

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf adalah struktur diskrit yang terdiri atas titik (*vertex*) dan sisi (*edge*), yang mana titik-titik tersebut saling dihubungkan oleh sisi[1]. Struktur ini banyak diterapkan untuk memodelkan berbagai permasalahan di bidang ilmu komputer, jaringan, optimasi, maupun kombinatorika.

Pewarnaan graf merupakan salah satu topik yang cukup penting dalam teori graf, karena berfungsi untuk memberikan identitas atau pembeda pada setiap titik maupun sisi. Warna yang berbeda harus dimiliki oleh setiap titik atau sisi yang saling bertetangga. Adapun bilangan kromatik suatu graf G , yang dinotasikan dengan $\chi(G)$, merupakan banyaknya warna minimum yang dibutuhkan untuk mewarnai seluruh titik pada graf tersebut. Konsep tersebut selanjutnya berkembang menjadi bilangan kromatik lokasi, yang diperkenalkan pertama kali oleh Chartrand dkk.[2] pada tahun 2002 melalui penggabungan dua konsep, yaitu pewarnaan titik dan dimensi partisi suatu graf. Dimensi partisi didefinisikan sebagai suatu k -partisi penyelesaian terhadap $V(G)$ dengan kardinalitas paling kecil.

Pada graf G , notasi S_i digunakan untuk menyatakan himpunan titik-titik berwarna i , untuk $1 \leq i \leq k$. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ adalah suatu

himpunan partisi terurut dari $V(G)$. Kode warna adalah representasi titik $v \in V(G)$ terhadap Π yang diperoleh berdasarkan pewarnaan titik. Panjang lintasan terpendek dari suatu titik v ke setiap himpunan S_i menentukan kode warna dari titik v , yang dinotasikan dengan $c_\Pi(v)$. Apabila kode warna yang unik dimiliki oleh setiap titik berbeda pada G , maka pewarnaan tersebut disebut dengan pewarnaan lokasi. Bilangan kromatik lokasi dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ adalah banyaknya warna minimum yang digunakan terhadap pewarnaan lokasi suatu graf G [3].

Bilangan kromatik lokasi pada suatu graf telah diteliti oleh sejumlah peneliti, di antaranya graf siklus (C_n) dan graf lintasan (P_n) yang diperkenalkan oleh Chartrand[2]. Yuli[4] pada tahun 2013 kembali menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf pertemanan, serta join dari graf lintasan, lingkaran, dan graf lengkap. Sugesti dkk.[5] membahas bilangan kromatik lokasi pada graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ untuk $3 \leq n \leq 8$. Mardimar dkk.[6] pada tahun 2021 memperoleh bilangan kromatik lokasi graf *Buckminsterfullerence* B_{60} .

Selanjutnya, Welyyanti dkk.[7] berhasil memperoleh bilangan kromatik lokasi graf lobster $L_{n,m,1}$ untuk $m = 6$ dan $n = 2, 3, 4$. Pada tahun 2023, bilangan kromatik lokasi graf amalgamasi kipas berekor diperoleh oleh Welyyanti dkk.[8]. Welyyanti dkk.[9] juga memperoleh bilangan kromatik lokasi graf helm H_m untuk $10 \leq m \leq 28$. Fiqih[10] pada tahun 2023 memperoleh bilangan kromatik lokasi graf hasil amalgamasi sisi dari graf bintang dan graf lengkap. Chintia dan Narwen[11] pada tahun 2018 menentukan bilangan kromatik lokasi graf spinner $C_3 \times P_2 \odot \overline{K_1}$.

Berdasarkan penelusuran literatur-literatur di atas, topik bilangan kromatik lokasi untuk graf roda ganda (*double wheel graph*) DW_n belum pernah dikaji secara khusus. Graf ini pada dasarnya merupakan perluasan dari graf siklus biasa, yakni dengan menambahkan sebuah titik pusat sekaligus satu lingkaran luar tambahan yang keduanya terhubung ke titik pusat tersebut. Adanya penambahan struktur ini berpotensi mengubah pola kode warna yang dibutuhkan agar setiap titik tetap dapat dibedakan. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan teori graf, khususnya pada kajian bilangan kromatik lokasi graf roda ganda.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, perumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf roda ganda DW_n untuk $n \geq 3$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan penelitian ini adalah untuk memperoleh bilangan kromatik lokasi pada graf roda ganda DW_n untuk $n \geq 3$.

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan ini terbagi menjadi empat bab. Bab pertama memuat pendahuluan yang berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, serta gambaran sistematika penulisan secara keseluruhan. Bab kedua menyajikan

landasan teori yang menjadi dasar pijakan untuk membahas topik utama penelitian. Bab ketiga berisi pembahasan inti, yakni penentuan bilangan kromatik lokasi graf roda ganda DW_n untuk $n \geq 3$. Bab terakhir memuat kesimpulan dari keseluruhan hasil penelitian. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda $\diamond$.

