0.0014 \\ -0.0138 \\ -0.0187 \\ 0.3525 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan nilai-nilai penduga parameter diatas, diperoleh model untuk *Jackknife Ridge Regression* sebagai berikut.

$$Y^* = 0.1921Z_1 + 0.1784Z_2 + 0.3969Z_3 + 0.0137Z_4 - 0.0014Z_5$$
$$-0.0138Z_6 - 0.0187Z_7 + 0.3525Z_8.$$

Dari hasil pendugaan parameter tersebut diperoleh nilai koefisien determinasi sebesar $R^2 = 99.83\%$ yang berarti bahwa sebesar $R^2 = 99.83\%$ dari variasi Indeks Pembangunan Manusia di Kab/Kota Jawa Tengah dapat dijelaskan dengan metode *Jackknife Ridge Regression*.

Setelah mendapatkan penduga koefisien regresi dari metode *Jackknife Ridge Regression*, perlu dipastikan bahwa variabel-variabel bebas yang terlibat dalam model sudah tidak mengindikasikan adanya multikolinearitas dengan melihat kembali nilai VIF. $VIF_j(K)$ memiliki rumus

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X} + \mathbf{K})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + \mathbf{K})^{-1}.$$

Diperoleh nilai $VIF_j(K)$ untuk penduga koefisien regresi dari metode *Jackknife Ridge Regression* seperti yang tersaji pada Tabel 4.2.6.

Tabel 4.2.6: Nilai VIF untuk penduga koefisien regresi dengan metode *Jackknife Ridge Regression*

Parameter	**Penduga Parameter**	**VIF**
$\hat{\beta}_1$	0.1921	2.4452
$\hat{\beta}_2$	0.1784	0.0179
$\hat{\beta}_3$	0.3969	6.3450
$\hat{\beta}_4$	0.0137	1.3614
$\hat{\beta}_5$	-0.0014	1.5365
$\hat{\beta}_6$	-0.0138	1.2173
$\hat{\beta}_7$	-0.0187	2.9531
$\hat{\beta}_8$	0.3525	3.0682

Berdasarkan Tabel 4.2.6 dapat dilihat bahwa VIF yang didapatkan dari penaksir *Jackknife Ridge Regression* lebih kecil dari 10 yang berarti bahwa metode *Jackknife Ridge Regression* dapat mengatasi multikolineritas.

Untuk menguji keberartian penduga parameter model *Jackknife Ridge Regression* yang diperoleh, dapat dilakukan secara simultan dengan uji F. Hasilnya disajikan pada Tabel 4.2.7 Hipotesis untuk uji ini sebgai berikut:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = 0$

H_1: Paling sedikit satu nilai $\beta_j \neq 0, j = 1, 2, \cdots, 8$

Hasil statistik untuk uji F dengan $\alpha = 0.05$, disajikan pada Tabel 4.3.7 sebagai berikut

Tabel 4.2.7: Analisis Variansi Untuk Data IPM dengan *Jackknife Ridge Regression*

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat Tengah	Derajat Bebas	Mean Kuadrat	F_{hitung}	F_{tabel}
Regresi	0.9982	8	0.1248	1802.6667	2.32
Sisaan	0.0018	26	0.000069		
Total	1.0000	34			

Berdasarkan Tabel 4.2.7 dapat disimpulkan bahwa nilai $F_{hitung} = 1928.2 > F_{0.05;8;26} = 2.32$. Hal ini berarti bahwa terdapat setidaknya satu diantara variabel-variabel bebas X berpengaruh terhadap variabel tak bebas Y.

Selanjutnya akan dilakukan pengujian secara individu untuk mengetahui variabel-variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap IPM di Jawa Tengah, yaitu dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: $\beta_j = 0,\ j = 0, 1, 2, \cdots, 8$

H_1: $\beta_j \neq 0,\ j = 0, 1, 2, \cdots, 8$

Uji statistik yang digunakan dalam hal ini adalah uji t, hasilnya di sajikan pada Tabel 4.2.8 sebagai berikut:

Tabel 4.2.8: Uji keberartian Koefisien

Parameter	$\hat{\beta}_i$	$S_{\hat{\beta}_i}$	$\lvert t_{hitung}\rvert$	t_{tabel}
$\hat{\beta}_1$	0.1921	0.013	14.7769*	
$\hat{\beta}_2$	0.1784	0.027	6.6074*	
$\hat{\beta}_3$	0.3969	0.034	11.6558*	2.05553
$\hat{\beta}_4$	0.0137	0.010	1.3700	
$\hat{\beta}_5$	−0.0014	0.010	0.1400	
$\hat{\beta}_6$	−0.0138	0.009	1.5333	
$\hat{\beta}_7$	−0.0187	0.015	1.2467	
$\hat{\beta}_8$	0.3525	0.014	25.1786*	

Keterangan :*signifikan pada taraf nyata 0.05.

Titik kritis pada uji ini adalah

$$t_{tabel} = t_{(\alpha/2;n-p-1)} = t_{0.05/2;35-8-1} = t_{0.025;26} = 2.05553.$$

Pada Tabel 4.2.8 menunjukkan bahwa nilai $|t_{hitung}|$ variabel X_1, X_2, X_3, dan X_8 besar dari t_{tabel} maka tolak H_0. Dapat disimpulkan bahwa variabel X_1, X_2, X_3, dan X_8 secara individu berpengaruh secara signifikan terhadap nilai pendugaan Y.

Selanjutnya akan dibuat buat model baru yang hanya memasukkan variabel yang signifikan. Dilakukan uji signifikansi menggunakan uji t diperoleh

Tabel 4.2.9: Uji keberartian Koefisien

Parameter	$\hat{\beta}_i$	$S_{\hat{\beta}_i}$	$\lvert t_{hitung}\rvert$	t_{tabel}
$\hat{\beta}_1$	0.1934	0.012	16.1167*	2.05553
$\hat{\beta}_2$	0.1929	0.023	8.3869*	
$\hat{\beta}_3$	0.3606	0.025	14.424*	
$\hat{\beta}_8$	0.3557	0.014	25.4071*	

Titik kritis pada uji ini adalah

$$t_{tabel} = t_{(\alpha/2;n-p-1)} = t_{0.05/2;35-8-1} = t_{0.025;26} = 2.05553.$$

Dari Tabel 4.2.9 dapat dilihat bahwa semua variabel bebas memberikan pengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas. Sehingga diperoleh model regresi baru untuk variabel yang signifikan sebagai berikut

$$Y^{*}=0.0.1934Z_1+0.1929Z_2+0.3606Z_3+0.3557Z_8.$$

Selanjutnya nilai dugaan parameter dapat dikembalikan ke bentuk awal, yaitu sebelum dilakukan transformasi variabel. Proses pengembalian variabel-variabel yang telah ditransformasi ke variabel-variabel asal dengan menggunakan persamaan berikut

$$\beta_{JRj}=\frac{S_{X_j}}{S_Y}\hat{\beta}_j, j=1,2,...,8$$

$$\beta_0=\bar{Y}-\beta_1\bar{X}_1-\beta_2\bar{X}_2-\cdots-\beta_p\bar{X}_p$$

dari persamaan di atas diperoleh nilai dugaan parameter untuk setiap nilai awal sebagai berikut:

Tabel 4.2.10: Nilai Dugaan Parameter *Jackknife Ridge Regression* setelah Transformasi

Variabel	**Penduga Parameter**
Intersep	6.2561
X_1	0.4441
X_2	0.9597
X_3	1.3284
X_8	0.00094

Dari Tabel (4.2.10) diperoleh persamaan garis regresi setelah ditransformasi dengan metode *jackknife ridge regression* untuk variabel yang signifikan

$$\text{Y}=6.2561+0.4441X_1+0.9597X_2+1.3284X_3+0.00094X_8.$$

Berdasarkan model tersebut terlihat bahwa semakin tinggi angka harapan hidup (X_1) maka semakin tinggi juga indeks pembangunan manusia.

Pada model dapat dilihat bahwa setiap kenaikan satu satuan variabel angka harapan hidup akan mengakibatkan kenaikan indeks pembangunan manusia sebesar 0.4441 dengan mengasumsikan variabel lainnya konstan.

Setiap kenaikan satu satuan variabel angka harapan lama sekolah (X_2), akan mengakibatkan kenaikan indeks pembangunan manusia sebesar 0.9597 dengan mengasumsikan variabel lainnya konstan.

Setiap kenaikan satu satuan variabel rata-rata lama sekolah (X_3), akan mengakibatkan kenaikan indeks pembangunan manusia sebesar 1.3284 dengan mengasumsikan variabel lainnya konstan.

Setiap kenaikan satu satuan variabel produk domestik regional bruto (X_8), akan mengakibatkan kenaikan indeks pembangunan manusia sebesar 0.00094 dengan mengasumsikan variabel lainnya konstan.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Bentuk penduga model regresi linier berganda menggunakan metode *Jackknife Ridge Regression* adalah

$$\hat{\beta}_{JR} = (\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A}_*^{-1}\boldsymbol{K}_*)^{\boldsymbol{2}})\beta.$$

2. Model regresi linier berganda dengan metode *Jackknife Ridge Regression* yang didapatkan pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017 adalah

$$Y = 6.2561 + 0.4441X_1 + 0.9597X_2 + 1.3284X_3 + 0.00094X_8. \quad (5.1.1)$$

5.2 Saran

Skripsi ini menyajikan salah satu cara dalam mengatasi masalah multikolinieritas. Terdapat beberapa cara lain yang juga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah multikolinieritas tersebut, diantaranya dengan menggunakan *Modified Jackknife Ridge*, *Second Order Jackknife Ridge* dan sebagainya. Penggunaan metode alternatif ini bisa menjadi bahan untuk topik penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Rorres,C. and Anton,H . 2004 .*Elementary Linear Algebra, Applications Version 8th Ed (Aljabar Linier Elementer, Versi Aplikasi Edisi Kedelapan Jilid 1)Penerjemah Refina Indriasari dan Irzam Harmein.* Erlangga,Jakarta

[2] Draper,N and Smith H . 1992 . *Analisis Regresi Terapan Edisis Kedua Ahli Bahasa Bambang-Sumantri* . PT Gramedia Pustaka Utama,Jakarta.

[3] Badan Pusat Statistik . 2017 . Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Jawa Tengah 2017 . BPS Provinsi Jawa Tengah.

[4] Dougherty,C . 2007 . *Introducation to Econometricd.3rd ed* . Oxford University Press . New York.

[5] Ghozali,I . 2009 . *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program SPSS* . Semarang:UNDIP.

[6] Gitri, Fauziah dan Ismaini Z . 2015 . Pengaruh dan Pemetaan Pendidikan, Kesehatan, serta UMKM terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur menggunakan Regresi Panel dan Bioplot . *Jurnal sains dan seni* . 4,292-298.

[7] Gujarati,D . 1978 . *Ekonometrika Dasar Edisi Pertama diterjemahkan oleh Zain,S 1998* . Jakarta:Erlangga.

[8] Hany D,I Komang G S, I Putu E N K . 2014 . Kinerja **Jackknife Ridge Regression** dalam mengatasu multikolineritas . Ju-

rnal MIPA 3(4) . pp . 146-153 . Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Udayana.

[9] Hoerl,A.E and R.W. Kennard . 1970 . *"Ridge Regression: Applications to Technometrics"* . htpp://statgen.ucr.edu/download/course/STAT288/hoerl170.pdf. diakses tanggal 26 juli 2020.

[10] Idhia S,E Sunandi,U Rafflesia . 2017 . Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Bengkulu Menggunakan *Small Area Estimation* dengan Pendekatan Semiparametrik *Penalized Spline*. *Jurnal MIPA 40(2) Hal.134-140* . Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.

[11] Kutner,M.H.et al . 2005 . *Applied Linear Statistic Model fifth Edition* . Mc-Graw-hill,New York.

[12] Mansi K, Yogendra P, Chaubey dan Shalini C . 2012 . **Jackknife Ridge Regression Estimator: A Revisit** . Technical Report N0.1/2.

[13] Melliana, A dan I. Zain . 2013 . Analisis statistika faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/ Kota Provinsi Jawa Timur dengan menggunakan regresi panel.*Jurnal sains dan seni pomit.*2(2):237-242.

[14] Montgomery,D.C and E.A.Peack . 1992 . *Intoduction to Linear Regression Analysis 2nd Edition* . Jhon Wiley Sons,New York.

[15] Rusmita . 2009 . *Matriks Persamaan Linier dan Pemograman Linier* . Rekayasa Sains,Bandung.

[16] Sembiring,R.K . 1995 . *Analisis Regresi* . ITB,Bandung.

[17] Walpole, R E . 1995 . *Pengantar Statistika Edisi ketiga.* Erlangga, Jakarta.

[18] Wintardi, S . 2012 . Analisis faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (*Studi kasus Kab/KOta Tapal Kuda*) . Tesis S-2, tidak diterbitkan.

[19] Yitnosumarto,S . 1990 . *Dasar-dasar Statistika* . Rajawali,Jakarta.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Program MAPLE untuk Menyederhanakan ($\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{x}_i^* x_i^{*'}$)

```
start:with(LinearAlgebra):
A:=<<a[1,1]|a[1,2]|a[1,3]>,<a[2,1]|a[2,2]|a[2,3]>,<a[3,1]|a[3,2]|a[3,3]
>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix} \tag{1}$$

```
X:=<<x[1,1]>,<x[1,2]>,<x[1,3]>>;
```

$$X := \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \\ x_{1,3} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Transpose(X);

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \end{bmatrix} \tag{3}$$

```
F:=A-X.Transpose(X);
```

$$F := \begin{bmatrix} -x_{1,1}^2 + a_{1,1} & -x_{1,1}x_{1,2} + a_{1,2} & -x_{1,1}x_{1,3} + a_{1,3} \\ -x_{1,1}x_{1,2} + a_{2,1} & -x_{1,2}^2 + a_{2,2} & -x_{1,2}x_{1,3} + a_{2,3} \\ -x_{1,1}x_{1,3} + a_{3,1} & -x_{1,2}x_{1,3} + a_{3,2} & -x_{1,3}^2 + a_{3,3} \end{bmatrix} \tag{4}$$

```
F2:=MatrixInverse(F):
FA:=(MatrixInverse(A).X.Transpose(X).MatrixInverse(A)):
FB:=simplify((1-Transpose(X).MatrixInverse(A).X)):
FC11 := FA[1,1]/FB:
FC12:=FA[1,2]/FB:
FC13:=FA[1,3]/FB:
FC21:=FA[2,1]/FB:
FC22:=FA[2,2]/FB:
FC23:=FA[2,3]/FB:
FC31:=FA[3,1]/FB:
FC32:=FA[3,2]/FB:
FC33:=FA[3,3]/FB:
FC := <<FC11|FC12|FC13>, <FC21|FC22|FC23>, <FC31|FC32|FC33>> :
FD := simplify(MatrixInverse(A) + FC) :
F2 :
F2 - FD;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Lampiran 2 Data Awal Jumlah Gizi Buruk pada Balita di di Kabupaten dan Kota Provinsi Sumatera Utara tahun 2017

Wilayah	**Y**	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
Cilacap	68.90	73.24	12.30	6.91	15.60	97.27	66.22	800	9679
Banyumas	70.75	73.33	12.63	7.40	17.07	99.40	65.19	1254	10556
Purbalingga	67.72	72.91	11.94	6.87	17.93	93.77	71.68	1178	9159
Banjarnegara	65.86	73.79	11.41	6.27	15.58	89.98	80.95	853	8400
Kebumen	68.29	72.98	12.90	7.29	16.49	98.32	66.84	929	8276
Purworejo	71.31	74.26	13.47	7.69	13.78	97.21	64.48	691	9497
Wonosobo	66.89	71.30	11.68	6.51	16.95	94.61	72.37	796	9877
Magelang	68.39	73.39	12.47	7.41	16.35	97.41	74.49	1168	8501
Boyolali	72.64	75.72	12.15	7.44	15.99	95.77	69.96	960	12192
Klaten	74.25	76.62	12.97	8.23	13.97	99.77	66.93	1781	11227
Sukoharjo	75.56	77.49	13.80	8.71	15.85	99.64	67.29	1882	10452
Wonogiri	68.66	76.00	12.44	6.68	13.91	98.88	71.22	524	8589
Karanganyar	75.22	77.31	13.65	8.50	18.31	96.33	70.24	1129	10722
Sragen	72.40	75.55	12.64	7.04	14.61	96.74	71.12	935	11688
Grobogan	68.87	74.46	12.27	6.66	19.65	96.00	72.15	691	9487
Blora	67.52	73.99	12.13	6.45	16.39	98.08	70.21	479	8846
Rembang	68.95	74.32	12.04	6.94	17.71	97.72	70.78	620	9453
Pati	70.12	75.80	12.29	7.08	17.32	95.54	66.83	836	9548
Kudus	73.84	76.44	13.20	8.31	17.91	97.50	71.75	2003	10348
Jepara	70.79	75.68	12.70	7.33	17.87	96.05	69.85	1218	9695
Demak	70.41	75.27	12.54	7.47	18.74	95.71	67.73	1271	9377
Semarang	73.20	75.57	12.84	7.87	17.18	97.35	76.37	1085	11102
Temanggung	68.34	75.42	12.07	6.90	16.15	96.91	74.37	872	8593
Kendal	70.62	74.24	12.69	6.85	17.20	94.44	66.49	955	10631
Batang	67.35	74.50	11.87	6.61	16.49	94.54	67.70	958	8568
Pekalongan	68.40	73.46	12.16	6.73	17.63	90.38	70.98	1060	9300
Pemalang	65.04	72.98	11.88	6.31	17.00	92.40	65.57	1281	7447
Tegal	66.44	71.14	12.06	6.55	18.47	94.29	66.41	1630	8709
Brebes	64.86	68.61	11.69	6.18	19.64	94.64	67.42	1083	9148
Kota Magelang	77.84	76.66	13.79	10.31	13.43	95.00	65.32	6704	11090
Kota Surakarta	80.85	77.06	14.51	10.38	14.39	98.85	66.10	11722	13900
Kota Salatiga	81.68	76.98	14.99	10.15	14.19	98.63	70.53	3567	14811
Kota Semarang	82.01	77.21	15.20	10.50	16.36	97.65	69.87	4704	13909
Kota Pekalongan	73.77	74.19	12.78	8.56	15.62	95.87	69.28	6714	11721
Kota Tegal	73.95	74.23	12.89	8.29	15.39	95.58	66.33	7193	11849

Dimana :

Y = Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Tengah

X_1 = Angka harapan hidup di Provinsi Jawa Tengah

X_2 = Angka harapan lama sekolah di Provinsi Jawa Tengah

X_3 = Rata-rata lama sekolah di Provinsi Jawa Tengah
X_4 = Rasio murid terhadap guru di Provinsi Jawa Tengah
X_5 = Angka partisipasi sekolah di Provinsi Jawa Tengah
X_6 = Tingkat partisipasi angkatan kerja di Provinsi Jawa Tengah
X_7 = Kepadatan penduduk di Provinsi Jawa Tengah
X_8 = Produk domestik regional bruto di Provinsi Jawa Tengah

Lampiran 3 Determinan dan Nilai Eigen Matriks Korelasi

Correlations

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
X1	Pearson Correlation	1	.681**	.679**	-.442**	.450**	.038	.317	.548**
	Sig. (2-tailed)		.000	.000	.008	.007	.830	.064	.001
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X2	Pearson Correlation	.681**	1	.930**	-.420*	.530**	-.262	.584**	.778**
	Sig. (2-tailed)	.000		.000	.012	.001	.128	.000	.000
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X3	Pearson Correlation	.679**	.930**	1	-.462**	.438**	-.214	.751**	.817**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000		.005	.009	.216	.000	.000
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X4	Pearson Correlation	-.442**	-.420*	-.462**	1	-.331	.129	-.403*	-.385*
	Sig. (2-tailed)	.008	.012	.005		.052	.461	.016	.022
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X5	Pearson Correlation	.450**	.530**	.438**	-.331	1	-.249	.149	.382*
	Sig. (2-tailed)	.007	.001	.009	.052		.150	.393	.024
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X6	Pearson Correlation	.038	-.262	-.214	.129	-.249	1	-.279	-.125
	Sig. (2-tailed)	.830	.128	.216	.461	.150		.105	.475
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X7	Pearson Correlation	.317	.584**	.751**	-.403*	.149	-.279	1	.644**
	Sig. (2-tailed)	.064	.000	.000	.016	.393	.105		.000
	N	35	35	35	35	35	35	35	35
X8	Pearson Correlation	.548**	.778**	.817**	-.385*	.382*	-.125	.644**	1
	Sig. (2-tailed)	.001	.000	.000	.022	.024	.475	.000	
	N	35	35	35	35	35	35	35	35

```
R =

    1.0000    0.6790    0.6710   -0.4350    0.4510    0.0420    0.2870    0.5350
    0.6790    1.0000    0.9290   -0.4210    0.5270   -0.2640    0.5610    0.7720
    0.6710    0.9290    1.0000   -0.4680    0.4310   -0.2250    0.7370    0.8190
    0.4350   -0.4210   -0.4680    1.0000   -0.3230    0.1430   -0.4150   -0.3960
    0.4510    0.5270    0.4310   -0.3230    1.0000   -0.2390    0.1240    0.3680
    0.0420   -0.2640   -0.2250    0.1430   -0.2390    1.0000   -0.3090   -0.1460
    0.2870    0.5610    0.7370   -0.4150    0.1240   -0.3090    1.0000    0.6530
    0.5350    0.7720    0.8190   -0.3960    0.3680   -0.1460    0.6530    1.0000

>> a=det(R)

a =

    0.0032

>> E=eig(R)

E =

    4.2425
    1.0781
    0.9506
    0.7319
    0.0351
    0.4431
    0.2124
    0.3062
```

Lampiran 4 Pendugaan Koefisien Regresi dengan MKT pada data awal dengan SPSS 25

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	6.726	2.772		2.426	.022		
	X1	.460	.030	.199	15.540	.000	.396	2.523
	X2	.831	.136	.166	6.100	.000	.088	11.381
	X3	1.417	.126	.384	11.287	.000	.056	17.788
	X4	.042	.027	.015	1.578	.126	.695	1.439
	X5	.000	.020	.000	-.005	.996	.615	1.626
	X6	-.022	.012	-.018	-1.866	.073	.728	1.373
	X7	-1.653E-5	.000	-.010	-.591	.559	.250	4.001
	X8	.001	.000	.367	25.236	.000	.309	3.235

a. Dependent Variable: Y

Lampiran 5 ANOVA untuk data awal

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	681.378	8	85.172	1954.441	.000[b]
	Residual	1.133	26	.044		
	Total	682.511	34			

a. Dependent Variable: Y

b. Predictors: (Constant), X8, X6, X4, X5, X1, X7, X2, X3

Lampiran 6 Nilai Koefisien Determinasi

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.999[a]	.998	.998	.21213

a. Predictors: (Constant), X8, X6, X4, X5, X1, X7, X2, X3

Lampiran 7 Hasil Proses Pemusatan dan Penskalaan

Y_i^*	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
-0.0877	-0.1223	-0.0791	-0.0948	-0.0933	0.0761	-0.1565	-0.0869	-0.0505
-0.0169	-0.1144	-0.0163	-0.0257	0.0610	0.2327	-0.2063	-0.0552	0.0377
-0.1329	-0.1513	-0.1477	-0.1004	0.1512	-0.1812	0.1074	-0.0605	-0.1028
-0.2041	-0.0740	-0.2486	-0.1850	-0.0954	-0.4599	0.5555	-0.0832	-0.1792
-0.1110	-0.1452	0.0351	-0.0412	0.0001	0.1533	-0.1265	-0.0779	-0.1916
0.0045	-0.0326	0.1437	0.0152	-0.2843	0.0717	-0.2406	-0.0945	-0.0688
-0.1646	-0.2928	-0.1972	-0.1512	0.0484	-0.1195	0.1408	-0.0872	-0.0306
-0.1072	-0.1091	-0.0467	-0.0243	-0.0146	0.0864	0.2432	-0.0612	-0.1690
0.0555	0.0957	-0.1077	-0.0201	-0.0524	-0.0342	0.0243	-0.0757	0.2022
0.1171	0.1748	0.0485	0.0913	-0.2643	0.2599	-0.1222	-0.0183	0.1052
0.1672	0.2513	0.2065	0.1590	-0.0671	0.2503	-0.1048	-0.0113	0.0272
-0.0969	0.1203	-0.0525	-0.1272	-0.2706	0.1945	0.0852	-0.1062	-0.1602
0.1542	0.2354	0.1780	0.1294	0.1911	0.0070	0.0378	-0.0639	0.0544
0.0463	0.0807	-0.0144	-0.0765	-0.1972	0.0371	0.0803	-0.0775	0.1515
-0.0888	-0.0151	-0.0848	-0.1300	0.3317	-0.0173	0.1301	-0.0945	-0.0698
-0.1405	-0.0564	-0.1115	-0.1597	-0.0104	0.1356	0.0364	-0.1093	-0.1343
-0.0858	-0.0274	-0.1286	-0.0906	0.1281	0.1092	0.0639	-0.0995	-0.0733
-0.0410	0.1027	-0.0810	-0.0708	0.0872	-0.0511	-0.1270	-0.0844	-0.0637
0.1014	0.1590	0.0923	0.1026	0.1491	0.0930	0.1108	-0.0028	0.0168
-0.0154	0.0922	-0.0029	-0.0356	0.1449	-0.0136	0.0190	-0.0577	-0.0489
-0.0299	0.0561	-0.0334	-0.0158	0.2362	-0.0386	-0.0835	-0.0540	-0.0809
0.0769	0.0825	0.0237	0.0406	0.0725	0.0820	0.3341	-0.0670	0.0926
-0.1091	0.0693	-0.1229	-0.0962	-0.0356	0.0496	0.2374	-0.0819	-0.1598
-0.0219	-0.0344	-0.0048	-0.1033	0.0746	-0.1320	-0.1434	-0.0761	0.0452
-0.1470	-0.0116	-0.1610	-0.1371	0.0001	-0.1246	-0.0850	-0.0759	-0.1623
-0.1068	-0.1030	-0.1058	-0.1202	0.1197	-0.4305	0.0736	-0.0687	-0.0886
-0.2355	-0.1452	-0.1591	-0.1794	0.0536	-0.2820	-0.1879	-0.0533	-0.2750
-0.1819	-0.3069	-0.1248	-0.1456	0.2079	-0.1430	-0.1473	-0.0289	-0.1481
-0.2423	-0.5292	-0.1953	-0.1977	0.3306	-0.1173	-0.0985	-0.0671	-0.1039
0.2545	0.1783	0.2046	0.3846	-0.3210	-0.0908	-0.2000	0.3256	0.0914
0.3697	0.2135	0.3418	0.3945	-0.2203	0.1922	-0.1623	0.6762	0.3740
0.4015	0.2064	0.4332	0.3621	-0.2413	0.1761	0.0518	0.1064	0.4657
0.4141	0.2266	0.4732	0.4114	-0.0136	0.1040	0.0199	0.1859	0.3749
0.0987	-0.0388	0.0123	0.1379	-0.0912	-0.0268	-0.0086	0.3263	0.1549
0.1056	-0.0353	0.0332	0.0998	-0.1153	-0.0482	-0.1512	0.3598	0.1677

Lampiran 8 Program MATLAB untuk estimasi parameter model regresi linear berganda dengan metode *Generalized Ridge Regression* dan *Jackknife Ridge Regression*

```
clc
X=[
 -0.12229816, -0.079114659, -0.09479725, -9.329947e-02,  0.076082961, -0.156494645, -0.086891862, -0.05052803;
 -0.11438770, -0.016269108, -0.02570363,  6.095046e-02,  0.232681105, -0.206279607, -0.055170323,  0.03768480;
 -0.15130316, -0.147673442, -0.10043754,  1.511919e-01, -0.181237932,  0.107413991, -0.060480537, -0.10283211;
 -0.07395648, -0.248607206, -0.18504197, -9.539811e-02, -0.459879699,  0.555478653, -0.083188687, -0.17917594;
 -0.14515058,  0.035149979, -0.04121444,  8.994165e-05,  0.153279229, -0.126526997, -0.077878473, -0.19164845;
 -0.03264632,  0.143701386,  0.01518851, -2.842756e-01,  0.071671746, -0.240597397, -0.094507826, -0.06883446;
 -0.29281242, -0.197188119, -0.15120020,  4.835863e-02, -0.119480918,  0.140765082, -0.087171347, -0.03061225;
 -0.10911406, -0.046739678, -0.02429356, -1.460053e-02,  0.086375797,  0.243235102, -0.061179249, -0.16901688;
  0.09567884, -0.107680819, -0.02006334, -5.237602e-02, -0.034197422,  0.024277937, -0.075712465,  0.20224146;
  0.17478340,  0.048480854,  0.09133249, -2.643385e-01,  0.259883599, -0.122176855, -0.018348185,  0.10517717;
  0.25125114,  0.206546937,  0.15901603, -6.706649e-02,  0.250325966, -0.104776286, -0.011291191,  0.02722398;
  0.12028915, -0.052452910, -0.12722894, -2.706344e-01,  0.194450572,  0.085179930, -0.106176321, -0.16016542;
  0.23543023,  0.177980777,  0.12940449,  1.910660e-01,  0.006973921,  0.037811713, -0.063904227,  0.05438187;
  0.08073687, -0.014364697, -0.07646629, -1.971821e-01,  0.037117226,  0.080346439, -0.077459246,  0.15154674;
 -0.01506753, -0.084827891, -0.13004909,  3.316748e-01, -0.017287763,  0.130131401, -0.094507826, -0.06984031;
 -0.05637769, -0.111489640, -0.15966064, -1.040325e-02,  0.135634368,  0.036361666, -0.109320527, -0.13431513;
 -0.02737269, -0.128629336, -0.09056702,  1.281069e-01,  0.109167076,  0.063912568, -0.099468683, -0.07326019;
  0.10271036, -0.081019070, -0.07082599,  8.718344e-02, -0.051107080, -0.127010347, -0.084376497, -0.06370464;
  0.15896249,  0.092282299,  0.10261308,  1.490933e-01,  0.092992620,  0.110797435, -0.002836772,  0.01676317;
  0.09216309, -0.002938234, -0.03557415,  1.448960e-01, -0.013611750,  0.018961097, -0.057685688, -0.04891868;
  0.05612657, -0.033408804, -0.01583311,  2.361868e-01, -0.038608637, -0.083508923, -0.053982512, -0.08090463;
  0.08249475,  0.023723515,  0.04056984,  7.249297e-02,  0.081964582,  0.334104742, -0.066978561,  0.09260407;
  0.06931066, -0.122916104, -0.09620732, -3.558691e-02,  0.049615669,  0.237434912, -0.081861133, -0.15976308;
 -0.03440420, -0.004842644, -0.10325769,  7.459161e-02, -0.131979361, -0.143444218, -0.076061821,  0.04522865;
 -0.01155178, -0.161004317, -0.13709946,  8.994165e-05, -0.124627336, -0.084958971, -0.075852207, -0.16227770;
 -0.10296149, -0.105776408, -0.12017857,  1.197123e-01, -0.430471597,  0.073579551, -0.068725342, -0.08864966;
 -0.14515058, -0.159099906, -0.17940167,  5.360522e-02, -0.281960682, -0.187912339, -0.053283800, -0.27503321;
 -0.30687545, -0.124820515, -0.14555990,  2.078552e-01, -0.143007399, -0.147311011, -0.028898741, -0.14809525;
 -0.52924715, -0.195283708, -0.19773263,  3.306255e-01, -0.117275310, -0.098492747, -0.067118304, -0.10393854;
  0.17829916,  0.204642526,  0.38462784, -3.210017e-01, -0.090808018, -0.199996068,  0.325627881,  0.09139706;
  0.21345674,  0.341760093,  0.39449836, -2.202671e-01,  0.192244965, -0.162294834,  0.676241714,  0.37404022;
  0.20642522,  0.433171803,  0.36206666, -2.412535e-01,  0.176070508,  0.051828839, 0.106441832 , 0.46567293;
  0.22664083,  0.473164427,  0.41141924, -1.355121e-02,  0.104020658,  0.019927795,  0.185885421,  0.37494548;
 -0.03879890,  0.012297052,  0.13786493, -9.120083e-02, -0.026845396, -0.008589805,  0.326326593,  0.15486604;
 -0.03528314,  0.033245569,  0.09979294, -1.153352e-01, -0.048166270, -0.151177804,  0.359794912,  0.16774089;
];
C=X'*X;
[D E]=eig(C);
lambda=D'*C*D;
Z=X*D;
lambda=Z'*Z;
 Y=[-0.087699535;
 -0.016885906;
 -0.132867147;
 -0.204063553;
 -0.111048894;
  0.004549571;
 -0.164637586;
 -0.107221130;
  0.055458828;
  0.117085824;
  0.167229529;
 -0.096886168;
  0.154215133;
  0.046272195;
 -0.088847864;
```

```
   -0.140522675;
   -0.085785653;
   -0.041000818;
    0.101391993;
   -0.015354801;
   -0.029900303;
    0.076894305;
   -0.109135012;
   -0.021861999;
   -0.147029873;
   -0.106838354;
   -0.235451215;
   -0.181862523;
   -0.242341190;
    0.254502542;
    0.369718231;
    0.401488670;
    0.414120290;
    0.098712558;
    0.105602533;
  ];
  gamaOLS=inv(lambda)*Z'*Y
  BetaOLS=D*gamaOLS
  JKS=Y'*Y-gamaOLS'*(Z'*Y);
  MSE=JKS/27
  K=[MSE/gamaOLS(1)^2,0,0,0,0,0,0,0;0,MSE/gamaOLS(2)^2,0,0,0,0,0,0;
      0,0,MSE/gamaOLS(3)^2,0,0,0,0,0;0,0,0,MSE/gamaOLS(4)^2,0,0,0,0;
      0,0,0,0,MSE/gamaOLS(5)^2,0,0,0;0,0,0,0,0,MSE/gamaOLS(6)^2,0,0;
      0,0,0,0,0,0,MSE/gamaOLS(7)^2,0;0,0,0,0,0,0,0,MSE/gamaOLS(8)^2]
 I=[1,0,0,0,0,0,0,0;0,1,0,0,0,0,0,0;0,0,1,0,0,0,0,0;0,0,0,1,0,0,0,0;
     0,0,0,0,1,0,0,0;0,0,0,0,0,1,0,0;0,0,0,0,0,0,1,0;0,0,0,0,0,0,0,1];
 G=D*K*D';
 F=X'*X+G;
 A=Z'*Z+K;
 i=0
 gamaGR=inv(lambda+K)*Z'*Y
 BetaGR=D*gamaGR
 JKSGR=Y'*Y-gamaOLS'*(Z'*Y);
 MSEGR=JKSGR/27
 gamaGRa=gamaOLS;
 gamaGRb=gamaGR;
 err=abs((gamaGRb'*gamaGRb)-(gamaGRa'*gamaGRa))
 while(err>=0.001)
 i=i+1
 gamaGRa=gamaGRb;
 K=[MSEGR/gamaGRb(1)^2,0,0,0,0,0,0,0;0, MSEGR/gamaGRb(2)^2,0,0,0,0,0,0;
     0,0,MSEGR/gamaGRb(3)^2,0,0,0,0,0;0,0,0, MSEGR/gamaGRb(4)^2,0,0,0,0;
     0,0,0,0,MSEGR/gamaGRb(5)^2,0,0,0;0,0,0,0,0,MSEGR/gamaGRb(6)^2,0,0;
     0,0,0,0,0,0,MSEGR/gamaGRb(7)^2,0;0,0,0,0,0,0,0,MSEGR/gamaGRb(8)^2]
 gamaGRb=inv(lambda+K)*Z'*Y
 BetaGRb=D*gamaGRb
 JKSGR=Y'*Y-gamaGRb'*(Z'*Y);
 MSEGR=JKSGR/27
 err=abs((gamaGRb'*gamaGRb)-(gamaGRa'*gamaGRa))
 end
 gamaGR=gamaGRb;
 BetaGR=D*gamaGR
I=[1,0,0,0,0,0,0,0;0,1,0,0,0,0,0,0;0,0,1,0,0,0,0,0;0,0,0,1,0,0,0,0;
    0,0,0,0,1,0,0,0;0,0,0,0,0,1,0,0;0,0,0,0,0,0,1,0;0,0,0,0,0,0,0,1];
G=D*K*D';
F=X'*X+G;
A=Z'*Z+K;
gamaJR=(I-(inv(A)*K)^2)*gamaOLS
BetaJR1=D*gamaJR
BetaJR2=(I-(inv(F)*G)^2)*BetaOLS
JKSJR=Y'*Y-gamaJR'*(Z'*Y)
JKTJR=Y'*Y-35*mean(Y)^2
JKRJR=gamaJR'*(Z'*Y)-35*mean(Y)^2
FhitsJR=(JKRJR/8)/(JKSJR/27)
MSEGR=JKSGR/27
MSEJR=JKSJR/27
koefdetJR=JKRJR/JKTJR
VIFJR=inv(C+K)*C*inv(C+K)
```

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Winda Br Malau, lahir di Payakumbuh pada tanggal 09 Juni 1998 dan merupakan anak keempat dari enam bersaudara dari pasangan Ayahanda Saruel Gurning dan Ibunda Rista Sinurat. Penulis menamatkan pendidikan di TKs Pius Payakumbuh pada tahun 2004, SDs Pius Payakumbuh pada tahun 2010, SMPs Fidelis Payakumbuh pada tahun 2013, dan SMA Negeri 1 Payakumbuh pada tahun 2016. Pada tahun yang sama, penulis diterima sebagai mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA (Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam) Universitas Andalas melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Selama menjadi mahasiswa di jurusan Matematika FMIPA Unand, penulis aktif dalam organisasi HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Matematika) FMIPA Unand pada tahun 2017-2020.

Penulis melaksanakan KKN (Kuliah Kerja Nyata) di nagari Sungai Duo, Sitiung, Dharmasraya pada tahun 2019. Kegiatan ini merupakan salah satu mata kuliah wajib dalam bentuk pengabdian masyarakat yang penulis ikuti dalam proses studi.

Puji syukur atas usaha dan doa serta seizin Tuhan Yesus Kristus, penulis dapat menyelesaikan studi di Universitas Andalas selama empat tahun tujuh bulan untuk meraih gelar Sarjana Sains (S.Si) pada tanggal 15 Februari 2021.