

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang dari matematika diskrit yang mempelajari struktur relasi antar objek yang direpresentasikan dalam bentuk titik dan sisi. Teori graf banyak digunakan dalam berbagai bidang, seperti jaringan komunikasi, ilmu komputer, transportasi, kimia, serta pemodelan struktur sosial, karena kemampuannya dalam merepresentasikan dan menganalisis hubungan antar objek secara sistematis [1].

Salah satu topik penting dalam teori graf adalah pewarnaan graf, yang berfungsi untuk memberikan identitas atau pembeda pada titik maupun sisi dengan syarat setiap titik atau sisi yang bertetangga harus memiliki warna yang berbeda. Bilangan kromatik suatu graf G , yang dinotasikan dengan $X(G)$, adalah banyaknya warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai titik-titik pada graf tersebut. Akhir-akhir ini graf mengalami perkembangan dan banyak terciptanya kajian-kajian baru diantaranya bilangan kromatik lokasi. Konsep bilangan kromatik Lokasi graf pertama kali dikaji oleh Chartrand dkk [2] pada tahun 2002, dengan mengembangkan dua konsep graf, yaitu pewarnaan titik dan dimensi partisi dari suatu graf.

Chartrand dkk. telah mendapatkan bilangan kromatik lokasi dari be-

berapa graf, diantaranya pada graf lintasan dan graf siklus. Adapun hasil bilangan kromatik lokasi menurut Chartrand dkk. adalah Graf lintasan P_n diperoleh $\chi_L(P_n) = 3$ untuk $n \geq 3$, dan Graf siklus C_n diperoleh dua hasil yaitu $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n ganjil dan $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n genap[2]. Selanjutnya pada tahun 2011, Asmiati dkk. telah berhasil menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi bintang [3]. Asmiati dkk. juga telah menentukan bilangan kromatik lokasi amalgamasi bintang yang dihubungkan oleh suatu lintasan[13]. Pada tahun 2012, Ali Behtoei dan Behnaz Omoomi juga telah memaparkan hasil dari bilangan kromatik lokasi untuk operasi kartesian dari graf $P_m \times P_n$ dengan $n \geq m \geq 2$, $K_m \times P_n$ dengan $m \geq 3, n \geq 2$, dan $K_m \times K_n$ dengan $m \geq 2, n \geq 3, m \leq n$ [4].

Penelitian terkait topik bilangan kromatik lokasi pada teori graf semakin berkembang, diantaranya pada tahun 2013 dan 2014, Welyyanti dkk. telah menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon n -ary lengkap $T(n, k)$ dengan $k = 1, 2, 3$ [5] dan bilangan kromatik lokasi untuk graf tak terhubung [6]. Bilangan kromatik lokasi untuk graf dengan titik dominan pada tahun 2015 dikaji oleh Welyyanti dkk. [14]. Pada tahun 2021, Welyyanti dkk. mendapatkan bilangan kromatik lokasi graf $H = P_m \cup W_n$ [15]. Tahun 2018, Chintia Deva Rianti dan Narwen menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf spinner ($C_3 \times P_2 \odot K_1$) dan diperoleh bilangan kromatik lokasi pada graf spinner $\chi_L(C_3 \times P_2 \odot K_1) = 4$ [7]. Selanjutnya, pada tahun 2023 Welyyanti dkk. menemukan bilangan kromatik lokasi pada graf Amalgamasi Kipas Ber-ekor $Amal\{F_{n_i}, P_{m_i}, b\}$ untuk $m_i \geq 2$ dan $2 \leq n_i \leq 23$ [16].

Berdasarkan penelusuran literatur yang telah dilakukan, belum ada penelitian yang berkaitan dengan penentuan bilangan kromatik lokasi pada graf bunga wijaya kusuma. Graf bunga wijaya kusuma WK_{2n} merupakan graf yang dikonstruksi berdasarkan struktur bunga wijaya kusuma yang terdiri atas empat komponen utama, yaitu putik, benang sari, mahkota, dan kelopak. Konstruksi graf ini dimulai dari graf roda, di mana titik pusat mewakili putik dan titik-titik pada siklus luar mewakili benang sari. Selanjutnya, setiap titik benang sari dihubungkan dengan titik-titik baru yang mewakili mahkota atau kelopak, kemudian titik-titik tersebut disusun membentuk siklus luar sehingga menyerupai struktur bunga asli [8]. Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi graf bunga wijaya kusuma WK_{2n} untuk $2 \leq n \leq 12$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian kali ini adalah berapa bilangan kromatik lokasi pada graf bunga wijaya kusuma WK_{2n} untuk $2 \leq n \leq 12$.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah diperolehnya bilangan kromatik lokasi pada graf bunga wijaya kusuma WK_{2n} untuk $2 \leq n \leq 12$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini disusun dalam empat bab. Bab I Pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, serta sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang berisi teori-teori yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada penelitian ini. Bab III Pembahasan, yang membahas bilangan kromatik lokasi graf bunga wijaya kusuma WK_{2n} untuk $2 \leq n \leq 12$. Bab IV Penutup, yang memuat kesimpulan dan saran. Adapun hasil baru dalam penelitian ini ditandai dengan simbol ◇.

