BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan pokok bahasan yang relatif muda, dibandingkan dengan analisis dan aljabar dalam matematika. Teori graf pertama kali dikenalkan pada tahun 1736 oleh seorang Matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler untuk menyelesaikan masalah jembatan Konisberg (sekarang bernama Kaliningrad). Masalah jembatan tersebut dapat dinyatakan dalam graf dengan merepresentasikan keempat daerah tersebut sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai [2].

Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi metrik dan dimensi partisi yang merupakan pengembangan dari dimensi metrik. Misalkan terdapat graf terhubung $G = (V, E)$ dan himpunan terurut $W \subset V(G)$, dengan $W = \{w_1, w_2, w_3, \cdots, w_k\}$, serta terdapat titik $v \in V(G)$. Representasi titik v terhadap W, dinotasikan dengan $r(v|W)$ adalah k-unsur, yaitu

$$r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \cdots, d(v, w_k)).$$

Jika untuk setiap dua titik u dan v di G diperoleh $r(u|W) \neq r(v|W)$, maka W disebut sebagai himpunan pemisah untuk graf G. Kardinalitas dari himpunan pemisah minimum dinamakan **dimensi metrik** dari graf G, dinotasikan $dim(G)$ [2].

Dimensi partisi diperkenalkan pertama kali oleh Chartrand, Salehi dan Zhang [4]. Partisi merupakan pembagian beberapa kelompok atau kelas suatu graf. Misalkan G adalah graf terhubung. Untuk suatu titik $v \in V(G)$ dan $S \subseteq V(G)$, dimana S adalah himpunan titik yang menjadi himpunan dari $V(G)$. Definisikan $\Pi = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ dengan $S_i \subseteq V(G)$, dengan $i = 1, 2, ..., k$ sebagai himpunan yang berisikan k-partisi. Representasi $v \in V(G)$ terhadap Π didefinisikan sebagai

$$r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), ..., d(v, S_k)).$$

Jika untuk setiap dua titik berbeda $v, x \in V(G)$ berlaku $r(v|\Pi) \neq r(x|\Pi)$, maka Π disebut *partisi pembeda* dari graf G. Kardinalitas minimum dari partisi pembeda disebut **dimensi partisi** dari graf G, dinotasikan dengan $pd(G)$ [4].

Dalam hal ini, permasalahan mengenai dimensi partisi telah banyak dikaji oleh beberapa peneliti, diantaranya Chartrand dkk. [5] yang mengkaji tentang dimensi partisi dari graf dalam kelas graf pohon, yaitu graf ulat dan graf bintang ganda. Graf ulat adalah graf pohon yang memiliki sifat apabila dihapus semua daunnya akan menghasilkan lintasan. Graf bintang ganda adalah graf pohon yang mempunyai tepat dua titik x dan y berderajat lebih dari satu. Selanjutnya, Darmaji [6] juga menunjukkan dimensi partisi dari graf multipartit dan graf korona untuk dua buah graf yang terhubung. Graf multipartit adalah suatu graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi ke dalam sejumlah subhimpunan titik sedemikian hingga setiap sisinya mempunyai titik ujung pada subhimpunan titik yang berbeda. Graf korona dari dua graf G_1 dan G_2 dinotasikan dengan $G = G_1 \odot G_2$, yaitu graf yang diperoleh dengan mengambil graf G_1 dan menggandakan graf G_2 sebanyak $|V(G_1)|$, dinotasikan dengan $G_{2,1}, G_{2,2}, G_{2,3}, ..., G_{2,|V(G_1)|}$, kemudian titik ke-$i$ dari G_1 dihubungkan ke setiap titik di $G_{2,i}$ untuk $i = 1, 2, 3, ..., |V(G_1)|$.

Yulianti dkk. [10] mendefinisikan graf tangga segitiga diperumum yang dibentuk dari graf piramida, dinotasikan Tr_n. Dimensi partisi dari graf Tr_n untuk $n \geq 2$ telah ditentukan oleh Angraini, F dkk. [1]. Selanjutnya, Yulianti dkk. [11] mendefinisikan graf amalgamasi tangga segitiga diperumum, dimana graf amalgamasi tangga segitiga diperumum adalah graf yang berasal dari hasil amalgamasi m buah graf tangga segitiga diperumum Tr_n untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$. Selanjutnya, graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_m$ adalah graf hasil amalgamasi dari graf Tr_n yang memiliki n sama. Pada [12] telah ditentukan dimensi metrik dari graf $Amal\{Tr_n, v\}_m$. Dengan menggunakan hasil dari [1] dan [12], pada penelitian ini akan ditentukan dimensi partisi dari graf $Amal\{Tr_n, v\}_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penulisan tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan dimensi partisi dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah menentukan dimensi partisi dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.4 Pembatasan Masalah

Graf amalgamasi tangga segitiga diperumum adalah graf yang diperoleh dari hasil amalgamasi tangga segitiga diperumum. Pada tugas akhir ini, graf tangga segitiga diperumum yang dibahas adalah graf yang homogen, yaitu sebanyak m buah graf Tr_n untuk $n \geq 2$. Notasikan graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen sebagai $Amal\{Tr_n, v\}_m$ untuk $2 \leq n \leq 7$ dan $m \geq 2$, dimana v menyatakan titik utama dari graf Tr_n dan n menyatakan banyak titik yang bertetangga dengan titik utama pada setiap graf Tr_n.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika Penulisan yang digunakan dalam proposal terdiri dari tiga bab. Bab I Pendahuluan memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II dijelaskan mengenai landasan teori yang berisi materi dasar dan materi-materi penunjang. Bab III memuat pembahasan tentang dimensi partisi dari graf $Amal\{Tr_n, v\}_m$. Penulisan tugas akhir ini diakhiri dengan kesimpulan dan setiap teorema yang menjadi hasil baru dari tugas akhir ini dinotasikan dengan $\diamondsuit$.