

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh seorang ahli matematika Swiss bernama Leonard Euler[1]. Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari konsep mengenai himpunan titik yang terkait dengan himpunan sisi. Graf digunakan untuk merepresentasikan hubungan antar objek diskrit, dimana objek-objek tersebut digambarkan sebagai titik dan hubungan antar objek digambarkan sebagai sisi.

Perkembangan teori graf pada saat ini cukup pesat karena berhubungan dengan kehidupan sehari-hari. Teori graf dapat membantu dalam menyelesaikan permasalahan dari berbagai bidang ilmu seperti jalur transportasi, ilmu komputer, dan lain sebagainya. Selain itu, teori graf dapat membantu dalam menentukan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf.

Pada tahun 2002, Chartrand dkk [2] memperkenalkan bilangan kromatik lokasi suatu graf G untuk pertama kalinya yang dinotasikan sebagai $\chi_L(G)$. Bilangan kromatik lokasi adalah banyaknya warna minimum yang digunakan untuk pewarnaan titik pada suatu graf. Konsep bilangan kromatik lokasi merupakan gabungan konsep pewarnaan titik dan dimensi partisi suatu graf. Pewarnaan titik suatu graf merupakan pemberian warna ke semua titik-titik pada

suatu graf dengan syarat setiap titik yang bertetangga memiliki warna yang berbeda.

Berikut penelitian yang telah dilakukan pada bilangan kromatik lokasi, diantaranya bilangan kromatik lokasi graf terhubung dan graf tak terhubung. Pada graf terhubung terdapat penelitian yang telah dilakukan yaitu Mardimar dkk [3] menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf Buckminsterfullerene yaitu 5. Selanjutnya, pada tahun 2022 Rahmatalia dkk [4] menunjukkan bahwa bilangan kromatik lokasi dari graf split lintasan dan barbeladalah sama, yang mana didapatkan bilangan kromatik lokasinya 4. Lessa dkk [5] mencari bilangan kromatik lokasi graf helm. Abdy dkk [6] memperoleh bilangan kromatik lokasi graf dual dari graf roda. Selanjutnya, Darmawahyuni dkk [7] mendapatkan bilangan kromatik lokasi graf ulat. Syafnur dkk [8] menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf berlian untuk $n = 3$ dan $n = 4$. Surbakti dkk [9] membahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf pizza. Welyyanti dkk [10] menemukan bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon n -ary lengkap. Pada tahun 2020, Kabang dkk [11] membahas tentang bilangan kromatik lokasi pada graf bayangan dan graf middle dari graf bintang. Selanjutnya, Nur dkk [12] mencari bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon pisang.

Teori tentang bilangan kromatik pada graf tak terhubung ditemukan oleh Welyyanti dkk [13] pada tahun 2014. Selanjutnya pada tahun 2020, Azhari dkk [14] mencari bilangan kromatik lokasi graf tak terhubung dengan graf lintasan dan graf bintang ganda sebagai komponen-komponennya.

Pada tahun 2025, Ponraj dkk [15] menentukan pelabelan terhadap

beberapa graf yang memuat siklus. Salah satu graf yang telah ditentukan sebelumnya adalah graf pentagonal circular ladder (PCL_n) yang mana akan dicari bilangan kromatik lokasi nya pada penelitian ini. Graf PCL_n adalah graf yang terbentuk dari graf lingkaran dan graf pentagonal yang dinotasikan dengan C_n . Graf C_n merupakan graf yang telah ditemukan bilangan kromatik lokasinya oleh Chartrand dkk [2] yaitu $\chi_L(C_n) = 3$ dengan n ganjil, dan $\chi_L(C_n) = 4$ dengan n genap.

Selanjutnya, graf pentagonal circular ladder (PCL_n) dikonstruksi membentuk graf pentagonal circular ladder ganda yang dinotasikan dengan (PCL_n') dengan menambahkan pentagonal yang terhubung dengan graf (PCL_n), sehingga membentuk pentagonal bertingkat. Graf PCL_n dan graf PCL_n' merupakan graf yang belum diperoleh bilangan kromatik lokasinya hingga saat ini. Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi graf pentagonal circular ladder (PCL_n) dan graf pentagonal circular ladder ganda (PCL_n') dengan $n \geq 3$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf pentagonal circular ladder (PCL_n) dan graf pentagonal circular ladder ganda (PCL_n'), dengan $n \geq 3$.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf pentagonal circular ladder (PCL_n) dan graf pentagonal circular ladder ganda (PCL'_n), dengan $n \geq 3$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tesis ini terdiri dari Bab I yaitu latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Pada Bab II terdiri dari landasan teori dan konsep dasar graf serta materi tentang bilangan kromatik lokasi. Bab III menjelaskan tentang bilangan kromatik lokasi graf pentagonal circular ladder. Selanjutnya pada Bab IV penutup yang berisi kesimpulan. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda $\diamond$.

