

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Permasalahan gelombang nonlinier sering dijumpai pada berbagai fenomena alam, seperti dinamika fluida, kinematika reaksi kimia, proses difusi pada biologi, fisika optik, dan lain-lain. Secara matematis, permasalahan tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan diferensial parsial (PDP). Meningkatnya kajian terhadap model-model PDP dalam menjelaskan permasalahan gelombang nonlinier, membuat semakin berkembangnya metode-metode alternatif dalam menyelesaikan persamaan tersebut secara eksak. Beberapa metode penyelesaian PDP nonlinier yang berkembang adalah metode tanh, metode bilinear Hirota, metode ekspansi Painleve dan metode scattering invers [3].

Selain metode yang disebutkan di atas, akhir-akhir ini juga berkembang metode variasional yang dinilai efektif dalam menyelesaikan PDP nonlinier [9]. Metode variasional dikembangkan berdasarkan prinsip aksi terkecil, atau dikenal juga dengan prinsip Hamiltonian yang menyatakan bahwa persamaan gerak suatu benda ditentukan oleh titik-titik kritis dari aksi (yaitu integral dari Lagrangian terhadap waktu). Keberhasilan metode ini sangat bergantung pada fungsi penduga (ansatz) yang digunakan dalam mencari solusi yang diinginkan [10]. Apabila fungsi penduga yang dipilih tepat, maka solusi yang dihasilkan

merupakan solusi eksak.

Metode variasional telah banyak digunakan dalam mencari solusi eksak gelombang soliter pada berbagai PDP nonlinier, diantaranya persamaan Boussineq [5, 9], persamaan Schrödinger nonlinier [19] serta persamaan Benjamin-Bona-Mahony dan Kawahara [24]. Solusi gelombang soliter sendiri adalah solusi gelombang berjalan dari suatu PDP nonlinier dengan profil yang asimtotik ke suatu konstanta ketika koordinat spasialnya menuju  $\pm\infty$  dan tetap mempertahankan bentuknya ketika merambat pada kecepatan konstan [3]. Terdapat dua jenis profil solusi gelombang soliter yang sering dipelajari, yaitu *pulse* dan *kink*. *Pulse* adalah solusi gelombang soliter yang profilnya asimtotik ke nol ketika koordinat spasialnya menuju  $\pm\infty$  [16], sedangkan *kink* adalah solusi gelombang soliter yang profilnya asimtotik ke konstanta yang berbeda ketika koordinat spasialnya menuju  $\pm\infty$  [3].

Dalam penelitian ini, akan dibahas persamaan Kuramoto-Sivashinsky (KS). Persamaan KS dikembangkan secara terpisah oleh Yoshiki Kuramoto ketika mempelajari fenomena chaos yang disebabkan oleh proses difusi pada sistem reaksi [22], dan Gregory Sivashinsky ketika mempelajari perambatan permukaan nyala api (*flame front*) [8].

Persamaan KS telah menarik perhatian besar peneliti dalam studi dinamika PDP nonlinier, terutama yang berkaitan dengan pola-pola spasial-temporal dan chaos [18]. Persamaan KS juga memodelkan pergerakan fluida yang menuruni dinding vertikal dan reaksi kimia yang berdifusi seragam secara spasial dalam media homogen [15].

Kuramoto dan Tsuzuki [23] membuktikan bahwa persamaan KS memiliki solusi eksak gelombang soliter. Sejak saat itu, berbagai metode penyelesaian persamaan KS untuk memperoleh solusi eksak gelombang soliter telah banyak dikembangkan oleh berbagai peneliti. Beberapa di antaranya adalah Wazwaz yang menggunakan metode tanh [2, 3] dan Abbasbandy yang menggunakan metode analisis homotopi [17]. Pada penelitian ini, solusi eksak gelombang soliter pada persamaan KS akan dicari dengan menggunakan metode variasional, sebagai metode alternatif yang lebih sederhana namun menghasilkan solusi yang lebih umum.

## 1.2 Perumusan Masalah

Dalam penelitian ini akan dikaji bagaimana memperoleh solusi eksak gelombang soliter pada persamaan Kuramoto-Sivashinsky dengan menggunakan metode variasional.

## 1.3 Pembatasan Masalah

Penerapan metode variasional dalam memperoleh solusi eksak gelombang soliter pada persamaan Kuramoto-Sivashinsky dibatasi untuk jenis profil *kink*.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan solusi eksak gelombang soliter pada persamaan Kuramoto-Sivashinsky dengan menggunakan metode

variasional untuk jenis profil *kink*.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat dalam memperkaya kajian teoritis tentang solusi eksak gelombang soliter pada persamaan Kuramoto-Sivashinsky.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tesis ini dibagi atas empat bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan. Bab II berisi tentang definisi solusi gelombang soliter, persamaan Kuramoto-Sivashinsky, prinsip *Dominant Balance*, kalkulus variasi, mekanika Lagrangian, formulasi metode variasional. Selanjutnya Bab III memuat tentang perumusan Lagrangian, pemilihan fungsi ansatz, dan Lagrangian efektif dan titik kritis parameter variasional. Terakhir, Bab IV berisi kesimpulan dan saran.

