

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan nonlinier seperti persamaan polinomial, persamaan transenden, dan persamaan trigonometri merupakan permasalahan dalam bidang matematika yang memiliki penerapan luas di berbagai bidang seperti teknik, fisika, ekonomi dan ilmu terapan lainnya. Dalam banyak kasus, solusi analitik dari persamaan nonlinier sulit diperoleh karena bentuknya yang rumit sehingga tidak dapat diselesaikan secara eksak dengan metode aljabar. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik yang memanfaatkan pendekatan iteratif dan mampu memberikan solusi hampiran secara efisien, akurat, dan stabil [1].

Berbagai metode numerik dengan pendekatan iteratif telah dikembangkan. Di antaranya, metode Newton-Raphson merupakan salah satu metode yang paling banyak digunakan. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Isaac Newton pada tahun 1669 dan kemudian diformalkan secara sistematis oleh Joseph Raphson pada tahun 1690 [2]. Metode Newton-Raphson memiliki laju konvergensi kuadratik dalam menentukan akar sederhana, sehingga mampu memperoleh hampiran akar dengan cepat [3].

Salah satu masalah yang sering terjadi dalam penyelesaian

persamaan nonlinier secara numerik menggunakan metode Newton-Raphson adalah ketika persamaan tersebut memiliki akar kembar. Pada akar kembar, kurva fungsi tidak memotong sumbu- x melainkan menjadi sangat datar di sekitar akar sehingga turunan pertama fungsinya mendekati nol. Kondisi ini menghasilkan permasalahan matematis yang sangat sensitif terhadap gangguan numerik. Akibatnya, galat pembulatan yang sangat kecil sekalipun dapat berkembang menjadi galat yang signifikan, bahkan menyebabkan kegagalan komputasi akibat pembagian dengan nol [4]. Selain itu, karena metode Newton-Raphson bergantung pada perhitungan turunan fungsi, laju konvergensinya mengalami penurunan dari laju kuadratik menjadi laju linier [1].

Salah satu metode yang dikembangkan untuk mengatasi kelemahan Newton-Raphson pada akar kembar adalah metode secant. Pada metode ini, turunan fungsi tidak dihitung secara eksplisit, melainkan didekati menggunakan interpolasi linier berdasarkan dua tebakan awal [1]. Akan tetapi, karena metode ini didasarkan pada aproksimasi garis lurus antara dua tebakan awal, laju konvergensinya dapat kembali menurun pada akar kembar ketika iterasi berada pada daerah di sekitar akar dengan gradien kecil. Hal ini menyebabkan metode secant menjadi kurang efektif karena perubahan iterasi yang lambat dan meningkatnya sensitivitas terhadap galat numerik.

Selain pengembangan metode iteratif, teknik percepatan seperti metode Aitken-Steffensen juga telah dikaji untuk meningkatkan laju konvergensi. Metode ini digagas pertama kali oleh Alexander Aitken pada

tahun 1926 dan kemudian dimodifikasi oleh Johan Steffensen pada tahun 1933 [5]. Metode Aitken-Steffensen tidak memerlukan evaluasi turunan fungsi, namun bergantung pada selisih berturut-turut dari deret iterasi. Dalam praktiknya, laju konvergensi metode ini dapat kembali menurun pada akar kembar karena perbedaan antar iterasi menjadi sangat kecil. Akibatnya, sensitivitas terhadap galat pembulatan meningkat sehingga peningkatan laju konvergensi menjadi kurang signifikan.

Berbagai pengembangan metode numerik yang telah dibahas sebelumnya masih menunjukkan keterbatasan dalam menyelesaikan persamaan nonlinier pada akar kembar. Dalam konteks ini, metode Muller yang diperkenalkan oleh David E. Muller pada tahun 1956 dinilai sebagai alternatif yang lebih *robust* [6]. Metode ini pada dasarnya merupakan pengembangan dari metode secant dengan menggantikan pendekatan interpolasi linier menjadi interpolasi kuadratik. Dalam setiap iterasinya, metode Muller menggunakan tiga titik tebakan awal yang berbeda untuk membentuk sebuah parabola yang merepresentasikan perilaku lokal fungsi secara lebih akurat [1]. Dengan mempertimbangkan informasi kelengkungan fungsi melalui aproksimasi kuadratik, metode ini secara teoritis lebih mampu mempertahankan perilaku konvergensi pada akar kembar tanpa memerlukan evaluasi turunan fungsi secara eksplisit. Pada penelitian ini akan dikaji lebih detail konstruksi dan konvergensi metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar. Penelitian ini menggunakan simulasi numerik dengan bantuan software MATLAB.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konstruksi metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar?
2. Bagaimana analisis konvergensi metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar?
3. Bagaimana penerapan metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar dan perbandingannya dengan metode Newton-Raphson dan metode secant?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Persamaan nonlinier yang digunakan berupa persamaan polinomial.
2. Penelitian berfokus pada akar riil dari persamaan nonlinier.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkonstruksi metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar.

2. Menganalisis konvergensi metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar.
3. Menerapkan metode Muller dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan akar kembar dan membandingkannya dengan metode Newton-Raphson dan metode secant.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan ini terbagi ke dalam empat bab. Bab I terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II memuat teori, konsep dasar, dan materi pendukung yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini. Bab III membahas penyelesaian persamaan nonlinier pada kasus akar kembar menggunakan metode Muller. Bab IV berisi kesimpulan dan saran.

