

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang



Matriks merupakan alat yang digunakan untuk merepresentasikan transformasi linier, sistem persamaan linier, dan model matematika di berbagai cabang ilmu pengetahuan [1]. Matriks adalah kumpulan bilangan yang disusun dalam baris dan kolom membentuk susunan persegi panjang [2]. Salah satu teori matriks yang banyak digunakan adalah konsep invers matriks. Suatu matriks  $A$  dikatakan memiliki invers apabila matriks  $A$  berbentuk bujur sangkar yang memiliki determinan tidak nol, matriks  $A$  disebut sebagai matriks invertibel atau dikenal juga sebagai matriks non-singular. Namun, tidak semua matriks memiliki determinan tidak nol sehingga terdapat matriks-matriks yang tidak memiliki invers.

Seiring perkembangannya, diperkenalkan konsep invers semu atau invers tergeneralisasi, yaitu konsep invers yang berlaku untuk matriks tidak bujur sangkar maupun matriks bujur sangkar yang memiliki determinan nol. Konsep ini pertama kali diperkenalkan oleh E. H. Moore pada tahun 1920 dan kemudian dikembangkan oleh Roger Penrose pada tahun 1955. Hasil pengembangan tersebut dikenal sebagai invers Moore-Penrose, yang merupakan salah satu bentuk dari invers tergeneralisasi.

Terdapat berbagai metode untuk menentukan invers Moore-Penrose dari suatu matriks, seperti metode eliminasi Gauss-Jordan [3], dekomposisi QR, dan dekomposisi nilai singular [4]. Meskipun metode-metode tersebut banyak digunakan, penerapannya sering kali menghadapi kendala. Sebagai contoh, metode dekomposisi nilai singular memerlukan perhitungan spektral yang cukup rumit [5]. Hal ini mendorong berkembangnya berbagai penelitian untuk mencari representasi invers Moore-Penrose yang lebih sederhana dan efisien secara komputasi. Salah satunya, dalam [5] diperkenalkan suatu metode penentuan invers Moore-Penrose melalui pendekatan polinomial karakteristik.

Metode dengan pendekatan polinomial karakteristik ini, didasarkan pada sifat bahwa invers dari matriks bujur sangkar invertibel dapat dinyatakan sebagai polinomial dari matriks tersebut. Namun, karena konsep polinomial matriks hanya berlaku untuk matriks bujur sangkar, diperlukan suatu kondisi khusus untuk memperluas penerapannya pada invers Moore-Penrose. Salah satu jenis matriks yang relevan adalah matriks EP, yaitu matriks yang komutatif dengan invers Moore-Penrose-nya. Sifat komutatif ini juga dipenuhi apabila matriks tersebut memiliki ruang null yang sama dengan transpos konjugatnya.

Kemudian dalam [5] juga ditunjukkan bahwa invers Moore-Penrose dari matriks EP dapat dinyatakan sebagai polinomial dari matriks tersebut. Sementara itu, untuk matriks sembarang, invers Moore-Penrose dapat dinyatakan sebagai hasil kali transpos konjugat suatu matriks dengan polinomial dari matriks Hermitian terkait. Polinomial tersebut dapat ditentukan melalui polinomial karakteristik tanpa melibatkan perhitungan

nilai eigen secara eksplisit. Hal ini memberikan langkah-langkah perhitungan invers Moore-Penrose yang lebih sederhana. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengulas kembali penggunaan polinomial karakteristik sebagai metode dalam menentukan invers Moore-Penrose dari suatu matriks.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana cara menentukan invers Moore-Penrose dari suatu matriks dengan menggunakan metode polinomial karakteristik.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan invers Moore-Penrose dari suatu matriks dengan menggunakan metode polinomial karakteristik.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri atas empat bab. Bab I Pendahuluan memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, serta sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori memuat teori-teori yang digunakan dalam penyelesaian permasalahan penelitian. Bab III Pembahasan memuat lema, proposisi, dan teorema serta langkah-langkah dan contoh perhitungan invers Moore-Penrose dengan menggunakan metode polinomial karakteristik. Bab IV Kesimpulan memuat simpulan dari hasil penelitian.