

**MENENTUKAN INVERS MOORE-PENROSE
DENGAN METODE ITERATIF ORDE DUA
BERBASIS PERSAMAAN PENROSE**

SKRIPSI

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA



2. NOVA NOLIZA BAKAR, M.Si

**DEPARTEMEN MATEMATIKA DAN SAINS DATA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS**

PADANG

2026

ABSTRAK

Invers Moore-Penrose merupakan generalisasi invers matriks yang dapat diterapkan pada matriks singular maupun non singular. Metode yang umum digunakan untuk menghitungnya adalah metode dekomposisi nilai singular. Namun, metode ini memiliki komputasi yang besar, terutama untuk matriks berukuran besar. Oleh karena itu, banyak berkembang metode numerik yang lebih efisien, salah satunya metode iteratif orde dua berbasis persamaan Penrose (1) $AXA = A$ dan (2) $XAX = X$ untuk menentukan invers Moore-Penrose dari sebarang matriks. Metode ini menghasilkan skema iteratif $X_{k+1} = X_k - 2X_k((AX_k)^{1/2} - I)$ dengan nilai awal $X_0 = \alpha A^*$, dimana α memenuhi syarat tertentu agar iterasi konvergen. Analisis konvergensi menggunakan dekomposisi nilai singular yang mengubah masalah konvergensi matriks menjadi skalar menunjukkan bahwa metode iteratif orde dua berbasis persamaan Penrose konvergen secara kuadrat ke invers Moore-Penrose. Selain itu, hasil uji numerik menunjukkan bahwa metode ini mampu mencapai konvergensi dengan jumlah iterasi yang relatif sedikit serta menghasilkan aproksimasi yang akurat. Dengan demikian, metode iteratif orde dua berbasis persamaan Penrose dapat menjadi alternatif yang efisien dalam menentukan invers Moore-Penrose, khususnya untuk matriks berukuran besar.

Kata kunci: *invers Moore-Penrose, metode iteratif orde dua, persamaan Penrose, konvergensi kuadrat*

ABSTRACT

The Moore-Penrose inverse is a generalization of the matrix inverse that can be applied to both singular and non-singular matrices. The commonly used method to compute it is the Singular Value Decomposition, which has high computational complexity, especially for large matrices. Therefore, more efficient numerical methods have been developed, one of which is a second-order iterative method based on the Penrose equations (1) $AXA = A$ and (2) $XAX = X$ to determine the Moore-Penrose inverse of an arbitrary matrix. This method produces the iterative scheme $X_{k+1} = X_k - 2X_k((AX_k)^{1/2} - I)$ with the initial value $X_0 = \alpha A^*$, where α satisfies certain conditions to ensure convergence. Convergence analysis using Singular Value Decomposition transforms the matrix convergence problem into a scalar problem and shows that the method converges quadratically to the Moore-Penrose inverse. Furthermore, numerical results indicate that this method achieves convergence with a relatively small number of iterations and produces accurate approximations. Therefore, the second-order iterative method based on the Penrose equations can be considered an efficient alternative for computing the Moore-Penrose inverse, particularly for large-scale matrices.

Keywords: *Moore-Penrose inverse, second-order iterative method, Penrose equations, quadratic convergence*