BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada tahun *1736* seorang ahli di bidang matematika yaitu Leonhard Euler memperkenalkan dasar pengembangan teori graf dalam artikel ilmiahnya yang berjudul *Solution Problematis and Geometrian Situs Pertinentis*. Artikel ilmiah tersebut merupakan pemecahan sebuah permasalahan, yaitu *Königsberg Bridge Problem*. Pada saat itu Euler mencoba membuktikan kemungkinan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel di Konisberg, Rusia dalam sekali waktu *[9]*.

Permasalahan jembatan Konigsberg dapat direpresentasikan dengan graf. Representasi keempat daerah tersebut sebagai titik*(vertex)* dan ketujuh jembatan sebagai sisi*(edge)* yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai. Teka tekinya adalah bagaimana seseorang dapat berpindah dari satu tempat ke tempat yang lain dengan melewati jembatan tepat satu kali. Solusi dari permasalahan tersebut yaitu tidak mungkin seseorang dapat berpindah tempat dari tempat satu ke tempat lainnya dengan melewati jembatan tepat satu kali.

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang menarik untuk dikaji dan banyak digunakan untuk mempermudah suatu penyelesaian masalah. Teori graf dapat diaplikasikan ke dalam berbagai aspek antara lain transportasi, penentuan jarak terpendek antara dua buah kota, jaringan komunikasi, riset operasi, dan penentuan waktu tersingkat dalam pengiriman pesan antara dua buah terminal pada jaringan komputer.

Misalkan G adalah suatu graf dengan pasangan himpunan V dan E, dituliskan $G = (V, E)$, dimana V adalah suatu himpunan titik*(vertex)* yang tidak kosong dan E adalah himpunan sisi*(edge)* yang terdiri dari pasangan terurut dari titik-titik berbeda dari V. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ adalah himpunan titik yang berisi n titik di G dan $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ adalah himpunan sisi yang berisi m sisi di G. Secara umum, sisi dapat ditulis dengan v_iv_j atau v_jv_i.

Pewarnaan graf diyakini pertama kali muncul pada masalah pewarnaan peta, dimana batas setiap daerah pada peta diberi warna yang berbeda. Pewarnaan graf terdiri dari pewarnaan titik dan pewarnaan sisi. Pewarnaan sisi k-sisi untuk G adalah pemberian k warna pada sisi G sedemikian hingga setiap dua sisi yang saling terkait pada titik yang sama memiliki warna yang berbeda. Pewarnaan titik pada graf adalah pemberian warna untuk setiap titik pada graf sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga memiliki warna yang sama. Banyaknya warna minimal yang dipakai untuk pewarnaan titik pada graf disebut bilangan kromatik dari graf G, dan disimbolkan dengan $\chi(G)$.

Chartrand dkk [2] mendefinisikan bilangan kromatik lokasi sebagai berikut. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung dan suatu partisi terurut dari $V(G)$ dilambangkan dengan Π. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \cdots, S_k\}$, dimana S_i merupakan himpunan titik-titik di G yang berwarna i, untuk $1 \leq i \leq k$ dan x merupakan titik di S_i. Representasi v terhadap Π disebut kode warna, dinotasikan dengan $c_\Pi(v)$ merupakan vektor dengan banyak k unsur yaitu;

$$c_\Pi(v) = (d(v, S_1), d(v, S_2), ..., d(v, S_k))$$

dimana $d(v, S_i) = min\{d(v, x)|x \in S_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$. Jika setiap titik pada G mempunyai kode warna yang berbeda, maka c disebut pewarnaan lokasi. **Bilangan kromatik lokasi** dari G dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ adalah minimum dari banyaknya warna yang digunakan pada pewarnaan lokasi dari graf G. Chartrand dkk [3] pada tahun 2002 menentukan bilangan kromatik lokasi dari beberapa graf sebagai berikut, yaitu untuk graf lintasan P_n dengan $n \geq 3$ diperoleh $\chi_L(P_n) = 3$. Untuk graf siklus diperoleh $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n ganjil atau $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n genap. Untuk graf dengan orde n yang mempunyai bilangan kromatik lokasi $n - 1$.

Selain itu, terdapat beberapa hasil mengenai bilangan kromatik lokasi lainnya yaitu Asmiati,dkk[4] menentukan bilangan kromatik lokasi graf hasil amalgamasi dari graf bintang. Baskoro dan Purwasih[10] menentukan bilangan kromatik lokasi untuk hasil korona dari dua buah graf yaitu lintasan korona graf lengkap, lintasan korona komplemen graf lengkap, siklus korona komplemen graf lengkap, graf lengkap korona komplemen graf lengkap, dan graf lengkap korona graf lengkap. Yulianti, dkk [5] mendefinisikan graf $Amal\{Tr_n, v\}_m$, dimana graf $Amal\{Tr_n, v\}_m$ adalah graf yang berasal dari m buah graf tangga segitiga diperumum Tr_n, untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$. Pada penelitian ini, akan ditentukan *bilangan kromatik lokasi* graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen dinotasikan dengan $Amal\{Tr_2, v\}_m$ untuk $m \geq 2$ dan $Amal\{Tr_3, v\}_m$ dengan $2 \leq m \leq 5$.

1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini membahas bagaimana cara menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_2, v\}_m$ untuk $m \geq 2$ dan $Amal\{Tr_3, v\}_m$ untuk $2 \leq m \leq 5$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_2, v\}_m$ untuk $m \geq 2$ dan $Amal\{Tr_3, v\}_m$ untuk $2 \leq m \leq 5$.

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini akan dibagi menjadi empat Bab. Sistematika dalam penulisan skripsi ini, yaitu: Bab I Pendahuluan, yang terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan. Pada Bab II akan dijelaskan mengenai landasan teori tentang konsep dasar dari teori graf berupa definisi dan terminologi dalam teori graf, definisi bilangan kromatik lokasi dan definisi graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen. Sedangkan pada Bab III dibahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen, $Amal\{Tr_2, v\}_m$ untuk $m \geq 2$ dan $Amal\{Tr_3, v\}_m$ untuk $2 \leq m \leq 5$. Bab IV diakhiri dengan penutup yang berisikan kesimpulan pembahasan dari hasil penulisan dan saran. Setiap teorema yang menjadi hasil dari penulisan tugas akhir ini dinotasikan dengan $\diamondsuit$.