

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam struktur aljabar, grup adalah suatu himpunan tak kosong dengan satu operasi biner yang memenuhi beberapa aksioma yaitu sifat tertutup, asosiatif, mempunyai elemen identitas dan setiap elemennya memiliki invers. Salah satu contoh grup yaitu himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} dengan operasi penjumlahan yang dinotasikan dengan $(\mathbb{Z}, +)$. Jika suatu grup tidak berlaku sifat komutatif maka grup tersebut dinamakan grup *non-abelian*. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai salah satu grup *non-abelian*, yaitu grup quaternion.

Grup quaternion adalah grup berorde 8 dengan operasi perkalian yang bersifat *non-abelian*. Walaupun grup ini *non-abelian* tetapi diperoleh seluruh subgrupnya adalah normal. Subgrup normal adalah suatu subgrup di grup G dengan sifat seluruh koset kiri H di G sama dengan koset kanan H di G atau $aH = Ha$ setiap $a \in G$. Suatu elemen h di G dikatakan konjugat dengan g jika ada suatu unsur x di G sedemikian sehingga $h = xgx^{-1}$.

Pada penelitian sebelumnya Marius Tărnăuceanu [13] mengkaji karakteristik dasar dari grup quaternion dengan menggunakan lattice subgrup. Sri Rahayu [9] mengkaji tentang representasi grup quaternion dalam bentuk matriks 2×2 dan menjelaskan karakteristik dari representasi grup quaternion terse-

but. Dalam hal ini telah ditunjukkan bahwa representasi grup quaternion adalah grup dedekind, grup nilpoten, grup *solvable* dan grup metasingkular. Berdasarkan penelitian tersebut maka pada tesis ini akan dilanjutkan dengan mengkaji karakteristik lain dari grup quaternion, yaitu dengan memperhatikan subgrup normal dan unsur konjugat.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimanakah karakteristik grup quaternion berdasarkan subgrup normal dan unsur konjugat dalam grup tersebut ?

1.3 Pembatasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis hanya memfokuskan untuk membahas tentang 4 karakteristik dari grup quaternion yakni t-grup, grup monolitik, grup *supersolvable*, dan grup ambivalen.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menunjukkan bahwa grup quaternion adalah t-grup, grup monolitik, dan grup *supersolvable*.
2. Menunjukkan bahwa grup quaternion adalah grup ambivalen.

1.5 Sistematika Penulisan

Tesis ini dibagi menjadi 4 bab, yaitu bab 1 pendahuluan. Pada pendahuluan diberikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, dan tujuan penelitian. Selanjutnya pada bab 2 landasan teori, diberikan teori yang mendukung bab 3 yaitu, bilangan quaternion, grup, grup quaternion, dan karakteristik grup.

Pada bab 3, berisi tentang pembahasan tesis dengan judul bab karakteristik grup quaternion. Pada bab ini diberikan 4 proposisi dan pembuktian tentang grup quaternion, yaitu grup quaternion adalah t -grup, grup monolitik, grup *supersolvable*, dan grup ambivalen. Terakhir adalah bab 4 yang berisi kesimpulan dan saran.

