

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan mengenai model kecepatan translasi dan kecepatan rotasi benda dalam gerakan *sliding-rolling* dengan pendekatan adjoin, dapat disimpulkan bahwa pendekatan adjoin memberikan kerangka geometris yang sistematis untuk memformulasikan kinematika kontak antara dua permukaan yang bergerak relatif. Melalui penggunaan kerangka Darboux dan konsep kurva adjoin, hubungan antara lintasan titik kontak pada permukaan tetap dan permukaan bergerak dapat dinyatakan secara konsisten dan invarian terhadap sistem koordinat.

Persamaan kecepatan translasi dan kecepatan rotasi pada gerakan *sliding-rolling* berhasil diturunkan dengan memanfaatkan parameter geometri diferensial, yaitu kelengkungan geodesik, kelengkungan normal, dan torsi geodesik. Persamaan yang diperoleh, yaitu:

$$\vec{v} = (\sigma(1 - \lambda \cos \varphi))\vec{e}_1 - (\sigma \lambda \sin \varphi)\vec{e}_2,$$

$$\vec{\omega} = (\sigma(-\lambda(\kappa_n^* \sin \varphi + \tau_g^* \cos \varphi) + \tau_g)\vec{e}_1 + (\sigma(\lambda(\kappa_n^* \cos \varphi - \tau_g^* \sin \varphi) - \kappa_n))\vec{e}_2 + (\sigma(-\lambda(\kappa_g^* - \frac{d\varphi}{ds^*}) + \kappa_g))\vec{e}_3).$$

Hasil ini menunjukkan bahwa karakteristik geometris permukaan pada titik

kontak berperan penting dalam menentukan apakah gerak relatif yang terjadi berupa *rolling* murni, *sliding*, atau kombinasi keduanya. Secara khusus, kesamaan kelengkungan kedua permukaan pada titik kontak menghasilkan kondisi *rolling* murni, sedangkan perbedaan kelengkungan menyebabkan terjadinya *sliding*.

Lintasan titik kontak pada permukaan bergerak dan permukaan tetap dapat dijelaskan melalui persamaan adjoin yang menghubungkan koordinat titik tetap dalam dua kerangka yang berbeda. Persamaan dari lintasan pada titik tetap P yang relatif terhadap titik kontak M dapat dijelaskan melalui persamaan (3.5.4) sampai (3.5.6) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x(s) &= x_0 + \int_0^s \left[A_1(\gamma)(\vec{e}_1(\gamma) \cdot \vec{i}) + A_2(\gamma)(\vec{e}_2(\gamma) \cdot \vec{i}) + A_3(\gamma)(\vec{e}_3(\gamma) \cdot \vec{i}) \right] d\gamma, \\ y(s) &= y_0 + \int_0^s \left[A_1(\gamma)(\vec{e}_1(\gamma) \cdot \vec{j}) + A_2(\gamma)(\vec{e}_2(\gamma) \cdot \vec{j}) + A_3(\gamma)(\vec{e}_3(\gamma) \cdot \vec{j}) \right] d\gamma, \\ z(s) &= z_0 + \int_0^s \left[A_1(\gamma)(\vec{e}_1(\gamma) \cdot \vec{k}) + A_2(\gamma)(\vec{e}_2(\gamma) \cdot \vec{k}) + A_3(\gamma)(\vec{e}_3(\gamma) \cdot \vec{k}) \right] d\gamma. \end{aligned}$$

Formulasi ini memperjelas interpretasi geometris dari gerakan *sliding-rolling*, sekaligus menyederhanakan analisis kinematika yang sebelumnya bersifat *overconstrained*. Contoh klasik berupa cakram yang bergerak di atas bidang datar memperlihatkan bahwa model yang diperoleh konsisten dengan hasil teoritis dan dapat divisualisasikan melalui simulasi numerik.

Dengan demikian, penelitian ini memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai hubungan antara kecepatan translasi, kecepatan rotasi, dan geometri permukaan dalam gerakan *sliding-rolling*.

4.2 Saran

Dalam pengembangan penelitian selanjutnya, disarankan agar analisis tidak hanya terbatas pada aspek kinematika, melainkan juga mencakup dinamika sistem yang mempertimbangkan efek slip, gesekan, dan interaksi gaya antara permukaan. Selain itu, contoh yang dianalisis dalam penelitian ini masih terbatas pada kasus klasik cakram pada bidang datar. Selanjutnya, untuk memperkaya hasil kajian, disarankan agar penelitian lanjutan mengkaji kasus permukaan dengan geometri yang lebih kompleks, seperti permukaan dengan kelengkungan variabel atau permukaan tak beraturan, sehingga peran parameter geometri diferensial dapat dianalisis lebih mendalam. Terakhir, pendekatan adjoin yang digunakan dalam penelitian ini bersifat geometris dan kontinu. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan formulasi diskrit atau numerik yang lebih efisien, sehingga model ini dapat diimplementasikan secara langsung pada simulasi komputer atau aplikasi teknik, seperti robotika dan mekanisme kontak roda permukaan.

Berdasarkan pengembangan-pengembangan tersebut, diharapkan pendekatan adjoin dalam analisis gerakan *sliding-rolling* dapat memberikan kontribusi yang lebih luas, baik dari sisi teori geometri diferensial maupun dari sisi aplikasi pada bidang mekanika dan rekayasa.