

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Dalam [1] dinyatakan bahwa pelabelan pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek 1964, kemudian Steward 1996 serta Kodzig dan Rosa 1970. Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama dalam sektor sistem informasi dan transportasi, penyimpanan data komputer, navigasi geografis, radar, dan lainnya.

Pelabelan merupakan suatu pemetaan satu-satu yang memetakan unsur himpunan titik dan unsur himpunan sisi ke anggota himpunan bilangan asli yang disebut dengan label. Kajian yang dibahas dalam pelabelan adalah pelabelan titik (*vertex labeling*), yaitu merupakan pelabelan dengan domain himpunan titik, pelabelan sisi (*edge labeling*) yaitu merupakan pelabelan yang domainnya himpunan sisi, serta pelabelan total (*total labeling*) yaitu pelabelan dengan domainnya himpunan titik dan himpunan sisi. Pada pelabelan terdapat istilah bobot titik (*vertex weight*), yaitu jumlah label suatu titik dan label semua sisi yang terkait dengan titik tersebut. Untuk suatu sisi uv , jumlah la-

bel sisi uv dan label dua titik u dan v yang terkait dengan sisi disebut sebagai bobot sisi (*edge weight*), yang dinotasikan dengan $w(uv)$. Pelabelan sisi ajaib adalah suatu pelabelan pada graf dimana setiap label titik dan label sisi yang terkait jika dijumlahkan menghasilkan bilangan bulat yang sama.

Konsep pelabelan ajaib telah diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa yaitu dengan mendefinisikan suatu pelabelan total sisi ajaib dari graf G sebagai fungsi bijektif $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q\}$ sedemikian sehingga untuk setiap sisi $uv \in E(G)$, bobot sisi $w(uv) = f(u) + f(uv) + f(v)$ adalah konstan [2]. Sugeng dkk [4] telah mengkaji sifat-sifat pelabelan total sisi ajaib super, salah satunya pada graf prisma diperumum (*generalized prism graph*). Pada [5] telah diperoleh pelabelan total sisi ajaib super pada graf Prisma Bercabang $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$ untuk m ganjil, $m \geq 3$ dan $n \geq 1$. Lalu pada [6] telah diperoleh pelabelan total sisi ajaib super pada graf Prisma Berekor $X_{m,n}$ untuk $m \geq 1$ dan $n \geq 1$. Dalam [7] juga diperoleh pelabelan total titik ajaib super pada graf $C_{n,2n,n}$ dengan $n \geq 1$.

Dari [6] penulis tertarik untuk memodifikasi graf Prisma Berekor $X_{m,n}$ untuk $m \geq 1$ dan $n \geq 1$ menjadi graf baru yang memiliki segitiga sebanyak $n + 1$ buah. Sisi penghubung antara segitiga dengan segitiga lainnya sebanyak n , serta graf tersebut memiliki cabang di segitiga terdalam dan terluar, masing-masingnya sebanyak n . Graf tersebut diberi nama graf Trinet, dimana tri (*three*) yang berarti tiga karena membentuk prisma segitiga, sementara *net* yang berarti jaring (cabang), karena segitiga terdalam dan terluar memiliki cabang sebanyak n . Graf Trinet demikian dinotasikan dengan $(TN(n))$. Pada

tugas akhir ini akan dicari pelabelan total sisi ajaib super pada graf Trinet ($TN(n)$) untuk $n \geq 1$ dan konstanta ajaib dari pelabelan tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Misalkan diberikan graf Trinet ($TN(n)$) dengan $n \geq 1$. Pada tugas akhir akan ditentukan suatu pelabelan total sisi ajaib super pada graf Trinet $TN(n)$ untuk $n \geq 1$.

1.3 Batasan Masalah

Pelabelan total sisi ajaib super yang dapat dibentuk tidak tunggal [1], hal ini sesuai dengan konstanta pelabelan yang didapat. Oleh karena itu, masalah pada tugas akhir ini akan dibatasi pada perolehan salah satu cara untuk memberi label graf Trinet $TN(n)$ serta mendapatkan konstanta ajaib k dari pelabelan tersebut.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah menentukan salah satu pelabelan total sisi ajaib super pada graf Trinet $TN(n)$ serta menentukan nilai konstanta ajaib k pada pelabelan tersebut.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut Bab I Pendahuluan, yang berisikan latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisikan tentang landasan teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini. Bab III Pembahasan, berisikan penjelasan tentang pelabelan total sisi ajaib super graf Trinet $TN(n)$. BAB IV Kesimpulan, berisikan kesimpulan dari tugas akhir ini. Kemudian hasil baru yang diperoleh dalam tugas akhir ini dinyatakan dengan simbol \diamond .

