PENUTUP

0.1 Kesimpulan

Ada tiga kategori penyelesaian masalah nilai batas untuk persamaan diferensial fraksional linear 2α berikut:

$$D^{2\alpha}x(t) + a_0 D^{\alpha}x(t) + b_0 x(t) = 0, \quad t \in [t_0, t_1], \qquad m-1 < \alpha < m$$

dengan syarat batas

$$x(t_0) = x_0 \quad x(t_1) = x_1,$$

yang dalam hal ini D^{α} adalah turunan Caputo.

1. Jika $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dengan $\lambda_1,\lambda_2 \in \mathbb{R}$, maka solusinya adalah

   $$x(t) = C_1 E_\alpha(\lambda_1 t^\alpha) + C_2 E_\alpha(\lambda_2 t^\alpha)$$

   dimana C_1 dan C_2 memenuhi sistem persamaan linear

   $$\begin{pmatrix} E_\alpha(\lambda_1 t_0^\alpha & E_\alpha(\lambda_2 t_0^\alpha) \\ E_\alpha(\lambda_1 t_1^\alpha) & E_\alpha(\lambda_2 t_1^\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

2. Jika $\lambda_1 = \lambda_2$ dengan λ_1, $\lambda_2 \in \mathbb{R}$, maka solusinya adalah

   $$x(t) = C_1 E_\alpha(\lambda_1 t^\alpha) + C_2 t^\alpha E_\alpha^{(1)}(\lambda_2 t^\alpha)$$

   dimana C_1 dan C_2 memenuhi sistem persamaan linear

   $$\begin{pmatrix} E_\alpha(\lambda_1 t_0^\alpha & t_0^\alpha E_\alpha^{(1)}(\lambda_1 t_0^\alpha) \\ E_\alpha(\lambda_2 t_1^\alpha & t_1^\alpha E_\alpha^{(1)}(\lambda_2 t_1^\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

3. Jika $\lambda_1 = p + iq$ dan $\lambda_2 = p - iq$ dengan $p, q \in \mathbb{R}$ dan $i = \sqrt{-1}$, maka solusinya adalah

$$x(t) = C_1 E_\alpha((p+iq)t^\alpha) + C_2 E_\alpha((p-iq)t^\alpha)$$

dimana C_1 dan C_2 memenuhi sistem persamaan linear

$$\begin{pmatrix} E_\alpha((p+iq)t_0^\alpha) & E_\alpha((p-iq)t_0^\alpha) \\ E_\alpha((p+iq)t_1^\alpha) & E_\alpha((p-iq)t_1^\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

0.2 Saran

Dalam tugas akhir ini penulis hanya menyelesaikan solusi dari persamaan diferensial fraksional linear orde 2α dengan turunan tipe Caputo dengan syarat batas $x(t_0) = x_0,\ \ x(t_1) = x_1 \ \ t \in [t_0, t_1]$. Penulis menyarankan untuk peneliti selanjutnya membahas solusi persamaan diferensial fraksional orde 2α dengan menggunakan syarat awal dan syarat batas $D^\alpha x(t_0) + x(t_0) = x_0,\ \ D^\alpha x(t_1) + x(t_1) = x_1 \ \ t \in [t_0, t_1],\ \ \alpha \in \mathbb{R},\ m - 1 \leq \alpha \leq m \in \mathbb{N}$.