BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dunia mengalami guncangan yang sangat dahsyat dengan hadir dan tersebarnya sebuah virus yaitu Covid-19. Dilansir dari laman WHO menyatakan Covid-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh jenis coronavirus yang baru ditemukan. Virus baru dan penyakit yang disebabkannya ini tidak dikenal sebelum mulainya wabah di Wuhan, Tiongkok, bulan Desember 2019. Coronavirus adalah suatu kelompok virus yang dapat menyebabkan penyakit pada hewan atau manusia. Beberapa jenis coronavirus diketahui menyebabkan infeksi saluran nafas pada manusia mulai dari batuk pilek hingga yang lebih serius seperti Middle East Respiratory Syndrome (MERS) dan Severe Acute Respiratory Syndrome (SARS). Coronavirus jenis baru yang ditemukan, menyebabkan penyakit Covid-19. WHO (World Health Organizations) telah menyatakan Covid-19 sebagai pandemi pada 11 Maret 2020, setelah penyakit tersebut menjadi epidemi di lebih dari 114 negara dan wilayah di seluruh dunia. Berdasarkan data Worldometers, per 1 Januari 2021, menunjukkan total angka orang tertular Covid-19 di seluruh dunia sudah mencapai 84.925.837 dengan 1.823.805 kematian, sementara yang sembuh mencapai

59.263.922 pasien, dengan Amerika serikat di posisi penambahan kasus tertular tertinggi, sedangkan di Indonesia terdapat 751.270 kasus dengan 22.329 meninggal dan 617.936 sembuh. Khususnya di Provinsi Sumatera Barat, terdapat 23.590 kasus positif dengan 526 meninggal dan 21.754 sembuh [13].

Sudah banyak peneliti yang melakukan penelitian tentang kasus Covid-19 ini, mulai dari prediksi peningkatan jumlah pasien kasus Covid-19 dari waktu ke waktu hingga prediksi tentang kapan pandemi kasus Covid-19 ini berakhir dengan berbagai metode yang digunakan. Salah satunya yaitu penlitian yang dilakukan oleh 3 peneliti dari Pusat Pemodelan Matematika dan Simulasi ITB serta kelompok kerja Matematika Industri dan keuangan FMIPA ITB dengan dalam judul penelitian Data dan Simulasi Covid-19 dipandang dari Pendekatan Model Matematika. Penelitian tersebut menggunakan pengembangan model logistik Richards Curve. Model itu dipilih karena terbukti memiliki hasil yang cukup baik untuk menentukan awal, puncak dan akhir endemic SARS di Hongkong pada 2003 [9].

Provinsi Sumatera Barat merupakan salah satu provinsi yang terkena dampak Covid-19. Pandemi Covid-19 pertama kali dikonfirmasi pada 26 Maret 2020 di Kota Bukittinggi dan terus menyebar ke kota dan kabupaten di Sumatera Barat. Bahkan Sumatera Barat pernah ditetapkan sebagai salah satu provinsi zona merah atau risiko tinggi penularan virus Covid-19 tertinggi di Indonesia. Sumatera Barat memberlakukan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) pertama kali pada 22 April 2020 atas persetujuan Mentri Kesehatan Indonesia. Karena jumlah kasus yang terus meningkat, penelitian terkait prediksi jumlah kasus Covid-19 di Provinsi Sumatera Barat di masa yang akan datang, perlu dilakukan untuk perkembangan kesehatan, ekonomi, pendidikan dan aspek lainnya [11].

Salah satu metode pemodelan matematika yang digunakan untuk memprediksi peningkatan kasus Covid-19 adalah dengan menggunakan metode interpolasi polinomial lagrange. Interpolasi Polinomial Lagrange sangat dikenal dalam metode numerik karena menggunakan fungsi dalam bentuk polinomial. Dari sekumpulan data berpasangan yang ada, dapat diketahui dengan pasti suatu fungsi yang melalui titik-titik tersebut dengan memunculkan model matematikanya. Agar pengolahan data dapat dilakukan secara efisien maka digunakan metode ini untuk membantu proses pencarian fungsi yang dimaksud. Titik-titik yang diketahui haruslah merupakan bilangan riil dalam bidang datar. Berdasarkan fungsi ini dapat diduga nilai selanjutnya untuk kasus yang ada. Interpolasi banyak digunakan untuk menduga nilai data berpasangan [10].

Pada penilitian ini juga dibahas metode lain yaitu metode Smoothing Polinomial. Salah satu teknik populernya adalah memilih polinomial orde rendah terlepas dari jumlah titik datanya. Kasus ini biasanya menghasilkan situasi dimana jumlah data melebihi jumlah konstanta yang diperlukan untuk polinomial. Sehingga polinomial orde rendah biasanya tidak akan melewati semua titik data, karena tidak mungkin untuk memaksakan set data hingga orde yang sangat tinggi. Oleh karena itu, akan diputuskan kuadrat mana yang paling cocok dengan data, proses ini disebut dengan *smoothing.* Metode smoothing polinomial cocok digunakan untuk memodelkan peningkatan pasien positif Covid-19 di Provinsi Sumatera Barat karena banyak sekali data harian yang sudah diberikan oleh lembaga kesehatan ataupun pemerintah hingga hari ini [4].

Untuk menguji kelayakan model suatu data kasus adalah baik atau buruk maka perlu dilakukan suatu uji ketepatan data yang dinamakan MAPE (Mean Absolute Percentage Error). Maka akan diketahui metode mana yang lebih tepat dalam menduga suatu data [12].

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang akan dikaji dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menghasilkan model matematika peningkatan kasus pasien positif covid-19 di Sumatera Barat menggunakan metode Interpolasi Polinomial Lagrange dan Metode Smoothing Polinomial.

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data peningkatan Covid-19 di Provinsi Sumatera Barat dari Bulan Januari hingga Juni tahun 2021.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengaplikasikan teori pemodelan matematika sehingga didapatkan model matematika peningkatan kasus pasien positif Covid-19 di Sumatera Barat dengan menggunakan Metode Interpolasi Polinomial Lagrange dan Metode Smoothing Polinomial serta membandingkannya berdasarkan uji ketepatan pendugaan.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika yang digunakan dalam tugas akhir terdiri dari empat bab. Bab I Pendahuluan yang memuat latar belakang mengapa masalah ini dibahas dalam penulisan skripsi ini, kemudian dilanjutkan dengan rincian masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II memuat materi-materi dasar yang merupakan teori pendukung dalam pembhasan dan penyelesaian masalah yang akan diuraikan pada Bab III. Pada Bab III memuat pembahasan serta rincian proses dalam menentukan pemodelan matematika peningkatan pasien positif Covid-19 di Provinsi Sumatera Barat.Bab IV memuat kesimpulan dari penelitian ini dan saran untuk penelitian lebih lanjut.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dijelaskan beberapa materi dasar sebagai pendukung yang akan digunakan dalam penentuan pemodelan matematika peningkatan kasus positif covid-19 di Sumatera Barat menggunakan Metode Langrangian dan Metode Smoothing Polinomial.

2.1 Pemodelan Matematika

Suatu model matematika adalah merupakan representasi dari kejadian sehari-hari yang dapat diungkapkan dalam bentuk persamaan, sistem persamaan, grafik dan tabel [1]. Menurut buku Frank R Giordano, pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena- fenomena lainnya. Secara umum dalam menerapkan matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi 3 langkah, yaitu :

1. Perumusan masalah.

Langkah ini untuk menterjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika. Data maupun informasi tentang suatu fenomena dapat diperoleh melalui eksperimen di laboratorium, pengamatan di industri ataupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam model

matematika, suatu fenomena dapat dipelajari secara lebih terukur (kuantitatif) dalam bentuk (sistem) persamaan/pertidaksamaan matematika maupun ekspresi matematika. Namun demikian, karena asumsi- asumsi yang digunakan dalam prosesnya, model matematika juga mempunyai kelemahan-kelemahan dibandingkan dengan fenomena sebenarnya, yaitu keterbatasan dalam generalisasi interpretasinya.

2. Pencarian solusi

   Solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode- metode matematika yang sesuai. Ada kalanya belum terdapat metode matematika pencarian solusi yang sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Hal ini sering menjadi motivasi para ahli matematika terapan untuk menciptakan metode matematika baru. Solusi matematika ini sering dinyatakan dalam fungsi-fungsi matematika, angka-angka maupun grafik.

3. Interpretasi solusi

   Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal.

2.2 Coronavirus Disease (Covid-19)

Coronavirus Disease 2019 (Covid-19) adalah penyakit menular yang disebabkan oleh Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-CoV-2). SARS-CoV-2 merupakan coronavirus jenis baru yang belum pernah diidentifikasi sebelumnya pada manusia. Ada setidaknya dua jenis coronavirus yang diketahui menyebabkan penyakit yang dapat menimbulkan gejala berat seperti Middle East Respiratory Syndrome (MERS) dan Severe Acute Respiratory Syndrome (SARS). Tanda dan gejala umum infeksi Covid-19 antara lain gejala gangguan pernapasan akut seperti demam, batuk dan sesak napas. Masa inkubasi rata-rata 5-6 hari dengan masa inkubasi terpanjang 14 hari. Pada kasus Covid-19 yang berat dapat menyebabkan pneumonia, sindrom pernapasan akut, gagal ginjal, dan bahkan kematian [6].

Masa inkubasi Covid-19 rata-rata 5 sampai 6 hari dengan jarak waktu antara 1 sampai 14 hari. Risiko penularan tertinggi diperoleh di hari-hari pertama penyakit, disebabkan oleh konsentrasi virus pada sekret yang tinggi. Orang yang terinfeksi langsung dapat menularkan sampai dengan 48 jam sebelum onset gejala (presimptomatik) dan sampai dengan 14 hari setelah onset gejala. Penting untuk mengetahui periode presimptomatik karena memungkinkan virus menyebar melalui droplet atau kontak dengan benda yang terkontaminasi. Sebagai tambahan, bahwa terdapat kasus konfirmasi yang tidak bergejala (asimptomatik). Meskipun risiko penularan sangat rendah akan tetapi masih ada kemungkinan kecil untuk terjadi penularan. Berdasarkan studi epidemiologi dan virologi saat ini membuktikan bahwa Covid-19 utamanya ditularkan dari orang yang bergejala (simptomatik) ke orang lain yang berada jarak dekat melalui droplet. Droplet merupakan partikel berisi air dengan diameter $> 5 - 10\mu m$. Penularan droplet terjadi ketika seseorang berada pada jarak dekat (dalam 1 meter) dengan seseorang yang memiliki gejala pernapasan (misalnya, batuk atau bersin) sehingga droplet berisiko mengenai mukosa (mulut dan hidung) atau konjungtiva (mata). Penularan juga dapat terjadi melalui benda dan permukaan yang terkontaminasi droplet di sekitar orang yang terinfeksi. Oleh karena itu, penularan virus Covid-19 dapat terjadi melalui kontak langsung dengan orang yang terinfeksi dan kontak tidak langsung dengan permukaan atau benda yang digunakan pada orang yang terinfeksi (misalnya, stetoskop atau termometer)[6].

2.3 Metode Interpolasi Polinomial Lagrange

2.3.1 Polinomial

Polinomial atau suku banyak adalah pernyataan matematika yang melibatkan jumlahan perkalian pangkat dalam satu atau lebih variabel dengan koefisien. Persamaan polinomial secara umum dapat dilihat sebagai berikut

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n.$$

Persamaan polinomial merupakan persamaan aljabar yang mengandung jumlah dari variabel x berpangkat bilangan bulat. Untuk $n + 1$ nilai data, hanya terdapat satu polinomial orde n atau kurang yang melalui semua titik[7].

2.3.2 Interpolasi Polinomial Lagrange

Interpolasi adalah proses menemukan dan mengevaluasi fungsi yang grafiknya melewati himpunan titik-titik yang diberikan. Interpolasi polinomial Lagrange hampir sama dengan polinomial Newton, tetapi tidak menggunakan bentuk pembagian beda hingga. Dalam bidang analisis numerik polinomial newton adalah polinomial interpolasi untuk sekumpulan titik data tertentu.

Interpolasi polinomial Lagrange dapat diturunkan dari persamaan Newton. Interpolasi Polinomial Lagrange diterapkan untuk mendapatkan fungsi polinomial $P(x)$ berderajat tertentu yang melewati sejumlah titik data. Misalnya, apabila ingin mendapatkan fungsi polinomial berderajat satu yang melewati dua buah titik yaitu (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka dapat dilakukan proses berikut [3].

Bentuk polinomial Newton orde satu:

$$f_1(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1, x_0]. \tag{2.3.1}$$

Pembagian beda untuk persamaan (2.3.1) memiliki bentuk:

$$\begin{aligned} f[x_1, x_0] =& \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \\ f[x_1, x_0] =& \frac{f(x_1)}{x_0 - x_1} + \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}. \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

Substitusi persamaan (2.3.2) ke persamaan (2.3.1), memberikan

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) + \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} f(x_0). \tag{2.3.3}$$

Dengan mengelompokkan suku-suku di ruas kanan maka persamaan (2.3.3) menjadi:

$$f_1(x) = \left[\frac{x_0 - x_1}{x_0 - x_1} + \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} \right] f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) \tag{2.3.4}$$

atau

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_1}{x_1 - x_0} f(x_1). \tag{2.3.5}$$

Persamaan (2.3.4) dikenal dengan Interpolasi Polinomial Lagrange orde satu. Dengan prosedur yang sama, maka interpolasi orde dua akan diperoleh

$$\begin{aligned} f_2(x) \quad =& \left[\frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \frac{x - x_2}{x_0 - x_2} \right] f(x_0) + \left[\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \right] f(x_1) \\ &+ \left[\frac{x - x_0}{x_2 - x_0} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right] f(x_2). \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

Bentuk umum Interpolasi Polinomial Lagrange orde n adalah

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i) \tag{2.3.7}$$

dengan

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}. \tag{2.3.8}$$

Simbol $\prod$ merupakan perkalian. Dengan menggunakan persamaan (2.3.7) dan persamaan (2.3.8) dapat dihitung Interpolasi Polinomial Lagrange orde yang lebih tinggi. Berdasarkan persamaan (2.3.5), Interpolasi Polinomial Lagrange orde 1 adalah

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{1} L_i(x)f(x_i) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1)$$

dimana

$$\begin{aligned} i = 0 \qquad L_0(x) =& \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \\ i = 1 \qquad L_1(x) =& \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \end{aligned}$$

sehingga bentuk Interpolasi Polinomial Lagrange orde 1 juga dapat dituliskan dengan

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1).$$

Dengan menggunakan persamaan (2.3.7) dan persamaan (2.3.8) dapat ditentukan juga Interpolasi Polinomial Lagrange orde 2 yaitu

$$f_2(x) = \sum_{i=0}^{2} L_i(x)f(x_i) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1) + L_2(x)f(x_2)$$

dimana

$$\begin{aligned} i = 0 \qquad L_0(x) =& \left(\frac{x - x_1}{x_0 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2}\right) \\ i = 1 \qquad L_1(x) =& \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right) \\ i = 2 \qquad L_2(x) =& \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right) \end{aligned}$$

sehingga bentuk Interpolasi Polinomial Lagrange order 2 dapat dinyatalan dengan

$$\begin{aligned} f_2(x) \quad = \quad & \left(\frac{x - x_1}{x_0 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2}\right) f(x_0) + \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right) f(x_1) \\ & + \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right) f(x_2). \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.3.7) dan persamaan (2.3.8) dapat ditentukan Interpolasi Polinomial Lagrange orde yang lebih tinggi. Untuk Interpolasi Polinomial Lagrange orde 3, persamaannya yaitu

$$f_3(x) = \sum_{i=0}^{3} L_i(x)f(x_i) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1) + L_2(x)f(x_2) + L_3(x)f(x_3)$$

dimana

$$\begin{aligned}
i = 0 \qquad & L_0(x) = \left(\frac{x - x_1}{x_0 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_0 - x_3}\right) \\
i = 1 \qquad & L_1(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_1 - x_3}\right) \\
i = 2 \qquad & L_2(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_2 - x_3}\right) \\
i = 3 \qquad & L_3(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_3 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_3 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_3 - x_2}\right)
\end{aligned}$$

sehingga bentuk Interpolasi Polinomial Lagrange orde 3 adalah

$$\begin{aligned}
f_3(x) \quad = \quad & \left(\frac{x - x_1}{x_0 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_0 - x_3}\right) f(x_0) \\
& + \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_1 - x_3}\right) f(x_1) \\
& + \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_2 - x_3}\right) f(x_2) \\
& + \left(\frac{x - x_0}{x_3 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_3 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_3 - x_2}\right) f(x_3)
\end{aligned}$$

dan begitu seterusnya hingga orde n.

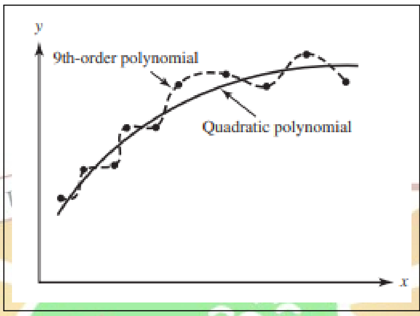
2.4 Smoothing Polynomial

Smoothing adalah model polinomial orde rendah *(Low-Order Polynomial)* yang baik digunakan banyak titik data melebihi banyak konstanta polinomial. Langkah umum untuk melakukan smoothing : [4]

1. Membuat tabel beda terbagi untuk menentukan model polinomial yang digunakan

2. Minimumkan jumlah deviasi kuadrat S pada persamaan 2.4.3

3. Menentukan konstanta atau parameter pada model polinomial



Gambar 2.4.1: Ilustrasi Contoh Model Polinomial Kuadratik

Pada gambar 2.4.1 dapat dilihat bahwa titik putus-putus menunjukkan 10 titik data yang kan dicocokkan dengan polinomial kuadratik. Dengan menggunakan proses smoothing, persamaan orde tinggi dapat disederhanakan menjadi persamaan dengan orde yang lebih rendah [4].

2.4.1 Tabel Beda Terbagi

Tabel beda terbagi digunakan untuk menentukan berbagai bentuk polinomial interpolasi yang melewati subset terpilih dari titik data. Karena smoothing merupakan interpolasi, maka akan dilakukan konstruksi tabel beda terbagi terlebih dahulu untuk menentukan polinomial yang cocok. Dengan mengkonstruksi tabel beda terbagi maka akan menghasilkan beda pembagian orde berikutnya yang lebih tinggi yaitu dengan mengambil selisih antara beda pembagian orde yang berdekatan dan kemudian membaginya dengan panjang interval. Tabel beda terbagi harus berurutan, x_i harus jelas dan terurut. Karna kesalahan pada urutan x_i, walaupun dengan selisih angka yang kecil, dapat menyebabkan kesalahan numerik yang besar.

Untuk menentukan order polinomial yang akan digunakan, perlu dibuat tabel beda terbagi sebagai berikut :

Tabel 2.4.1: Beda Terbagi Pertama, Kedua dan Ketiga

Data		**Beda Terbagi Pertama (Δ)**	**Beda Terbagi Kedua (Δ^2)**	**Beda Terbagi Ketiga(Δ^3)**
x_1	y_1			
		$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$		
			$\frac{\frac{y_3-y_2}{x_3-x_2} - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}{x_3 - x_1}$	
x_2	y_2			
				$\frac{\frac{\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3} - \frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}}{x_4-x_2} - \frac{\frac{y_3-y_2}{x_3-x_2} - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}{x_3-x_1}}{x_4 - x_1}$
		$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$		
			$\frac{\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3} - \frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}}{x_4 - x_2}$	
x_3	y_3			
		$\frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$		
x_4	y_4			

Jika setelah tabel dikonstruksi dan muncul tanda-tanda negatif maka hal itu menunjukkan adanya kesalahan atau variasi pengukuran dalam data yang tidak terdeteksi dengan polinomial orde rendah. Tanda-tanda negatif jika tetap digunakan akan mengurangi ketepatan model. Oleh karena itu, jika muncul angka negatif pada kolom tabel beda terbagi, orde yang dipakai adalah orde pada kolom sebelumnya.

2.4.2 Smoothing Polinomial Kuadratik

Bentuk umum smoothing polinomial kuadratik sebagai berikut

$$P_2(x_i) = a + bx_i + cx_i^2 \tag{2.4.1}$$

dimana x adalah data ke-i dari variabel x, $P_2(x_i)$ adalah dugaan atau prediksi untuk titik data x. Untuk menentukan kontanta a, b dan c maka jumlah deviasi kuadrat harus diminimalkan, yang secara matematis dapat ditentukan dengan

$$\text{Minimumkan } S = \sum_{i=1}^{m} \left[y_i - \left(a + bx_i + cx_i^2\right)\right]^2. \tag{2.4.2}$$

Kondisi yang dibutuhkan untuk meminimumkan persamaan (2.4.2) adalah dengan menggunakan $\dfrac{\partial S}{\partial a} = \dfrac{\partial S}{\partial b} = \dfrac{\partial S}{\partial c} = 0$ sehingga dihasilkan sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned} na + \left(\sum x_i\right) b + \left(\sum x_i^2\right) c &= \sum y_i \\ \left(\sum x_i\right) a + \left(\sum x_i^2\right) b + \left(\sum x_i^3\right) c &= \sum x_i y_i \\ \left(\sum x_i^2\right) a + \left(\sum x_i^3\right) b + \left(\sum x_i^4\right) c &= \sum x_i^2 y_i \end{aligned} \tag{2.4.3}$$

sehingga didapatkan model matematika kuadratik dengan konstanta a, b dan c [4].

2.5 Uji Ketepatan Data

Ketepatan dalam melakukan pendugaan dan prediksi adalah hal yang penting untuk menetukan model prediksi yang paling tepat. Uji ketepatan ini berhubungan dengan galat. Jika galat yang didapatkan semakin kecil, hasil pendugaan atau prediksi akan semakin tepat, sebaliknya jika galat yang dihasilkan semakin besar, hasil pendugaan atau prediksi akan berkurang keakuratannya [10].

Salah satu metode untuk menguji ketapatan adalah MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)*. MAPE digunakan untuk mengetahui persentase error hasil peramalan dengan rumus sebagai berikut

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}\left|\frac{(Z_i - \hat{Z}_i)}{Z_i}\right| \times 100\% \qquad (2.5.1)$$

dengan

n : banyaknya pengamatan

Z_i : data pengamatan pada waktu ke-i

$\hat{Z}_i$: data hasil peramalan pada waktu ke-i

Semakin kecil nilai MAPE yang dihasilkan maka hasil ramalan akan semakin baik. Interpretasi nilai MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)* dapat dilihat pada tabel berikut

Tabel 2.5.1: Interpretasi MAPE

NILAI MAPE	Interpretasi
$\leq 10\%$	Hasil peramalan sangat baik
$10 - 20$	Hasil peramalan baik
$20 - 50$	Hasil peramalan layak (cukup baik)
> 50	Hasil peramalan tidak akurat