BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring dengan berkembangnya ilmu pengetahuan, banyak fenomena yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dimodelkan dalam suatu persamaan diferensial. Beberapa model matematika berupa sistem persamaan diferensial dengan orde $n, n \in \mathbb{N}$ telah banyak dipublikasikan, seperti model pada sistem mekanik kendaraan, sistem fluida, sistem termal dan lainnya [8]. Namun, akhir-akhir ini berkembang pula persamaan diferensial dengan orde pecahan. Persamaan diferensial dengan orde pecahan disebut sebagai persamaan diferensial fraksional.

Salah satu model matematika yang sering dijumpai dalam penerapan adalah sistem kontrol linier. Bentuk standar sistem kontrol linier (sistem linier) berupa suatu sistem persamaan diferensial non homogen berikut

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \geq 0 \tag{1.1.1}$$

dimana $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ menyatakan vektor input, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ dan t menyatakan waktu.

Ada berbagai aspek yang dikaji dalam sistem kontrol linier ini, salah satunya adalah konsep ketercapaian. Definisi ketercapaian diperkenalkan dalam literatur [4], yaitu suatu keadaan $\mathbf{x}_f \in \mathbb{R}^n$ dikatakan tercapai dalam waktu t_f jika ada input $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ untuk $t \in [0, t_f]$ yang membawa keadaan $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ kepada keadaan $\mathbf{x}_f = \mathbf{x}(t_f)$. Jika setiap keadaan $\mathbf{x}_f \in \mathbb{R}$ tercapai dalam waktu t_f maka sistem (1.1.1) disebut tercapai dalam waktu t_f.

Pengembangan orde fraksional dari sistem (1.1.1) berbentuk persamaan diferensial fraksional berikut

$$D^{\alpha}\mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad n-1 < \alpha < n, \; n \in \mathbb{N} \tag{1.1.2}$$

dimana D^α menyatakan operator turunan fraksional. Ada beberapa macam operator turunan fraksional, diantaranya adalah turunan fraksional Caputo, turunan fraksional Riemann Liouville dan lainnya [5]. Definisi ketercapaian mesti berlaku untuk sistem (1.1.2).

Dalam skripsi ini dikaji kembali syarat perlu dan cukup untuk ketercapaian sistem (1.1.2) sebagaimana pada referensi [8] dengan input adalah vektor konstan di $\mathbb{R}^m$. Untuk kesederhanaan, dalam studi ini turunan fraksional yang digunakan adalah turunan fraksional Caputo dengan $0 < \alpha < 1$. Pembahasan didahului dengan mengkonstruksi konsep ketercapaian untuk sistem linier standar.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana syarat perlu dan cukup untuk ketercapaian sistem fraksional linier kontinu.

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, permasalahan difokuskan pada sistem fraksional linier kontinu dengan vektor input konstan di $\mathbb{R}^m$ dan turunan fraksional yang digunakan adalah turunan fraksional Caputo dengan $0 < \alpha < 1$.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah mengetahui syarat perlu dan cukup dalam menentukan ketercapaian sistem fraksional linier kontinu.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori memuat materi-materi dasar dalam penunjang berupa definisi, teorema, dan contoh yang akan digunakan pada pembahasan. BAB III Pembahasan memuat syarat perlu dan cukup untuk ketercapaian suatu sistem fraksional linier kontinu. BAB IV Penutup memuat kesimpulan akhir dan saran dari skripsi.