

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang dalam ilmu matematika yang sering digunakan untuk membantu menyelesaikan suatu permasalahan dalam kehidupan nyata. Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat direpresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola graf tertentu. Pola-pola yang terbentuk dan didefinisikan dan dikelompokkan menjadi kelas-kelas graf.

Salah satu kajian dalam teori graf adalah pelabelan. Pelabelan merupakan suatu pemetaan satu-satu yang memetakan setiap himpunan titik dan setiap himpunan sisi ke bilangan asli yang disebut label. Dalam [3], pelabelan yang dibahas adalah pelabelan titik (*vertex labeling*) yang merupakan pelabelan dengan domain himpunan titik, pelabelan sisi (*edge labeling*) yang merupakan pelabelan dengan domain himpunan sisi, dan pelabelan total (*total labeling*) yakni pelabelan dengan domain himpunan titik dan himpunan sisi.

Pada pelabelan terdapat istilah bobot titik (*vertex weight*) yakni jumlah label titik dan label semua sisi yang terkait dengan titik tersebut. Untuk

suatu sisi  $uv$  yang ada di graf tersebut, jumlah label sisi dan label dua titik yang menempel pada sisi disebut bobot sisi (*edge weight*) yang dinotasikan dengan  $w(uv)$ .

Dalam [4] dinyatakan bahwa konsep pelabelan ajaib telah diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa yaitu dengan mendefinisikan suatu pelabelan total sisi ajaib dari graf  $G$  sebagai fungsi bijektif  $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p+q\}$  dimana  $p$  merupakan banyak titik dan  $q$  merupakan banyak sisi, sedemikian sehingga untuk setiap sisi  $uv \in E(G)$ , bobot sisi  $w(uv) = f(u) + f(uv) + f(v) = k$ , dimana  $k$  adalah suatu bilangan bulat positif. Nilai  $k$  tersebut didefinisikan sebagai konstanta ajaib pada pelabelan total sisi ajaib super tersebut.

Suatu pelabelan total sisi ajaib  $f$  dikatakan sebagai suatu pelabelan total sisi ajaib super dari graf  $G$  apabila jika  $f : V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, p\}$  dan  $f : E(G) \rightarrow \{p+1, p+2, p+3, \dots, p+q\}$ . Pada penelitian sebelumnya telah dibahas tentang pelabelan total sisi ajaib super pada graf Prisma Bercabang  $(C_5 \times P_2) \odot \bar{K}_2$ , graf Prisma Berekor, serta graf Trinet, yang dapat dilihat pada [1],[6] dan [8].

Misalkan terdapat suatu graf terhubung  $G$ . Misalkan terdapat suatu titik  $v$  di  $G$ . Derajat dari titik  $v$  di  $G$  didefinisikan sebagai banyaknya titik yang bertetangga dengan titik  $v$  di  $G$ . Misalkan  $r$  merupakan derajat yang sama pada setiap titik di  $G$ . Jika setiap titik di  $G$  mempunyai derajat yang sama, maka  $G$  dikatakan sebagai graf terhubung  $r$ -reguler.

*Fullerene* adalah suatu molekul polihedral yang terbentuk dari atom karbon yang dapat direpresentasikan menjadi sebuah graf dengan atom sebagai titik dan ikatan antar atom sebagai sisi. Graf *fullerene* adalah suatu graf planar 3-reguler terhubung yang memuat bentuk pentagon dan heksagon. Graf planar 3-reguler terhubung adalah graf terhubung yang setiap titiknya berderajat 3 dan setiap sisinya tidak saling berpotongan. Graf *fullerene* dengan banyak titik  $n = 20$  dinamakan *graf Dodecahedral*. Graf *fullerene* dengan banyak titik  $n = 60$  dinamakan *graf Buckminsterfullerene*[2]. Pada penelitian ini akan dikaji kembali jurnal [7] tentang pelabelan total sisi ajaib super pada graf terhubung 3-reguler. Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa graf *Buckminsterfullerene*  $B_{60}$ , yang merupakan salah satu contoh graf terhubung 3-reguler, tidak memuat pelabelan total sisi ajaib super.

## 1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan suatu pelabelan total sisi ajaib super pada graf terhubung 3-reguler, kemudian ditunjukkan bahwa graf *Buckminsterfullerene*  $B_{60}$  tidak memuat pelabelan total sisi ajaib super.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan di atas, maka tujuan dari penelitian pada tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan suatu pelabelan total sisi ajaib super pada graf terhubung 3-reguler, kemudian ditunjukkan bahwa graf *Buckminsterfullerene*  $B_{60}$  tidak memuat pelabelan total sisi ajaib super.

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisi materi dasar dan materi penunjang yang akan digunakan dalam penyelesaian permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini. Bab III Pembahasan, yang berisikan tentang pelabelan total sisi ajaib super pada graf terhubung 3-reguler. Bab IV Kesimpulan, yang berisikan kesimpulan dari tugas akhir

