

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial fraksional adalah suatu persamaan yang memuat satu atau beberapa fungsi tak diketahui beserta turunan-turunan fraksional terhadap satu atau beberapa variabel bebas. Persamaan diferensial fraksional pertama kali diperkenalkan oleh L'Hôpital pada tahun 1695 [8].

Dalam literatur [8] disebutkan bahwa bentuk umum persamaan diferensial fraksional linear orde $n\alpha$ dengan $\alpha \in (m - 1, m)$, $m, n \in \mathbb{N}$, diberikan oleh persamaan berikut:

$$D^{n\alpha}x(t) + a_1D^{(n-1)\alpha}x(t) + a_2D^{(n-2)\alpha}x(t) + \dots + a_nx(t) = f(t) \quad (1.1.1)$$

yang dalam hal ini $D^{n\alpha}$ menyatakan turunan fraksional orde $n\alpha$ dan a_j , $j = 1, 2, 3, \dots, n$ adalah konstanta. Jika $f(t) = 0$, persamaan (1.1.1) disebut homogen.

Beberapa peneliti sebelumnya telah menggunakan operator turunan Caputo dalam penelitiannya, salah satunya oleh 'Aisy dalam literatur [1], yaitu solusi sistem persamaan diferensial fraksional linear orde fraksional dengan turunan tipe Caputo dan oleh Sari dalam literatur [6], yaitu penggunaan metode Mittag-Leffler untuk menyelesaikan persamaan diferensial frak-

sional linear dengan koefisien konstan, dimana juga menggunakan operator turunan tipe Caputo. Dalam tugas akhir akan digunakan turunan tipe Caputo dalam menyelesaikan persamaan diferensial fraksional orde 2α berikut.

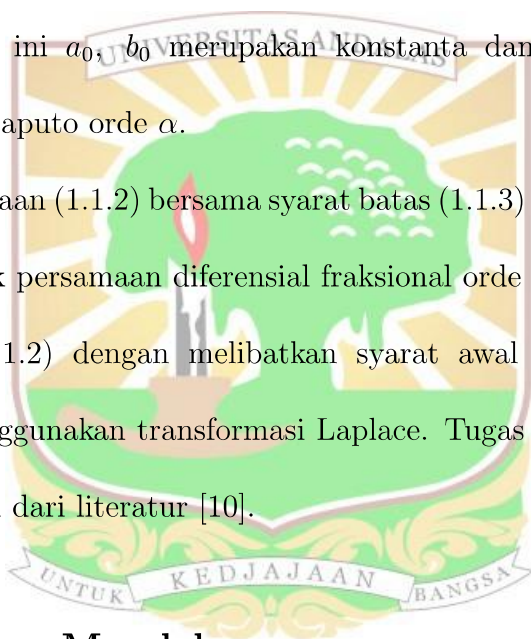
$$D^{2\alpha}x(t) + a_0D^\alpha x(t) + b_0x(t) = 0, \quad t \in [t_0, t_1], \quad t_0 > 0, \quad (1.1.2)$$

dengan syarat batas

$$x(t_0) = x_0, \quad x(t_1) = x_1 \quad (1.1.3)$$

yang dalam hal ini a_0, b_0 merupakan konstanta dan D^α adalah turunan fraksional tipe Caputo orde α .

Persamaan (1.1.2) bersama syarat batas (1.1.3) disebut sebagai masalah nilai batas untuk persamaan diferensial fraksional orde 2α . Penyelesaian persamaan tipe (1.1.2) dengan melibatkan syarat awal diperkenalkan dalam literatur [8] menggunakan transformasi Laplace. Tugas akhir ini merujuk beberapa informasi dari literatur [10].



1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana formulasi eksplisit solusi persamaan (1.1.2) dengan syarat batas (1.1.3).

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam tugas akhir ini difokuskan pada penyelesaian persamaan (1.1.2) secara eksplisit, dengan menggunakan turunan fraksional

Caputo berorde 2α , untuk $m - 1 < \alpha < m$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{N}$ dengan syarat batas (1.1.3) dimana $t \in [t_0, t_1]$, $t_0 > 0$.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mengetahui solusi secara eksplisit dari persamaan (1.1.2) dengan syarat batas (1.1.3) yang melibatkan turunan fraksional Caputo berorde 2α .

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. BAB II Landasan teori yang berisi materi-materi dasar sebagai penunjang berupa definisi, teorema, dan lemma yang akan digunakan pada pembahasan. BAB III Pembahasan. BAB IV Penutup.

