

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang utama dalam matematika diskrit yang memiliki berbagai penerapan di berbagai bidang, seperti ilmu industri kimia [1], pemerintahan, industri, keamanan [2], kesehatan, komputasi ilmiah [3]. Secara matematis, graf didefinisikan sebagai  $G(V, E)$  dimana  $V(G)$  merupakan himpunan tidak kosong yang terdiri dari titik-titik (simpul), dan  $E(G)$  adalah himpunan sisi yang menghubungkan pasangan titik dalam graf [4]. Salah satu topik penting dalam teori graf adalah pewarnaan graf, yaitu proses pemberian warna pada elemen graf dengan aturan bahwa elemen-elemen yang berdekatan tidak boleh memiliki warna yang sama [5]. Pewarnaan graf terbagi menjadi tiga jenis, yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah [6]. Secara khusus, pewarnaan titik menjadi salah satu bidang kajian yang banyak diteliti karena memiliki signifikansi teoritis serta berbagai aplikasi dalam dunia nyata [7].

Bilangan kromatik merupakan teori graf yang memiliki peran penting dalam memahami permasalahan pewarnaan graf. Chartrand, dkk. [8] pertama kali memperkenalkan konsep ini pada tahun 2002 dan mendefinisikannya sebagai jumlah minimum warna yang diperlukan untuk

mewarnai titik-titik suatu graf sehingga dua titik yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama. Konsep ini dikembangkan dari pewarnaan titik dan dimensi partisi pada graf. Bilangan kromatik suatu graf, yang dinotasikan sebagai  $\chi(G)$ .

Pada awal pengembangannya, Chartrand, dkk. [8] memperkenalkan beberapa teorema dasar mengenai bilangan kromatik lokasi. Selanjutnya Chartrand, dkk menentukan nilai bilangan kromatik lokasi untuk beberapa kelas graf, seperti graf lintasan dan graf lingkaran. Pada tahun 2003, Chartrand, dkk mengkarakterisasi graf berorde  $n$  dengan bilangan kromatik lokasi  $n - 1$ .

Selanjutnya, penelitian mengenai bilangan kromatik lokasi terus berkembang. Pada tahun 2012, Asmianti, dkk. menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf kembang api [9]. Pada tahun yang sama, Asmianti dan Baskoro mengkarakterisasi semua graf yang mengandung siklus dengan bilangan kromatik lokasi tiga [10]. Baskoro dan Purwanisih mengkaji bilangan kromatik lokasi pada operasi korona antara dua graf, meliputi lintasan dengan graf lengkap, lintasan dengan komplemen graf lengkap, siklus dengan komplemen graf lengkap, graf lengkap dengan komplemen graf lengkap, serta graf lengkap dengan graf lengkap [11].

Pada tahun 2014, Welyyanti dkk. mengembangkan konsep bilangan kromatik lokasi agar dapat diterapkan pada semua jenis graf, termasuk graf tak terhubung. Pada tahun yang sama, Behtoei dan Anbarloei [12] mengkaji bilangan kromatik lokasi pada graf roda. Selain itu, Welyyanti dkk. juga

melakukan penelitian mengenai bilangan kromatik lokasi pada graf tak terhubung yang komponennya berupa graf lintasan [13].

Dalam beberapa tahun terakhir, penelitian mengenai bilangan kromatik lokasi telah berkembang pesat, terutama dalam analisis berbagai jenis graf khusus. Salah satu graf yang menarik untuk dikaji adalah graf pensil  $PC_n$  yang memiliki struktur unik dan potensi aplikasi dalam berbagai bidang seperti pemodelan sistem paralel, jaringan komunikasi sederhana, jalur produksi ganda, serta alur pelayanan terpusat [14]. Graf pensil yang dinotasikan sebagai  $PC_n$  merupakan graf terhubung yang dibentuk dari graf lintasan  $P_n$  dengan graf daun  $K_n$  di dalamnya sehingga menyerupai pola pensil [15]. Dari konstruksi ini kemudian dikembangkan graf baru yang disebut graf pensil rantai, yaitu gabungan  $m$  buah graf pensil, yang dinotasikan dengan  $PC_{n,m}$ .

Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi dari pensil rantai  $PC_{n,m}$ . Bilangan kromatik lokasi graf pensil  $PC_n$  belum pernah diteliti sebelumnya. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf pensil rantai  $PC_{n,m}$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan nilai bilangan kromatik lokasi pada graf pensil rantai  $PC_{n,m}$  untuk  $n, m \geq 2$ .

### 1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi graf pensil rantai  $PC_{n,m}$  untuk  $n, m \geq 2$ .

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini disusun ke dalam empat bab. Bab I merupakan pendahuluan yang mencakup latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, serta sistematika penulisan. Bab II memuat landasan teori yang berisi konsep-konsep dasar dan teori pendukung yang bersumber dari berbagai referensi sebagai dasar pembahasan. Bab III menyajikan hasil penelitian dan pembahasannya. Selanjutnya, Bab IV merupakan penutup yang berisi kesimpulan dari penelitian ini. Adapun hasil-hasil baru yang diperoleh dalam penelitian ini diberi tanda  $\diamond$ .

