

## BAB IV

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Penelitian ini mengkonstruksi model matematika populasi penderita diabetes dengan komplikasi. Populasi penderita diabetes dibagi ke dalam tiga kompartemen, yaitu penderita dengan komplikasi ringan  $C_1(t)$ , penderita dengan komplikasi berat  $C_2(t)$ , dan total populasi penderita diabetes  $N(t)$ . Berdasarkan asumsi biologis dan epidemiologis, diperoleh dua bentuk model, yaitu model linier dengan laju perkembangan komplikasi konstan dan model nonlinier dengan laju perkembangan komplikasi yang bergantung pada proporsi penderita dalam populasi.

Model linier:

$$\frac{dC_1}{dt} = -(\xi + \lambda_1)C_1 - \lambda_1 C_2 + \lambda_1 N,$$

$$\frac{dC_2}{dt} = (\eta - \lambda_2)C_1 - (\theta + \lambda_2)C_2 + \lambda_2 N,$$

$$\frac{dN}{dt} = -\delta_1 C_1 - \Lambda C_2 - \mu N + I.$$

Model Nonlinier:

$$\begin{aligned}\frac{dC_1}{dt} &= (\alpha - \xi)C_1 - \alpha \frac{C_1(C_1 + C_2)}{N}, \\ \frac{dC_2}{dt} &= \eta C_1 + (\alpha - \theta)C_2 - \alpha \frac{C_2(C_1 + C_2)}{N}, \\ \frac{dN}{dt} &= -\delta_1 C_1 - \Lambda C_2 - \mu N + I.\end{aligned}$$

2. Analisis model linier menunjukkan bahwa sistem memiliki satu titik ekuilibrium positif yang bersifat stabil asimtotik lokal, sehingga solusi sistem akan menuju keadaan setimbang dalam jangka panjang. Sementara itu, analisis model nonlinier menunjukkan tiga titik ekuilibrium, yaitu titik bebas komplikasi ( $TE_1$ ), titik dengan dominasi komplikasi berat ( $TE_2$ ), dan titik ekuilibrium endemik ( $TE_3$ ). Hasil analisis kestabilan lokal menunjukkan bahwa titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal pada kondisi tertentu, sedangkan titik ekuilibrium yang merepresentasikan komplikasi berat ( $TE_2$ ) bersifat tidak stabil.

Titik ekuilibrium pada model linier:

$$E_l = \left( \frac{\lambda_1 \theta I}{\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + A_3}, \frac{(\eta \lambda_1 + \lambda_2 \xi) I}{\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + A_3}, \frac{(\lambda_1 (\eta + \theta) + \xi (\lambda_2 + \theta)) I}{\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + A_3} \right).$$

Titik ekuilibrium pada model nonlinier:

1.  $TE_1 = \left( 0, 0, \frac{I}{\mu} \right),$
2.  $TE_2 = \left( 0, \frac{(\alpha - \theta) I}{\alpha \mu + (\alpha - \theta) \Lambda}, \frac{\alpha I}{\alpha \mu + (\alpha - \theta) \Lambda} \right),$
3.  $TE_3 = \left( \frac{(\alpha - \xi)(\theta - \xi) I}{\Phi}, \frac{\eta(\alpha - \xi) I}{\Phi}, \frac{\alpha(\eta + \theta - \xi) I}{\Phi} \right).$

3. Simulasi numerik pada model linier dan nonlinier menunjukkan bahwa solusi sistem pada kedua model menuju titik ekuilibrium yang stabil

asimtotik lokal, baik dengan maupun tanpa pemulihan, sehingga dinamika populasi penderita diabetes akan mencapai keadaan setimbang dalam jangka panjang. Struktur model memengaruhi distribusi populasi, di mana model nonlinier menghasilkan jumlah komplikasi ringan lebih kecil daripada model linier, namun komplikasi berat tetap mendominasi. Adanya pemulihan menurunkan jumlah penderita dengan komplikasi ringan, tetapi tidak selalu mengurangi komplikasi berat, bahkan pada model nonlinier jumlahnya sedikit lebih besar karena pemulihan memperpanjang waktu hidup penderita sehingga peluang berkembang ke komplikasi berat tetap ada. Sebaliknya, tanpa pemulihan jumlah komplikasi ringan cenderung lebih besar, sedangkan total populasi pada keadaan setimbang, baik pada model linier maupun nonlinier, lebih kecil daripada dengan pemulihan, yang menunjukkan bahwa pemulihan memperlambat laju keluarnya individu dari sistem dan meningkatkan akumulasi populasi jangka panjang. Secara keseluruhan, laju perkembangan komplikasi dan pemulihan berperan dalam menentukan distribusi populasi, dan tanpa pengendalian yang efektif, komplikasi berat akan tetap mendominasi dalam jangka panjang.