

BAB V

KESIMPULAN

Konvolusi adalah penjumlahan dari peubah-peubah acak bebas. Misalkan S_n adalah jumlah dari peubah acak $W_j \sim Cauchy_{penstabil}(0, 1)$ yang saling bebas, dimana $j = 1, 2, \dots, n$, dan memiliki fungsi kepadatan peluang (fkp) sebagai berikut

$$f_W(w; a, b) = \frac{\theta}{\pi} \frac{b}{b^2 + (w - a)^2},$$

untuk setiap $-1 \leq w \leq 1$, $-\infty < a < \infty$, dan $b > 0$, dengan

$$\theta = \frac{\pi}{\tan^{-1}\left(\frac{1-a}{b}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{-1-a}{b}\right)}.$$

Maka fungsi kepadatan peluang (fkp) dari S_n yang memuat konstanta penstabil adalah

$$f_{S_n}(s_n) = \frac{2}{\pi} \frac{n}{s_n^2 + n^2}, \quad (5.1)$$

untuk setiap $-n \leq s_n \leq n$.

Karakterisasi dari S_n yang memuat konstanta penstabil terdiri dari nilai harapan, variansi, *skewness*, kurtosis, fungsi pembangkit momen, dan fungsi karakteristik. Nilai dari semua karakteristik S_n yang memuat konstanta penstabil adalah sebagai berikut

a. Mean

$$E[S_n] = \mu = 0$$

b. Variansi

$$\text{Var}(S_n) = \frac{4n^2}{\pi} - n, \quad n \geq 2$$

c. *Skewness*

$$\text{Skew}(S_n) = 0$$

d. Kurtosis

$$\text{Kurt}(S_n) = \frac{\pi n^2(3\pi - 8)}{3(4n - \pi)^2}, \quad n \geq 2$$

e. Fungsi pembangkit momen

$$M_{S_n}(t) = 1 + tE[S_n] + \frac{t^2}{2!}E[S_n^2] + \dots$$

f. Fungsi karakteristik

$$\varphi_{S_n}(t) = \theta' e^{-n|t|},$$

dimana $\theta' = 2$ dan $n \geq 2$.

