BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah cabang matematika yang mempelajari hubungan antar objek berupa titik (*vertex*) dan sisi (*edge*). Konsep ini pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss, Leonhard Euler, pada tahun 1736 melalui penyelesaian "Masalah Tujuh Jembatan Konigsberg". Teori graf memiliki beragam manfaat dalam kehidupan sehari-hari. Pada tahun 1847, G.R. Kirchoff berhasil mengembangkan teori pohon yang digunakan dalam persoalan jaringan listrik. Sepuluh tahun kemudian, A. Coyley juga menggunakan konsep pohon untuk menjelaskan permasalahan kimia hidrokarbon [1].

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan $G = (V, E)$, dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ merupakan himpunan tak kosong titik, dan $E(G) = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$ merupakan himpunan sisi yang menghubungkan dua titik di G. Konsep ini menjadi dasar teori graf karena dapat merepresentasikan hubungan antar objek secara matematis. Selain itu, graf banyak digunakan untuk merepresentasikan permasalahan nyata, misalnya dalam jaringan komputer, sistem transportasi, dan analisis hubungan sosial.

Salah satu topik yang menarik untuk diteliti pada teori graf adalah bilangan kromatik lokasi. Bilangan kromatik lokasi pertama kali dikenalkan oleh Chartrand dkk pada tahun 2002 [2]. Bilangan kromatik lokasi suatu graf G adalah minimum banyaknya warna yang digunakan untuk mewarnai titik-titik pada graf sedemikian sehingga setiap titik memiliki kode warna yang berbeda dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Bilangan kromatik lokasi mempunyai banyak manfaat dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya dalam penentuan jadwal perkuliahan dan penjadwalan tugas, konsep ini digunakan untuk menghindari konflik atau tumpang tindih pada penjadwalan, sehingga setiap kegiatan dapat berjalan dengan teratur. Dalam penyimpanan bahan kimia, bilangan kromatik lokasi membantu memastikan zat-zat berbahaya ditempatkan secara aman agar tidak menimbulkan reaksi yang merugikan. Sementara itu, dalam bidang transportasi, penerapan konsep ini pada pengaturan lampu lalu lintas dapat mengurangi kemacetan. Bahkan, pada pemetaan wilayah, bilangan kromatik lokasi mempermudah visualisasi agar batas-batas daerah tampak jelas dan mudah dipahami.

Beberapa penelitian telah dilakukan mengenai bilangan kromatik lokasi pada graf terhubung dan graf tak terhubung. Pada tahun 2014, Welyyanti dkk. [3] mendefinisikan suatu teori tentang bilangan kromatik lokasi pada graf tak terhubung. Selanjutnya, Welyyanti dkk. [4] memperoleh bilangan kromatik lokasi untuk graf dengan titik dominan. Welyyanti dkk. [5] membahas tentang bilangan kromatik lokasi untuk graf tak terhubung dengan graf lintasan dan graf lingkaran sebagai komponennya.

Pada tahun 2012, Asmiati dkk. [6] menemukan bilangan kromatik lokasi kembang api. Asmiati dan Baskoro. [7] menemukan graf yang memuat siklus dengan bilangan kromatik lokasinya tiga. Apriliza dkk. [8] memperoleh bilangan kromatik pada graf lobster. Suryaningsih dkk. [9] menemukan bilangan kromatik lokasi pada graf fibonaci. Zulkarnain dkk. [10] menemukan bilangan kromatik lokasi dari graf *buckminsterfullerene*.

Pada tahun 2021, Welyyanti dkk. [11] juga membahas bilangan kromatik lokasi pada graf tak terhubung dengan graf lintasan, graf lingkaran, dan graf bintang ganda sebagai komponen-komponennya. Kemudian ditahun 2023, Hartiansyah dkk. [12] menemukan bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi sisi dari graf bintang dan graf lengkap. Pada tahun berikutnya yaitu tahun 2024, Yulianti dkk. [13] menemukan bilangan kromatik lokasi amalgamasi dari beberapa graf lengkap. Nurinsani dkk. [14] menemukan bilangan kromatik lokasi gabungan graf palem.

Pada tahun 2025, Ponraj dkk. [15] mengkaji pelabelan PMC (*pair mean cordial*) pada kelas graf yang memuat siklus, salah satunya adalah graf zig-zag. Graf zig-zag, yang dinotasikan sebagai Z_n, merupakan graf terhubung yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dengan graf lintasan P_n di dalamnya sehingga menyerupai pola zig-zag. Dari konstruksi ini kemudian dikembangkan graf baru yang disebut graf zig-zag rantai, yaitu gabungan m buah graf zig-zag, yang dinotasikan dengan $Z_{n,m}$.

Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi dari graf zig-zag rantai $Z_{n,m}$. Chartrand dkk. [2] menemukan bilangan kromatik lokasi graf lingkaran C_n, diperoleh $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n bilangan ganjil dan $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n bilangan genap. Chartrand dkk. [2] juga menemukan bilangan kromatik lokasi graf lintasan P_n untuk $n \geq 3$ adalah $\chi_L(P_n) = 3$. Bilangan kromatik lokasi pada graf zig-zag $Z_{n,m}$ belum pernah diteliti sebelumnya. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf zig-zag rantai $Z_{n,m}$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah menemukan nilai bilangan kromatik lokasi pada graf zig-zag rantai $Z_{n,m}$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah menentukan nilai bilangan kromatik lokasi graf zig-zag rantai $Z_{n,m}$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini dibagi menjadi empat bab. Pada Bab I terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Pada Bab II terdiri dari definisi graf, pewarnaan suatu graf, dan bilangan kromatik lokasi suatu graf. Pada Bab III terdiri dari hasil dan pembahasan dari bilangan kromatik lokasi graf zig-zag rantai. Pada BAB IV terdiri dari kesimpulan dan saran. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda $\Diamond$.