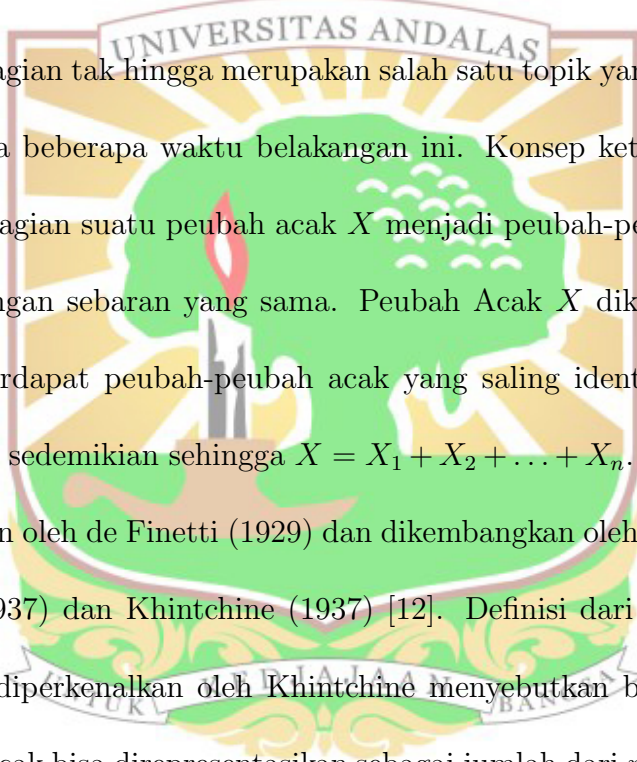


BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah



Keterbagian tak hingga merupakan salah satu topik yang menarik di bidang ilmu statistika beberapa waktu belakangan ini. Konsep keterbagian tak hingga adalah keterbagian suatu peubah acak X menjadi peubah-peubah acak yang saling bebas dengan sebaran yang sama. Peubah Acak X dikatakan terbagi menjadi n jika terdapat peubah-peubah acak yang saling identik dan saling bebas X_1, X_2, \dots, X_n sedemikian sehingga $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Konsep ini pertama kali dikenalkan oleh de Finetti (1929) dan dikembangkan oleh Kolmogorov (1932), Levy (1934,1937) dan Khintchine (1937) [12]. Definisi dari sebaran terbagi tak hingga yang diperkenalkan oleh Khintchine menyebutkan bahwa suatu sebaran dari peubah acak bisa direpresentasikan sebagai jumlah dari n sebaran yang saling bebas dan identik dari peubah acak tersebut disebut sebaran terbagi tak hingga [9].

Menurut Chung [4] suatu fungsi sebaran F dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n terdapat fungsi sebaran sedemikian sehingga F adalah konvolusi n kali dari F_n dengan dirinya sendiri, yaitu $F = (F_n * F_n * \dots * F_n)$ (sebanyak n kali). Keterbagian tak hingga tidak hanya dapat

dilihat berdasarkan peubah acaknya atau fungsi sebarannya, tetapi dapat juga dilihat berdasarkan fungsi karakteristiknya. Keterbagian tak hingga berdasarkan peubah acak atau fungsi sebaran seperti ini tidaklah mudah dilakukan secara analitis, sehingga diperlukan alternatif lain yang lebih efisien dalam menentukan keterbagian tak hingga. Cara yang sering digunakan adalah dengan menggunakan fungsi karakteristik dari suatu sebaran. Fungsi karakteristik dari suatu peubah acak X dilambangkan dengan $\varphi_X(t)$ yang didefinisikan sebagai

$$\varphi_X(t) = E(e^{itX}) \quad (1.1)$$

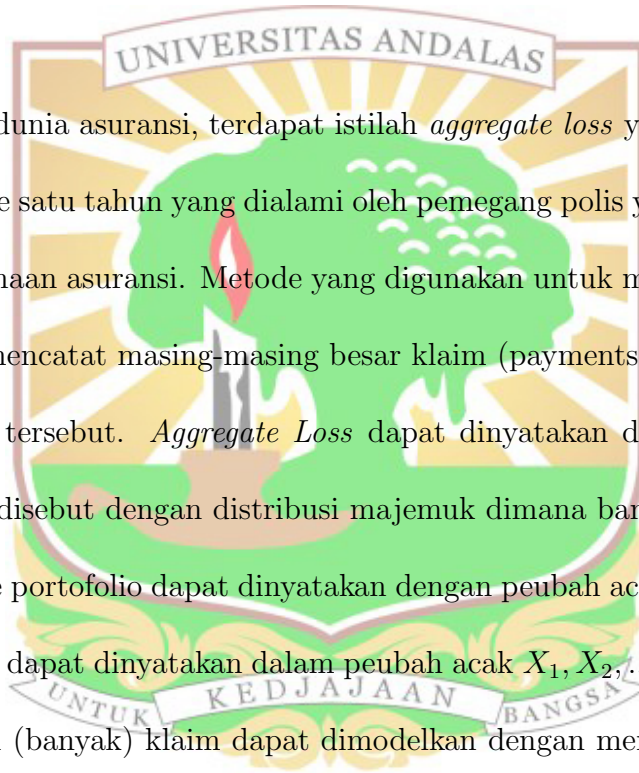
dimana $e^{itX} = \cos(tX) + i \sin(tX)$ dan i adalah unit imajiner. Dalam jurnal Artikis [1] disebutkan bahwa suatu fungsi sebaran F dengan fungsi karakteristik $\varphi(t)$ adalah terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat n terdapat fungsi karakteristik $\varphi_n(t)$ sedemikian sehingga $\varphi(t) = [\varphi_n(t)]^n$.

Sebaran Binomial Negatif adalah distribusi hasil dari percobaan Bernoulli yang diulang sampai mendapatkan sukses ke- k . Penjumlahan dari beberapa sebaran Binomial Negatif menghasilkan sebaran Binomial Negatif. Hal tersebut telah dibahas oleh Furman [5]. Salah satu sebaran yang merupakan sebaran terbagi tak hingga adalah sebaran Binomial Negatif, keterbagian tak hingga dari sebaran ini dapat diperoleh dengan menggunakan fungsi karakteristik dari sebaran Binomial Negatif [10].

Sebaran majemuk atau sering disebut *Compound Distribution* merupakan distribusi peubah acak yang terbentuk dari hasil penjumlahan peubah-peubah acak, dimana banyaknya peubah-peubah acak tersebut juga merupakan peubah

acak. Misalkan S merupakan penjumlahan peubah-peubah acak yang dinyatakan dengan $S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ dimana N adalah peubah acak diskret dan (X_1, X_2, \dots) peubah acak yang saling bebas serta X memiliki distribusi yang sama. Ketika N menyebar menurut distribusi Poisson maka sebaran tersebut disebut sebaran Poisson Majemuk, dan ketika N menyebar menurut distribusi Binomial Negatif maka sebaran tersebut disebut sebaran Binomial Negatif Majemuk.

Dalam dunia asuransi, terdapat istilah *aggregate loss* yang merupakan total dalam periode satu tahun yang dialami oleh pemegang polis yang ditanggung oleh suatu perusahaan asuransi. Metode yang digunakan untuk memperoleh *aggregate loss* adalah mencatat masing-masing besar klaim (payments) dan menjumlahkan semua klaim tersebut. *Aggregate Loss* dapat dinyatakan dengan suatu peubah acak S yang disebut dengan distribusi majemuk dimana banyaknya klaim dalam suatu periode portofolio dapat dinyatakan dengan peubah acak N . Besar masing-masing klaim dapat dinyatakan dalam peubah acak X_1, X_2, \dots . Dalam banyak kasus, frekuensi (banyak) klaim dapat dimodelkan dengan menggunakan distribusi Poisson atau Binomial Negatif, dengan demikian masalah *aggregate loss* ini dapat diselesaikan dengan menggunakan sebaran Poisson Majemuk atau sebaran Binomial Negatif Majemuk. Pengamatan suatu data biasanya menampilkan keadaan yang mengalami overdispersi yaitu keadaan yang timbul ketika nilai variansi data melebihi nilai harapannya, dalam hal ini nilai varian dari jumlah klaim melebihi nilai harapannya. Kondisi masalah *aggregate loss* seperti ini tidaklah cocok menggunakan dengan sebaran Poisson Majemuk, tetapi lebih cocok menggunakan se-



baran Binomial Negatif Majemuk.

Dalam jurnal Artikis [1] disebutkan sebaran terbagi tak hingga adalah sebaran-sebaran yang merupakan turunan (*generalized*) dari sebaran Poisson ataupun sebaran Poisson Majemuk. Apabila terjadi suatu overdispersi pada Sebaran Poisson maka sebaran Binomial Negatif Majemuk adalah alternatif pilihan yang tepat untuk digunakan. Hal tersebut, memperlihatkan bahwasanya Sebaran Binomial Negatif Majemuk mempunyai peranan penting untuk dikaji secara teoritis, sehingga dalam Tesis ini akan dikaji lebih lanjut tentang keterbagian tak hingga sebaran Binomial Negatif Majemuk dengan menggunakan sifat-sifat fungsi karakteristiknya.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada tesis ini adalah

1. Bagaimanakah sifat-sifat dari sebaran Binomial Negatif Majemuk?
2. Bagaimanakah bentuk fungsi karakteristik dari sebaran Binomial Negatif Majemuk?
3. Bagaimana menentukan bentuk keterbagian tak hingga sebaran Binomial Negatif Majemuk?
4. Bagaimanakah sifat-sifat dan bentuk keterbagian tak hingga dari contoh sebaran Binomial Negatif Majemuk?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tesis ini adalah

1. Menentukan sifat-sifat dari sebaran Binomial Negatif Majemuk
2. Menentukan fungsi karakteristik dari sebaran Binomial Negatif Majemuk
3. Menentukan bentuk keterbagian tak hingga sebaran Binomial Negatif Majemuk
4. Memberikan contoh sebaran Binomial Negatif Majemuk serta menentukan sifat-sifat dan bentuk keterbagian tak hingganya

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis serta pembaca pada umumnya dan diharapkan dapat memberikan sumbangan kepada para pembaca agar lebih memahami distribusi Binomial Negatif Majemuk beserta karakteristiknya atau menjadikan referensi untuk menentukan karakteristik dari distribusi lainnya.

