

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kombinatorika adalah salah satu cabang dalam matematika yang menjadi landasan dalam pengembangan berbagai kajian. Salah satunya adalah teori graf. Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan yang terdiri atas titik-titik beserta sisi yang menghubungkannya, di mana titik merepresentasikan objek tertentu dan sisi berfungsi sebagai penghubung antarobjek. Konsep graf dapat diterapkan untuk memodelkan jaringan jalan yang menghubungkan beberapa desa. Dalam pemodelan tersebut, setiap desa dinyatakan sebagai titik, sedangkan jalan yang menghubungkan dua desa dinyatakan sebagai sisi. Seiring perkembangannya, teori graf telah melahirkan berbagai kajian penting, di antaranya pewarnaan graf, pelabelan graf, dimensi metrik, dimensi partisi, dan teori Ramsey. Beberapa jenis graf yang sering dikaji meliputi graf lengkap, graf lintasan, graf lingkaran, dan graf bintang. Salah satu topik menarik dalam teori graf adalah bilangan Ramsey, yang mengkaji munculnya pola tertentu di dalam suatu kondisi yang tampak tidak teratur.

Teori Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930 melalui makalahnya "On A Problem Of Formal Logic" [1]. Pada tahun 1935, Erdős menerapkan teori Ramsey ke dalam kajian teori

graf [2]. Sejak saat itu, teori Ramsey berkembang menjadi salah satu topik dalam teori graf, khususnya melalui konsep bilangan Ramsey. Dalam teori graf, bilangan Ramsey klasik $r(m, n)$ didefinisikan sebagai bilangan bulat positif terkecil p sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada graf lengkap K_p senantiasa memuat subgraf lengkap K_m merah atau K_n biru [3]. Hingga saat ini, hanya sembilan nilai bilangan Ramsey klasik yang telah berhasil ditentukan secara eksak, antara lain $r(3, 3) = 6$, $r(3, 4) = 9$, $r(3, 5) = 14$, $r(3, 6) = 18$, $r(3, 7) = 23$, $r(3, 8) = 28$, $r(3, 9) = 36$, $r(4, 4) = 18$, dan $r(4, 5) = 25$ [4]. Menentukan nilai eksak dari bilangan Ramsey klasik merupakan permasalahan yang sangat kompleks karena dipengaruhi oleh kondisi ketidakteraturan strukturnya. Proses pembuktian menuntut pemeriksaan seluruh kemungkinan pewarnaan pada graf lengkap guna menjamin keberadaan subgraf K_m merah atau K_n biru pada bilangan terkecil. Saking sulitnya pembuktian ini, literatur menunjukkan bahwa sampai saat ini baru sembilan nilai bilangan Ramsey klasik yang berhasil dipecahkan oleh para peneliti terdahulu. Karena kesulitan menentukan bilangan Ramsey klasik, maka kajian ini kemudian diperluas menjadi bilangan Ramsey graf yang dapat diterapkan pada graf selain graf lengkap. Selanjutnya, bilangan Ramsey graf dikaji berdasarkan jumlah partitnya, yaitu bilangan Ramsey bipartit dan bilangan Ramsey multipartit. Pada tahun 2004, Burger dan Van Vuuren memperkenalkan dua jenis bilangan Ramsey multipartit, yaitu bilangan Ramsey multipartit ukuran dan bilangan Ramsey multipartit himpunan [5].

Kajian mengenai bilangan Ramsey multipartit himpunan terus berkembang untuk berbagai kombinasi graf. Beberapa hasil sebelumnya telah dipe-

roleh oleh sejumlah peneliti, di antaranya Chartrand [6] untuk $M_1(K_{2 \times 2}, K_{3 \times 3}) = 7$; Chvátal [7] untuk $M_1(K_{2 \times 2}, K_{4 \times 1}) = 10$; Harborth [8] untuk $M_2(K_{2 \times 2}, K_{3 \times 1}) = 4$, $M_2(K_{2 \times 2}, K_{4 \times 1}) = 7$, dan $M_1(K_{2 \times 3}, K_{2 \times 3}) = 18$; serta Exoo [9] menemukan nilai $M_1(K_{2 \times 2}, K_{6 \times 1}) = 18$. Sementara itu, Colton [10] memperluas kajian tersebut untuk kombinasi graf yang tidak harus berupa graf multipartit lengkap seimbang. Penelitian lain oleh Rahayu [11] berhasil menentukan nilai bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_t(P_3, P_s)$ untuk $3 \leq t \leq 5$ dan $3 \leq s \leq 20$. Namun, penelitian tersebut masih terbatas pada lintasan P_3 . Penelitian untuk graf lintasan yang lebih panjang seperti P_4 masih belum banyak dilakukan. Bertambahnya jumlah titik dan sisi pada P_4 menyebabkan konstruksi pewarnaan untuk menghindari kemunculannya, maupun proses pembuktiannya, menjadi lebih kompleks dibandingkan dengan P_3 . Oleh karena itu, penelitian ini difokuskan pada penentuan bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_t(P_4, P_s)$, yang diharapkan dapat memperluas hasil penelitian sebelumnya sekaligus memberikan kontribusi terhadap pengembangan kajian bilangan Ramsey dalam teori graf.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan Ramsey multipartit himpunan kombinasi $M_t(P_4, P_s)$ untuk $3 \leq t \leq 5$ dan $4 \leq s \leq 29$.

1.3 Batasan Masalah

Batasan nilai $t = 3, 4, 5$ digunakan agar hasilnya dapat dibandingkan sekaligus menjadi kelanjutan dari penelitian sebelumnya. Penggunaan nilai $s = 4$ hingga 29 juga diterapkan dari rentang awal $s = 3$ hingga 20, sehingga secara langsung memperluas cakupan penelitian tersebut.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menentukan bilangan Ramsey multipartit himpunan kombinasi $M_t(P_4, P_s)$ untuk $3 \leq t \leq 5$ dan $4 \leq s \leq 29$.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini terdiri atas empat bab. Bab I merupakan pendahuluan yang mencakup latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, serta sistematika penulisan. Bab II menguraikan konsep dan teori yang digunakan sebagai landasan dalam penelitian ini. Bab III membahas penentuan nilai bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_t(P_4, P_s)$ untuk $3 \leq t \leq 5$ dan $4 \leq s \leq 29$. Bab IV merupakan penutup yang berisi kesimpulan dan saran berdasarkan hasil penelitian.