

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu ilmu matematika yang sangat bermanfaat dan banyak digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan dalam kehidupan nyata, seperti halnya saat pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler ketika hendak menyelesaikan masalah jembatan Konisberg pada tahun 1736. Hingga saat ini teori graf telah mengalami banyak perkembangan.

Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi partisi. Konsep dimensi partisi pada teori graf merupakan bentuk pengembangan dari dimensi metrik. Dimensi metrik pertama kali diperkenalkan pada tahun 1976 oleh F. Harary dan R.A Milter, kemudian dikembangkan lagi oleh Chartrand dkk pada tahun 2000. Dimensi partisi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk pada tahun 1998.

Misalkan  $G = (V, E)$  suatu graf dengan  $V(G)$  adalah himpunan titik-titik di graf  $G$  dan  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subset V(G)$ . Jarak dari  $u$  ke  $v$ , dimana  $u, v \in V(G)$ , dinotasikan  $d(u, v)$ , adalah panjang lintasan terpendek dari  $u$  ke  $v$ . Representasi titik  $v$  terhadap  $W$ , dinotasikan dengan  $r(v|W)$ , didefinisikan sebagai  $k$ -pasang terurut  $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$ . Jika  $r(u|W) \neq r(v|W)$  untuk setiap  $u, v \in V(G)$  dengan  $u \neq v$ , maka  $W$

dinamakan **himpunan pemisah** untuk  $G$ . **Himpunan pemisah minimum** adalah himpunan pemisah dengan kardinalitas minimum, dan kardinalitas dari himpunan pemisah minimum dinamakan **dimensi metrik** (*metric dimension*) dari  $G$ , dinotasikan dengan  $dim(G)$  [6].

Misalkan  $G = (V, E)$  suatu graf dengan  $V(G)$  adalah himpunan titik-titik di graf  $G$  dan  $S$  adalah himpunan bagian dari  $V(G)$ . Misalkan terdapat titik  $v \in V(G)$ . Jarak dari titik  $v$  ke  $S$ , dinotasikan dengan  $d(v, S)$ , adalah  $d(v, S) = \min\{d(v, x) | x \in S\}$ . Misalkan  $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  adalah partisi dari  $V(G)$  dengan  $S_1, S_2, \dots, S_k$  adalah kelas-kelas partisi dari  $\Pi$ . Representasi  $v$  terhadap  $\Pi$ , dinotasikan dengan  $r(v|\Pi)$ , adalah  $k$ -pasang terurut  $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$ . Selanjutnya  $\Pi$  disebut **partisi pembeda** dari  $V(G)$  jika  $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$  untuk setiap  $u, v \in V(G)$  dengan  $u \neq v$ . Partisi pembeda  $\Pi$  dengan kardinalitas minimum disebut **partisi pembeda minimum** dari graf  $G$ . **Dimensi partisi** (*partition dimension*), dinotasikan dengan  $pd(G)$  adalah kardinalitas dari partisi pembeda minimum dari graf  $G$ .

**Fullerene** adalah molekul polihedral yang terbentuk dari atom karbon yang dapat direpresentasikan menjadi sebuah graf dengan atom sebagai titik dan ikatan antar atom sebagai sisi. **Graf Fullerene** adalah graf planar 3-reguler terhubung yang berbentuk pentagon dan heksagon. Graf *Fullerene* dengan banyak titik genap telah didefinisikan oleh Grunbaum dan Motzkin, seperti  $n = 20$  yaitu **graf Dodecahedral**,  $n = 24$  yaitu **graf Petersen umum**, dan  $n = 60$  yaitu **graf Buckminsterfullerene** [1]. Graf *fullerene* yang akan penulis bahas dalam tugas akhir ini adalah graf **Buckminster-**

*fullerene*. Pada penelitian tugas akhir sebelumnya, telah diperoleh bahwa jika  $G$  adalah graf *Buckminsterfullerene*, maka dimensi metrik dari  $G$  adalah tiga, atau  $\dim(G) = 3$  [5].

## 1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan penulis kaji pada tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan dimensi partisi dari graf *Buckminsterfullerene*.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan di atas, maka tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah menentukan dimensi partisi dari graf *Buckminsterfullerene*.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari empat bab, yaitu Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori yang berisi materi dasar dan materi penunjang yang akan digunakan dalam penyelesaian permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini. Bab III berisikan langkah-langkah menentukan dimensi partisi dari graf *Buckminsterfullerene*, dan Bab IV yang berisi kesimpulan dari tugas akhir ini. Hasil baru berupa teorema pada tugas akhir ini ditandai dengan  $\diamond$ .