

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Pada tugas akhir ini telah dibahas mengenai bentuk *soft graph* dari suatu graf hasil amalgamasi graf lintasan dengan graf kipas yang dinotasikan dengan $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, dimana graf tersebut diperoleh dari hasil amalgamasi dua graf kipas dan satu graf lintasan dengan menyatukan masing-masing titik pusat dari graf kipas ke titik pangkal dan ke titik ujung dari graf lintasan. Dalam hal ini, $2F_n$ menyatakan dua graf kipas dengan n titik, P_m menyatakan graf lintasan dengan m titik, a_1 dan a_m menyatakan dua titik hasil penyatuan dari titik-titik terminal untuk $m, n \in \mathbb{N}$ dengan $m \geq 1, n \geq 2$. Pada pembahasan tersebut telah diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = k, k > e(x)\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ untuk setiap $x \in A$ maka tidak ada *soft graph* atas G^* .
2. Pada $G^* = Amal(2F_n, a_1)$ dan $A = V(G^*)$. Misalkan A dibagi menjadi tiga partisi titik A_1, A_2, A_3 dengan $A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\}$, $A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, \dots, n-1, j = 1, 2\}$, $A_3 = \{a_1\}$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = 1\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$

untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_2, & \text{untuk } A_3, \\ P_3, & \text{untuk } A_2, \\ 2P_n, & \text{untuk } A_1. \end{cases}$$

3. Pada $G^* = Amal(2F_n, a_1)$ dengan n bernilai genap dan $A = V(G^*)$.

Misalkan A dibagi menjadi lima partisi titik A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 dengan

$$A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\}, A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, n-1, j = 1, 2\},$$

$$A_3 = \left\{ v_{i,j} \mid i = 3 \leq i \leq \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor \text{ atau } \left\lceil \frac{n+3}{2} \right\rceil \leq i \leq n-2, j = 1, 2 \right\},$$

$$A_4 = \left\{ v_{i,j} \mid i = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, j = 1, 2 \right\}, A_5 = \{a_1\}, \text{ jika } F(x) = \{y \in V(G^*) \mid$$

$$d(x, y) = 2\}, \text{ dan } K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\} \text{ untuk setiap}$$

$x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan

oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_n \cup P_{n-2}, & \text{untuk } A_1, \\ P_n \cup P_{n-3}, & \text{untuk } A_2, \\ P_n \cup P_{n-(i+1)} \cup P_{i-2}, & \text{untuk } A_3, \\ P_n \cup P_{\frac{n-2}{2}} \cup P_{\max\{0, \frac{n-4}{2}\}}, & \text{untuk } A_4, \\ \emptyset, & \text{untuk } A_5. \end{cases}$$

4. Pada $G^* = Amal(2F_n, a_1)$ dengan n bernilai ganjil dan $A = V(G^*)$.

Misalkan A dibagi menjadi lima partisi titik A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 dengan

$$A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\}, A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, n-1, j = 1, 2\},$$

$A_3 = \left\{ v_{i,j} \mid i = 3 \leq i \leq \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor \text{ atau } \left\lceil \frac{n+3}{2} \right\rceil \leq i \leq n-2, j = 1, 2 \right\},$
 $A_4 = \left\{ v_{i,j} \mid i = \frac{n+1}{2}, j = 1, 2 \right\}, A_5 = \{a_1\},$ jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = 2\},$ dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_n \cup P_{n-2}, & \text{untuk } A_1, \\ P_n \cup P_{n-3}, & \text{untuk } A_2, \\ P_n \cup P_{n-(i+1)} \cup P_{i-2}, & \text{untuk } A_3, \\ P_n \cup 2P_{\frac{n-3}{2}}, & \text{untuk } A_4, \\ \emptyset, & \text{untuk } A_5. \end{cases}$$

5. Pada $G^* = Amal(2F_n, a_1),$ jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) \leq k\},$ dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} C_3, & \text{untuk } x = v_{i,j} \text{ dan } k = 1; i = 1, n, j = 1, 2, \\ F_3, & \text{untuk } x = v_{i,j} \text{ dan } k = 1; i = 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \\ Amal(2F_n, a_1), & \text{untuk } x = v_{i,j} \text{ dan } k \geq 2; i = 1, \dots, n, j = 1, 2, \end{cases}$$

atau $x = a_1$ dan $k \geq 1.$

6. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$ dan $A \subset V(G^*).$ Misalkan A dibagi menjadi dua partisi titik A_1, A_2 dengan $A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\},$ $A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, \dots, n-1, j = 1, 2\},$ jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = 1\},$ dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan

oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_2, A_1, \\ P_3, A_2. \end{cases}$$

7. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$ dengan n bernilai genap dan $A \subset V(G^*)$. Misalkan A dibagi menjadi empat partisi titik A_1, A_2, A_3, A_4 dengan $A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\}$, $A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, n-1, j = 1, 2\}$, $A_3 = \{v_{i,j} \mid i = 3 \leq i \leq \lfloor n-1/2 \rfloor \text{ atau } \lceil n+3/2 \rceil \leq i \leq n-2, j = 1, 2\}$, $A_4 = \left\{v_{i,j} \mid i = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, j = 1, 2\right\}$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = 2\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_{n-2} \cup N_1, & \text{untuk } A_1, \\ P_{\max\{0, n-3\}} \cup N_1, & \text{untuk } A_2, \\ P_{n-(i+1)} \cup P_{i-2} \cup N_1, & \text{untuk } A_3, \\ P_{\frac{n-2}{2}} \cup P_{\max\{0, \frac{n-4}{2}\}} \cup N_1, & \text{untuk } A_4. \end{cases}$$

8. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$ dengan n bernilai ganjil dan $A \subset V(G^*)$. Misalkan A dibagi menjadi empat partisi titik A_1, A_2, A_3, A_4 dengan $A_1 = \{v_{i,j} \mid i = 1, n, j = 1, 2\}$, $A_2 = \{v_{i,j} \mid i = 2, n-1, j = 1, 2\}$, $A_3 = \{v_{i,j} \mid i = 3 \leq i \leq \lfloor n-1/2 \rfloor \text{ atau } \lceil n+3/2 \rceil \leq i \leq n-2, j = 1, 2\}$, $A_4 = \left\{v_{i,j} \mid i = \frac{n+1}{2}, j = 1, 2\right\}$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = 2\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ dengan $A = \{v_{i,j} \mid i = 1, \dots, n, j = 1, 2\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(x) = \begin{cases} P_{n-2} \cup N_1, & \text{untuk } A_1, \\ P_{\max\{0, n-3\}} \cup N_1, & \text{untuk } A_2, \\ P_{n-(i+1)} \cup P_{i-2} \cup N_1, & \text{untuk } A_3, \\ 2P_{\frac{n-3}{2}} \cup N_1, & \text{untuk } A_4. \end{cases}$$

9. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = k\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ dengan $A = \{v_{i,j} \mid i = 1, \dots, n, j = 1, 2\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(v_{i,j}) = \begin{cases} N_1, & 3 \leq k \leq m, \\ P_n, & k = m + 1. \end{cases}$$

10. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) = k\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ dengan $A = \{a_l \mid l = 1, \dots, m\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(a_l) = \begin{cases} P_n \cup N_1, & \text{untuk } 1 \leq k \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor; l = k, m - k + 1, \\ N_2, & \text{untuk } k < \min(l, m + 1 - l); l = 1, \dots, m, \\ N_1, & \text{untuk } 1 \leq p \leq \left\lfloor \frac{m-1}{2} \right\rfloor, p + 1 \leq k \leq m - p; \\ & l = p, m - p + 1, p = \text{indeks posisi simetri}, \\ 2P_n, & \text{untuk } m = \text{ganjil}, k = \frac{n+1}{2}; l = \frac{n+1}{2}, \\ P_n, & \text{untuk } \left\lfloor \frac{m+2}{2} \right\rfloor \leq k \leq m; l = k, m - k + 1, \\ \emptyset, & \text{untuk } k > \max(l, m + 1 - l); l = 1, 2, \dots, m. \end{cases}$$

11. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) \leq k\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ dengan $A = \{v_{i,j} \mid i = 1, \dots, n, j = 1, 2\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(v_{i,j}) = \begin{cases} C_3, & \text{untuk } k = 1; i = 1, n, j = 1, 2, \\ F_3, & \text{untuk } k = 1; i = 2, \dots, n - 1, j = 1, 2, \\ Amal(F_n, P_k, a_t), & \text{untuk } 2 \leq k \leq m; i = 1, \dots, n, j = 1 \text{ dan} \\ & t = 1 \text{ atau } j = 2 \text{ dan } t = m, \\ Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m), & \text{untuk } k \geq m + 1; i = 1, \dots, n, j = 1, 2. \end{cases}$$

12. Pada $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, jika $F(x) = \{y \in V(G^*) \mid d(x, y) \leq k\}$, dan $K(x) = \{uv \in E(G^*) \mid \{u, v\} \subseteq F(x)\}$ dengan $A = \{a_l \mid l = 1, \dots, m\}$ untuk setiap $x \in A$ maka $G = (G^*, F, K, A)$ adalah *soft graph* yang direpresentasikan oleh $\{H(x) \mid x \in A\}$ dengan

$$H(a_l) = \begin{cases} P_{2k+1}, & \text{untuk } 1 \leq k \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 1 + (m \bmod 2); \\ & l = k + 1, k + 2, \dots, m - k - 1, m - k, \\ Amal(F_n, P_r, a_t), & \text{untuk } r = \frac{m+1}{2} - \left| l - \frac{m+1}{2} \right| + k < m + 1; \\ & l = 1, \dots, m, \quad r = 2, \dots, m, \quad t = 1, m, \\ Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m), & \text{untuk } \frac{m+1}{2} - \left| l - \frac{m+1}{2} \right| + k \geq m + 1; \\ & l = 1, \dots, m. \end{cases}$$

4.2 Saran

Pada tugas akhir ini telah diperoleh bentuk *soft graph* dari suatu graf hasil amalgamasi graf lintasan dengan graf kipas yang dinotasikan sebagai $G^* = Amal(2F_n, P_m, a_1, a_m)$, dimana graf tersebut diperoleh dari hasil amalgamasi dua graf kipas dan satu graf lintasan dengan menyatukan masing-masing titik pusat dari graf kipas ke titik pangkal dan ke titik ujung dari graf lintasan. Disarankan kepada peneliti selanjutnya untuk mengkaji bentuk *soft graph* untuk graf amalgamasi lainnya.