

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang sifat-sifat graf. Suatu graf merupakan himpunan dari objek-objek yang disebut titik (*vertex*) yang terhubung oleh sisi (*edge*). Suatu sisi dapat menghubungkan suatu titik dengan titik yang sama yang dinamakan *loop*. Sebuah graf dapat merupakan pasangan terurut $(V(G), E(G))$ yang terdiri dari himpunan tak kosong titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$.

Teori Graf berawal dari masalah teka teki sebuah jembatan yang ada di kota Konisberg. permasalahan tersebut adalah melewati ketujuh jembatan tepat satu kali. Masalah teka teki jembatan tersebut akhirnya menarik perhatian Leonardo Euler yang seorang ahli matematika untuk memecahkan permasalahan tersebut menggunakan struktur yang dinamakan graf. Di dalam teori graf, banyak konsep dan algoritma yang dikembangkan untuk memahami dan memecahkan berbagai masalah yang kompleks, salah satunya adalah pelabelan graf[1].

Salah satu topik bahasan dalam teori graf adalah pelabelan pada graf, pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan yang memasang unsur-unsur pada graf (titik dan sisi) dengan bilangan asli. Jika domain fungsi (pemetaan)

adalah titik, pelabelan tersebut merupakan pelabelan titik(*vertex labeling*). Jika domainnya adalah sisi, pelabelan tersebut merupakan pelabelan sisi(*edge labeling*). Jika domainnya titik dan sisi, maka pelabelan tersebut merupakan pelabelan total (*total labeling*). Asal usul tentang pelabelan yang awalnya diperkenalkan oleh Sedláček (1964), kemudian dikembangkan oleh Steward (1966), serta Kotzig dan Rosa (1970) [2], topik seputar pelabelan ini sudah banyak diteliti dalam bentuk artikel dan skripsi.

Graf kipas bertangkai Kt_n merupakan hasil modifikasi dari graf kipas F_n melalui proses amalgamasi salah satu titik pada graf K_3 dengan titik pusat pada graf kipas F_n . Struktur graf ini terinspirasi dari bentuk kipas lipat yang memiliki bagian tangkai menyerupai segitiga. Pemilihan graf tersebut didasarkan pada kenyataan bahwa graf kipas F_n telah banyak digunakan sebagai objek kajian dalam berbagai penelitian pelabelan graf, sehingga pengembangan strukturnya menjadi bentuk graf baru merupakan langkah yang relevan untuk memperluas kajian pada bidang tersebut.

Berbagai penelitian terdahulu menunjukkan bahwa graf kipas F_n memiliki karakteristik yang mendukung keberadaan berbagai jenis pelabelan, di antaranya pelabelan *graceful* [3], dan pelabelan total (a, d) -sisi anti-ajaib super pada kondisi tertentu [4]. Meskipun demikian, pembahasan mengenai sifat pelabelan pada graf hasil modifikasi dari graf kipas, khususnya graf kipas bertangkai Kt_n , masih sangat terbatas. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk mengkaji sifat pelabelan total pada graf kipas bertangkai Kt_n sebagai salah satu bentuk pengembangan dari graf kipas F_n .

Berdasarkan uraian tersebut, graf kipas bertangkai Kt_n dipilih sebagai objek penelitian karena memiliki struktur yang berbeda dari graf kipas F_n , namun tetap mempertahankan karakteristik dasar yang memungkinkan untuk dianalisis menggunakan konsep pelabelan graf. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pengembangan teori pelabelan graf, khususnya pada kelas graf hasil modifikasi, serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya yang mengkaji pelabelan pada graf hasil amalgamasi maupun bentuk modifikasi graf lainnya.

1.2 Rumusan Masalah

Sebagaimana yang diuraikan pada latar belakang, permasalahan yang akan dibahas pada penelitian tugas akhir ini adalah bagaimana graf kipas bertangkai Kt_n ini memiliki pelabelan total ajaib dan (a, d) anti ajaib untuk sisi dan titik pada kasus $2 \leq n \leq 6$.

1.3 Batasan Masalah

Secara umum untuk bagian tangkai pada graf kipas bertangkai Kt_n dapat berupa graf apapun dengan syarat salah satu titik pada graf tersebut di amalgamasikan dengan titik pusat c ada graf kipas, namun untuk batasan graf yang dipakai pada penelitian tugas akhir ini adalah graf bagian tangkai yaitu graf lengkap K_3 dan Kt_n yaitu $2 \leq n \leq 6$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah untuk menentukan pelabelan total dari graf kipas bertangkai Kt_n , yaitu pelabelan total titik ajaib, pelabelan total sisi ajaib, pelabelan total titik (a, d) anti ajaib, dan pelabelan total sisi (a, d) anti ajaib pada graf kipas bertangkai Kt_n untuk $2 \leq n \leq 6$.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada tugas akhir ini yaitu. Bab I adalah Pendahuluan yang berisikan latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang berisikan dasar dari teori graf, graf bertangkai, dan tentang pelabelan pada graf. Bab III yaitu Hasil dan Pembahasan dari penelitian tugas akhir ini dan Bab IV adalah Penutup yang berisikan Kesimpulan dan Saran.