

**KESTABILAN MODEL EPIDEMI SIR  
DENGAN IMIGRAN TERINFEKSI DAN  
KONTROL OPTIMALNYA**

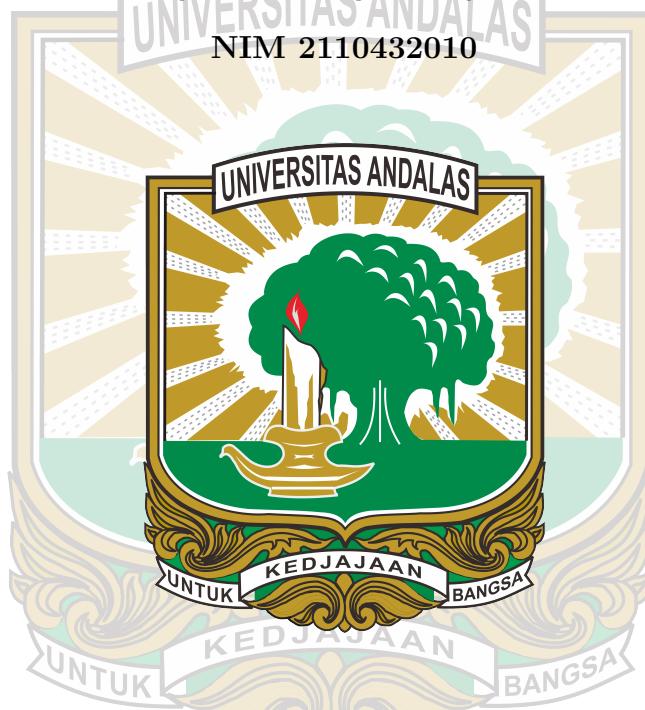
**SKRIPSI**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA**

**OLEH**

**RAFIKA HUMAIRAH**

**NIM 2110432010**



**DOSEN PEMBIMBING:**

- 1. Prof. Dr. MUHAFZAN**
- 2. Dr. AHMAD IQBAL BAQI**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA DAN SAINS DATA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG**

**2025**

## ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan menganalisis kestabilan titik ekuilibrium dan masalah kontrol optimal pada model epidemi SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) dengan imigran terinfeksi. Analisis kestabilan dilakukan untuk menentukan kondisi bebas penyakit dan endemik dengan menggunakan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar  $R_0$  yang dihitung melalui metode *Next Generation Matrix*. Selanjutnya, masalah kontrol optimal dirumuskan dengan dua variabel kontrol, yaitu kontrol vaksinasi dan kontrol pengobatan. Fungsi tujuan dirancang untuk meminimumkan jumlah individu terinfeksi sekaligus meminimalkan biaya penerapan kontrol menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Dalam penelitian ini dilakukan simulasi numerik untuk melihat jumlah subpopulasi *susceptible*, *infected*, dan *recovered* dengan kontrol vaksinasi dan pengobatan yang dapat menurunkan jumlah kasus infeksi secara signifikan dibandingkan tanpa kontrol.

**Kata kunci:** *Model epidemi SIR, imigran terinfeksi, kestabilan, kontrol optimal, Prinsip Minimum Pontryagin.*

## ABSTRACT

This study aims to analyze the stability of equilibrium points and the optimal control problem in an SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) epidemic model with infected immigrants. The stability analysis is conducted to determine the disease-free and endemic conditions using equilibrium points and the basic reproduction number  $R_0$ , calculated through the *Next Generation Matrix* method. Furthermore, the optimal control problem is formulated with two control variables, namely vaccination control and treatment control. The objective function is designed to minimize the number of infected individuals while simultaneously minimizing the cost of implementing the controls using Pontryagin's Minimum Principle. Numerical simulations are carried out to observe the number of *susceptible*, *infected*, and *recovered* subpopulations, showing that vaccination and treatment controls can significantly reduce the number of infection cases compared to the case without control.

**Keywords:** *SIR epidemic model, infected immigrants, stability, optimal control, Pontryagin's Minimum Principle.*