

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit menular merupakan salah satu tantangan utama dalam kesehatan masyarakat, terutama di era mobilitas manusia yang tinggi termasuk imigrasi. Penyakit ini dapat menyebar melalui berbagai cara, baik melalui kontak langsung dengan penderita, maupun melalui perantara. Contoh penyakit menular antara lain tuberculosis, influenza, dan *COVID-19* yang dapat menyebar melalui udara, sementara hepatitis B dan HIV/AIDS menular melalui cairan tubuh [1]. Untuk memperoleh pemahaman mengenai penyebaran penyakit menular, maka dilakukan pendekatan epidemiologi dan pemodelan matematika untuk menganalisa dan memprediksi pola penyebaran penyakit menular [2].

Salah satu model matematika yang digunakan dalam studi epidemiologi adalah model epidemi SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) yang diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick. Model ini mengelompokkan populasi ke dalam tiga subpopulasi yaitu *Susceptible (S)* yaitu subpopulasi yang rentan terhadap penyakit, *Infected (I)* yaitu subpopulasi yang terinfeksi penyakit, dan *Recovered (R)* yaitu subpopulasi yang sudah pulih dari penyakit. Model ini menganalisis penyebaran penyakit seiring waktu, serta

mengidentifikasi kemungkinan terjadinya wabah atau penyakit punah [2].

Namun model epidemi SIR klasik berasumsi bahwa populasi bersifat tertutup, sehingga tidak mempertimbangkan masuknya individu dari luar. Dalam kehidupan nyata, banyak penyakit menyebar antar wilayah karna adanya pergerakan individu termasuk individu yang terinfeksi. Oleh karena itu, perlu untuk mengembangkan model SIR dengan mempertimbangkan imigran terinfeksi agar dapat menggambarkan situasi penyebaran penyakit lebih akurat[2].

Pengendalian penyakit menular tidak hanya dengan memahami penyebarannya, tetapi juga perlu dilakukan analisis kestabilan endemik maupun bebas penyakit. Analisis kestabilan menentukan penyakit akan punah atau menetap dalam populasi [2]. Selain itu, melalui pendekatan kontrol optimal, dapat merancang kebijakan seperti pengobatan dan vaksinasi dengan mempertimbangkan efisiensi sumber daya dan dampaknya terhadap penurunan jumlah kasus infeksi. Masalah kontrol optimal ini menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin untuk menemukan strategi optimal yang meminimalkan jumlah individu terinfeksi dan biaya [3].

Penelitian mengenai penyebaran penyakit menular dengan menggunakan model matematika terus berkembang dalam berbagai sudut pandang. Salah satu penelitian yang dilakukan oleh K. Pareallo dkk yang membahas kontrol optimal pada model epidemi SIR penyakit demam berdarah dengan kontrol vaksinasi yang menunjukkan keefektifan dalam pengendalian penyebaran penyakit [4]. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Jonner

Nainggolan dkk yang mengkaji kontrol optimal vaksinasi dari model epidemi SIR dengan kontrol vaksinasi yang dapat menurunkan penyebaran penyakit [5]. Penelitian oleh N. Anggriani dkk menggunakan model SIR dengan kontrol imigrasi dan vaksinasi yang bertujuan untuk meminimalkan jumlah individu yang terinfeksi dengan Prinsip Minimum Pontryagin [6].

Penelitian ini akan membahas model epidemi SIR dengan mempertimbangkan imigran terinfeksi yang memiliki 3 subpopulasi, yaitu *Susceptible* (S) yaitu jumlah individu yang sehat dan rentan tertular penyakit, *Infected* (I) yaitu jumlah individu yang terinfeksi dan menularkan penyakit, dan *Recovered* (R) yaitu jumlah individu yang telah sembuh dari penyakit yang mengacu pada [7]. Selanjutnya dilakukan analisis kestabilan terhadap model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi untuk melihat kestabilan titik ekuilibrium. Selain itu, penelitian ini juga melakukan penyelesaian kontrol optimal dengan menambahkan upaya vaksinasi dan pengobatan sebagai variabel kontrol. Penelitian ini diharapkan dapat memberi kontribusi dalam pengendalian penyakit menular.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi?
2. Bagaimana kestabilan titik ekuilibrium model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi?

3. Bagaimana menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin untuk menentukan kontrol optimal dan fungsi objektif yang dapat diterapkan untuk mengurangi penyebaran penyakit?
4. Bagaimana simulasi numerik dari kestabilan model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi dan simulasi numerik kontrol optimalnya?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Memperoleh bentuk model SIR dengan imigran terinfeksi.
2. Menganalisis kestabilan titik ekuilibrium model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi
3. Menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin untuk menentukan kontrol optimal dan fungsi objektif yang dapat diterapkan untuk mengurangi penyebaran penyakit.
4. Melakukan simulasi numerik dari kestabilan model epidemi SIR dengan imigran terinfeksi dan simulasi numerik kontrol optimalnya.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut: Bab I pendahuluan yang berisikan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori yang memuat teori

dan konsep dasar yang akan digunakan dalam penyelesaian masalah dalam penelitian ini. Bab III hasil dan pembahasan, memuat konstruksi model SIR dengan imigran terinfeksi dengan kontrol vaksinasi dan pengobatan, analisis kestabilan model, penyelesaian kontrol optimal pada model, serta simulasi numerik. Bab IV penutup, yang berisi kesimpulan dan saran.

