BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Bentuk umum persamaan diferensial linier orde dua adalah sebagai berikut:

$$D^2y(t) + \gamma_1(t)Dy(t) + \gamma_2(t)y(t) = s(t), \tag{1.1.1}$$

dimana $D = \frac{d}{dt}$. Jika γ_1 dan γ_2 adalah konstanta dan $s(t) = 0$, maka (1.1.1) disebut persamaan diferensial biasa linear orde dua homogen dengan koefisien konstanta. Seiring dengan perkembangan kalkulus biasa menjadi kalkulus *fractional*, persamaan diferensial juga mengalami perkembangan pula. Salah satu persamaan diferensial yang paling banyak dijumpai dalam literatur adalah persamaan diferensial *fractional*. Persamaan diferensial *fractional* dimaknai sebagai suatu persamaan diferensial yang memuat turunan *fractional*.

Ada berbagai jenis konsep turunan *fractional* dalam literatur, diantaranya adalah turunan *fractional* tipe Caputo, dan turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville. Turunan *fractional* tipe Caputo orde α dengan $j-1 < \alpha < j, j \in \mathbb{N}$, dari fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?] :

$$D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(j-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{j-\alpha-1} D^j f(\tau) d\tau, \tag{1.1.2}$$

dimana Γ adalah fungsi Gamma. Selain itu, turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville orde α dengan $j-1 \leq \alpha \leq j, j \in \mathbb{N}$, dari suatu fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?]:

$$D^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(j-\alpha)} D^{j} \int_{0}^{t} \frac{f(\tau)d\tau}{(t-\tau)^{\alpha+1-j}} \tag{1.1.3}$$

Akhir-akhir ini, Jumarie [?] momodifikasi turunan *fractional* Riemann-Liouville dari turunan konstanta adalah bukan nol menjadi turunan konstanta adalah nol, dan turunan *fractional* tersebut disebut turunan *fractional* tipe Jumarie. Turunan *fractional* tipe Jumarie dari suatu fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?]:

$$D^{\alpha} f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(-\alpha)} \displaystyle\int_{0}^{t} (t-\tau)^{-\alpha-1} f(\tau) - d\tau, & \alpha < 0 \\ \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha)} D \displaystyle\int_{0}^{t} (t-\tau)^{-\alpha} [f(\tau) - f(0)] d\tau, & 0 < \alpha < 1 \\ [f^{(\alpha-n)}(t)]^{(n)}, & n \leq \alpha < n+1, n \geq 1 \end{cases} \tag{1.1.4}$$

Dalam skripsi ini akan dikaji solusi persamaan diferensial *fractional* linier orde $(2, \alpha)$ dan $(3, \alpha)$ homogen dengan koefisien konstan, yaitu:

$$D^{2\alpha} y(t) - \gamma_1 D^{\alpha} y(t) + \gamma_2 y(t) = 0 \tag{1.1.5}$$

dan

$$D^{3\alpha} y(t) - \gamma_1 D^{2\alpha} y(t) + \gamma_2 D^{\alpha} y(t) - \gamma_3 y(t) = 0 \tag{1.1.6}$$

dimana γ_1, γ_2 dan γ_3 adalah konstanta dengan turunan *fractional* tipe Jumarie seperti yang diberikan oleh persamaan (1.1.4).

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi persamaan diferensial *fractional* linier orde $(2, \alpha)$ dan $(3, \alpha)$ dengan turunan tipe Jumarie.

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, batasan masalah difokuskan pada persamaan (1.1.5) dan (1.1.6) dengan $0 < \alpha < 1$, dengan koefisien konstanta dan homogen.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah mengetahui solusi dari persamaan (1.1.5) dan (1.1.6) menggunakan turunan *fractional* Jumarie berorde $(2, \alpha)$ dan $(3, \alpha)$.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut : Bab I Pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang memuat teori-teori dasar sebagai acuan yang digunakan dalam pembahasan. Bab III Pembahasan yang berisikan penjelasan mengenai solusi dari persamaan (1.1.5) dan (1.1.6). Bab IV Penutup, yang memuat kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan.